Szakmai érettségi tantárgyi vizsgakatalógus

Matematika

■ POKLICNA MATURA

A tantárgyi vizsgakatalógus a 2007-es tavaszi vizsgaidőszaktól kezdve alkalmazható mindaddig, amíg új nem készül.

A katalógus érvényességét arra az évre, amelyben a jelölt érettségizik, a Szakmai érettségi tantárgyi vizsgakatalógus rögzíti.

ric
Državni izpitni center

Ljubljana 2005

TARTALOMJEGYZÉK

1. BEVEZETŐ

A tantárgyi vizsgakatalógus azoknak a jelölteknek készült, akik a szakmai érettségi vizsgán a matematikát fogják harmadik tantárgyként választani. Segít azoknak a matematikatanároknak is, akik a jelölteket felkészítik a szakmai érettségi vizsgára.

A szakmai érettségi vizsgakatalógus a középiskolai technikus, ill. szakmai 385 órás képzés tantárgyi vizsgakatalógusán alapul, valamint A szakmai érettségi vizsgáról szóló szabályzatokon és Az érettségi vizsgáról szóló törvényen (ZMat, Ur. List RS, št. 15/03).

A matematika vizsga írásbeli és szóbeli részből áll.

A katalógus leírja a vizsga céljait, a vizsga szerkezetét, valamint a vizsga értékelését és osztályozását is. A tananyagot taglaló fejezet két részből áll. Baloldalt azokat a témákat és fogalmakat találjuk, amelyek a tanterv által előírt és a vizsgán ellenőrzött tananyagot határozzák meg. Jobboldalt pedig azokat, amelyeknek ismeretét ellenőrizzük.

A katalógus tartalmazza a matematikai jelek listáját és a képleteket is, amelyek segíthetnek a jelöltnek a vizsgánál. Megad néhány vizsgafeladat-mintát is a megfelelő megoldásokkal, pontozásokkal és az értékelési utasításokkal együtt.
A végén a különleges bánásmódot igénylő jelöltekre vonatkozó eljárásokat sorolja fel.

2. A VIZSGA CÉLJAI

A vizsga felméri, hogyan képes a jelölt:

- a matematikai szövegeket olvasni, és az ilyen szöveget matematikai nyelvre fordítani,
- a matematikai terminológiát és szimbolikát alkalmazni,
- a matematikai feladatokat szisztematikusan, pontosan, önállóan, rendezetten felírni és megoldani,
- a kapott eredményt felbecslülni,
- a matematikát mint kommunikációs eszközt alkalmazni,
- számítani a számokkal, felbecsülni az eredményt és felírni meghatározott pontossággal,
- a számításnál a megfelelő módszert alkalmazni,
- a számológépet alkalmazni,
- az alapvető geometriai eszközöket alkalmazni,
- a geometriai idomok között a kölcsönös viszonyokat felismerni és alkalmazni,
- a matematikatudást alkalmazni mindennapi helyzetekben,
- indokolni, ill. argumentálni.

3. A VIZSGA SZERKEZETE ÉS ÉRTÉKELÉSE

3.1 A vizsga sémája

A matematika vizsga írásbeli és szóbeli részből áll. Az írásbeli rész egységes az összes jelölt számára, és a jelöltek Szlovénia-szerte ugyanabban az időben írják ezt meg. Az írásbeli és a szóbeli vizsga értékelése belső.

■ Írásbeli vizsga

A feladatlapot a matematika szakmai érettségi tantárgyi bizottsága állítja össze, ezen kívül elkészíti a moderált pontozót és az értékelési utasításokat is.

Feladatlap		Megoldási idő	A pontok száma	Összosztályzat része
1		**120 perc**	**70**	**70 %**
1. rész			(40)	(40 %)
2. rész			(30)	(30 %)

Az írásbeli vizsgán **engedélyezett eszközök**: töltőtoll, ill. golyóstoll, ceruza, radír, grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetősége nélküli zsebszámológép, körző, háromszög (geoháromszög), vonalzó és szögmérő. A feladatlap két oldal képletet is tartalmaz, amelyek segítenek a jelöltnek a feladatok megoldásában.

A jelöltek kötelesek a szerkesztési feladatok megoldásakor az alapvető geometriai eszközöket alkalmazni. A megoldás világosan és pontosan mutassa be az eredményhez vezető utat a részszámításokkal és következtetésekkel együtt.

■ Szóbeli vizsga

A szóbeli vizsga kérdéseit és a lapokat az iskolában tanító tanárok állítják össze a tantárgyi vizsgakatalógus alapján.

		Megoldási idő	A pontok száma	Összosztályzat része
3 kérdés		**maximum 20 percig**	**30**	**30 %**

A szóbeli vizsgán **engedélyezett eszközök**: töltőtoll, ill. golyóstoll, ceruza, radír, grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetősége nélküli zsebszámológép, körző, háromszög (geoháromszög), vonalzó és szögmérő.

A jelöltnek a szóbeli vizsgán 20 perces felkészülésre van joga.

3.2 Feladatfajták és értékelés

Vizsga	Feladatfajták	A feladatok értékelése
a feladatlap 1. része	9 rövidebb feladat	5 feladat 4 pontot ér, 4 feladat pedig 5 pontot
a feladatlap 2. része	3 összetett (választható) feladat, amelyekből a jelölt kettőt kiválaszt, és megoldja őket	minden feladat 15 pontot ér
Szóbeli vizsga	3 kérdés a kérdések listájából	minden kérdés 10 pontot ér

4. A VIZSGÁN ELLENŐRZÖTT TARTALMAK

TARTALMI EGYSÉGEK

- Számhalmazok
- Geometria
- Algebrai függvények és egyenletek
- Transzcendens függvények és egyenletek
- Sorozatok és kamatoskamat-számítás
- Statisztika

■ Számhalmazok

■ TARTALOM, FOGALMAK

Természetes számok, egész számok, racionális számok és valós számok.

Az alapműveletek tulajdonságai az egyes számhalmazokban.

Oszthatóság az $\mathbb{N}$-ben és a $\mathbb{Z}$-ben.

Természetes-és egész kitevőjű hatványok.

Prímszámok és összetett számok.

Az oszthatóság kritériumai.

Többszörösök és osztók.

Kifejezések.

Az egyenlőség és az egyenlőtlenség tulajdonságai.

A maradékos osztás alaptétele.

A legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös.

Racionális számok és valós számok.

Törtek.

Rendezettség, egyenlőségek, egyenlőtlenségek és tulajdonságok.

Felírás tizedes törttel.

Arányok, részek, százalékok.

■ CÉLOK

- Műveletek végzése természetes, egész, racionális és valós számokkal, a számtani műveletek azonosságainak alkalmazása.
- A természetes és az egész számok többszörösének és osztójának meghatározása.
- Műveletek végzése természetes és egész kitevőjű hatványokkal, az azonosságok alkalmazása.
- Műveletek algebrai kifejezésekkel (a kéttagú algebrai kifejezés hatványozása, a négyzetek különbségének tényezőkre bontása, a köbök különbségének és összegének tényezőkre bontása, Vièta tételének alkalmazása).
- Az oszthatósági és a rendezettségi reláció ismerete.
- A maradékos osztás alaptételének ismerete és alkalmazása.
- A prímszámok és az összetett számok ismerete.
- Az adott szám felírása prímtényezők szorzataként.
- A legnagyobb közös osztó meghatározása.
- A legkisebb közös többszörös meghatározása.
- Annak megállapítása, hogy: osztható-e az adott szám 2-vel, 3-mal, 5-tel, 9-cel és 10-zel.
- Műveletek törtekkel és algebrai törtekkel.
- Racionális szám felírása tizedes törttel.
- A periodikus tizedes törtek felírása redukált tört alakban.
- A százalékszámítás alkalmazása.
- A rész, az alap és a relatív rész kiszámítása.

Számegyenes. Irracionális számok. Irracionális szám felírása tizedes tört alakban. Rendezettség az ℝ-ben (a valós számok terjedelmében). A négyzetgyök és a köbgyök. Kerekítés. A szám abszolút értéke és tulajdonságai. Racionális kitevőjű hatványok. Gyökértékes egyenletek.	▪ A következtetési számítás alkalmazása. ▪ Valós számok bemutatása a számegyenesen (a valós tengely). ▪ Kerekítés. ▪ Az eredmény megbecslése. ▪ Gyökvonás négyzet- és köbgyökkel. ▪ A részleges gyökvonás és a nevezők gyöktelenítése. ▪ Egyszerűbb abszolút értékes kifejezéseket tartalmazó egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. ▪ Műveletek racionális kitevőjű hatványokkal. ▪ Műveletek gyökökkel. ▪ Négyzetgyököket tartalmazó egyenletek megoldása.

▪ Geometria

▪ TARTALOM, FOGALMAK	▪ CÉLOK
Síkmértan Alapvető mértani fogalmak. Pontok és egyenesek a síkban és a köztük lévő kapcsolatok. Távolság, szakasz, szakaszhordozó egyenes, a szakasz felezőmerőlegese, félegyenes, szög. Háromszög, kör, sokszög. A derékszögű háromszögre vonatkozó tételek. Egybevágóság. Hasonlóság.	▪ Az egyenes, a félegyenes, a szakasz, a szakaszfelező merőleges, a szög, a kör és a körvonal, a körív, a szelő és az érintő ábrázolása. ▪ A háromszög típusainak megkülönböztetése az oldalak és a szögek szerint. ▪ A különböző szögtípusok ismerete (mellékes szögek, csúcsszögek, hegyesszögek, társszögek, …). ▪ Számítás szögekkel. ▪ A háromszögek egybevágósági definíciójának ismerete és alkalmazása. ▪ A háromszögek egybevágósági alaptételeinek alkalmazása. ▪ A szögmértékek egységeinek ismerete, valamint a fokok átváltása radiánba és fordítva. ▪ A háromszög, a paralelogramma és a trapéz tulajdonságainak alkalmazása a számítási és a szerkesztési feladatokban. ▪ A Pitagorasz-tétel alkalmazása. ▪ A síkidomok szerkesztése (szerkesztési feladatok). ▪ A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör rajzolása.

- A körérintő szerkesztése (a kör tetszőleges pontjában, a kör tetszőleges külső pontjából).
- Az átmérőn levő kerületi szög tulajdonságainak ismerete és alkalmazasa.
- A háromszögek hasonlósági definíciójának ismerete és alkalmazása.

Területek

A paralelogramma, a háromszög, a trapéz, a deltoid és a kör területe.

Szinusztétel.

Koszinusztétel.

- A területek mérésére szolgáló egységek ismerete.
- A paralelogramma, a háromszög, a trapéz, a deltoid, a kör és a körcikk területének kiszámítása.
- A szinusztétel alkalmazása.
- A koszinusztétel alkalmazása.
- A síkidom kerületének ismerete és kiszámítása, a körív hosszának kiszámítása.
- A síkidom köré és a síkidomba írt kör területének, oldalának, szögének, kerületének, magasságának, sugarának kiszámítása a megfelelő adatokból.

Felszínek és térfogatok

Az egyenes hasáb, a körhenger, a gúla, a körkúp és a gömb felszíne és térfogata.

- Az egyenes testek (hasáb, körhenger, gúla, körkúp) és a gömb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása.
- Az adott test magasságának, oldalélének, alapélének, átlójának, palástjának, a tengelymetszet területének, a felszínének és a térfogatának kiszámítása a test megfelelő adataiból.
- A geometriai testek élei, ill. lapjai által bezárt szögek kiszámítása.

■ Algebrai függvények és egyenletek

■ TARTALOM, FOGALMAK

Lineáris függvény és lineáris egyenlet

A derékszögű koordináta-rendszer a síkban.

Ponthalmazok a síkban.

Két pont távolsága.

A háromszög területe és orientálódása.

Az $x \mapsto kx + n$ lineáris függvény

Az egyenes egyenlete

Lineáris egyenlet és lineáris egyenlőtlenség.

Lineáris egyenletrendszer.

■ CÉLOK

- Egyszerű ponthalmazok szemléletetése a síkban.
- Két pont távolságának kiszámítása a síkban.
- A háromszög területének kiszámítása és orientálódásának meghatározása, ha adottak a háromszög csúcsainak a koordinátái.
- A lineáris függvény grafikonjának ábrázolása.
- A k és az n konstansok jelentőségének ismerete.
- A függvény zérushelyének és kezdőértékének meghatározása.
- Az egyenesek egyenletének felírása explicit, implicit és tengelymetszetes alakban a síkban.

- Lineáris egyenletek megoldása.
- Lineáris egyenlőtlenségek megoldása.
- Két és három lineáris egyenlet egyenletrendszerének megoldása.
- Egy szöveges feladat és egy kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása a lineáris egyenlet segítségével.

Másodfokú függvény, hatványfüggvény és másodfokú egyenlet

A másodfokú függvény:
$x \mapsto ax^2 + bx + c$

Diszkrimináns.

A másodfokú függvény tengelypontja, gyökei és grafikonja.

A másodfokú egyenlet.

A másodfokú függvény és egyenlet alkalmazása.

A másodfokú egyenlőtlenség.

- A másodfokú függvény felírása különböző adatok alapján.
- A másodfokú függvény tengelypontjának, gyökeinek, az ordinátatengellyel való metszéspontjának kiszámítása és grafikonjának ábrázolása.
- A másodfokú függvény felírása tengelyponti (csúcsponti), általános és gyöktényezős alakban, valamint az alakok közti átalakítások.
- A másodfokú egyenletek megoldása, különböző feladatok megoldása, amelyek a másodfokú egyenletre vonatkoznak.
- A parabola és az egyenes metszéspontjának kiszámítása, két parabola metszéspontjának kiszámítása.
- Szöveges feladatok megoldása a másodfokú egyenlet alkalmazásával.
- A másodfokú egyenlőtlenség megoldása.

Polinomok és racionális törtfüggvények

Hatványfüggvény.

Valós együtthatós polinomok.

A polinomokkal való műveletek és ezek tulajdonságai.

A polinomok maradékos osztására vonatkozó alaptétel.

A polinom zérushelyei (gyökei).

Horner-séma.

A polinom grafikonja.

Racionális törtfüggvények.

Racionális egyenletek és egyenlőtlenségek.

- Egész kitevőjű hatványfüggvény grafikonjainak ábrázolása.
- Műveletek polinomokkal (összeadás, kivonás, szorzás, osztás).
- A polinom szorzattá alakítása.
- A polinomok maradékos osztására vonatkozó alaptétel alkalmazása (felírni a hányadost és a maradékot az osztásnál).
- A polinom gyökeinek kiszámítása.
- A Horner-algoritmus alkalmazása.
- A polinom grafikonjának ábrazolása.
- A polinomfüggvény egyenletének felírása megadott adatokból.
- A $p(x) > 0, p(x) < 0, p(x) \geq 0$ és a $p(x) \leq 0$ egyenlőtlenségek megoldása.
- A racionális törtfüggvény definíciójának és egyenletének ismerete.
- A gyökök, a pólusok és a vízszintes aszimptota meghatározása.
- Az adott racionális törtfüggvény grafikonjának ábrázolása.
- Racionális egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása.

■ Transzcendens függvények és egyenletek

■ TARTALOM, FOGALMAK

Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény

Az exponenciális függvény:
$f(x) = a^x, a > 0, a \neq 1$

Az exponenciális függvény tulajdonságai és grafikonja.

Exponenciális egyenlet.

Logaritmus.

Áttérés más alapra.

Logaritmusfüggvény.

A logaritmusfüggvény tulajdonságai és grafikonja.

Logaritmikus egyenlet.

Szögfüggvények

A hegyesszögek szögfüggvényei.

A szögfüggvények definíciója:

$f(x) = \sin x$

$f(x) = \cos x$

$f(x) = \operatorname{tg} x$

A szögfüggvények tulajdonságai.

Addiciós tételek.

A szögfüggvények grafikonjai.

■ CÉLOK

- Az exponenciális és a logaritmusfüggvény grafikonjának ábrázolása (eltolás és nyújtás nélkül).
- Egyszerű exponenciális függvényeket tartalmazó egyenletek megoldása (közös alap, közös tényező kiemelése).
- A logaritmus definíciójának elsajátítása.
- A logaritmus azonosságainak alkalmazása.
- Egyszerű logaritmikus egyenletek megoldása (zsebszámológéppel is).
- A zsebszámológép alkalmazása a más alapú logaritmusra való áttérés esetén.
- A tízes alapú és a természetes logaritmus ismerete.

- A hegyesszög szögfüggvényei definícióinak ismerete és alkalmazása.
- Az $f(x) = A \sin ax, f(x) = A \cos ax$ és az $f(x) = \operatorname{tg} x$ függvények grafikonjainak ábrázolása.
- A zérushelyek, a maximumok és a minimumok abszcisszáinak kiszámítása.
- Az egyes szög, valamint a társ- és a pótszögek szögfüggvényei közti összefüggések alkalmazása.
- A szinusz, koszinusz és tangens szögfüggvények periódusosságának, páratlanságának és párosságának alkalmazása.
- Két egyenes hajlásszögének kiszámítása.

■ Sorozatok és kamatoskamat-számítás

■ TARTALOM, FOGALMAK

Az $f: \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ sorozat definíciója.

A sorozatok tulajdonságai (növekedés, csökkenés (fogyás), korlátosság).

A számtani sorozat és a mértani sorozat tulajdonságai.

■ CÉLOK

- Az adott sorozat tulajdonságainak meghatározása (növekedés, csökkenés (fogyás), korlátozottság)
- A sorozat grafikonjának ábrázolása.
- A számtani és a mértani sorozat definíciójának elsajátítása.
- A számtani sorozat első n tagja összegének kiszámítása.

A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összege.

Kamatszámítás és kamatoskamat-számítás.

- A mértani sorozat első n tagja összegének kiszámítása.
- A kamatszámítás és a kamatoskamat-számítás ismerete és megkülönböztetése.
- A tőke végső értékének és a kamatozás idejének kiszámítása.

■ Statisztika

■ TARTALOM, FOGALMAK

Statisztikai alapfogalmak.

Az adatok csoportosítása és rendezése.

Az adatok szemléltetése.

Középérték (számtani közép) és szórás (standard eltérés).

■ CÉLOK

- A statisztikai alapfogalmak alkalmazása (statisztikai alapsokaság, egység, minta, statisztikai változó).
- Az adatok rendezése.
- Az abszolút és a relatív frekvencia fogalmának alkalmazása.
- Az adatok grafikus szemléltetése (a relatív gyakoriság hisztogramja, poligonja és kördiagramja).
- A középérték meghatározása – számtani közép.
- A variabilitás méreteinek meghatározása: variancia (szórásnégyzet) és szórás.

5. A KÜLÖNLEGES BÁNÁSMÓDOT IGÉNYLŐ JELÖLTEKRE VONATKOZÓ ELJÁRÁSOK

Az érettségi vizsgáról szóló törvény 4. szakasza és Az érettségi vizsgakatalógus a szakmai érettségi számára a különleges bánásmódot igénylő jelöltekre vonatkozó eljárásokról szóló fejezete kimondja, hogy a különleges bánásmódot igénylő jelöltek részére, akiket végzés alapján irányítottak az egyes képzési programokba, indokolt esetekben pedig más jelöltek számára is (sérülés, betegség), figyelembe véve hiányosságuk, korlátaik, zavaruk fajtáját és fokát, módosítani kell az érettségi vizsga lebonyolításának és tudásuk értékelésének módját.

6. MELLÉKLETEK

6.1 Matematikai jelek

1. Halmazok

$\in$	eleme
$\notin$	nem eleme
$\{x_1, x_2, \dots\}$	az $x_1,\ x_2 \dots$ elemek halmaza
$\{x; \dots\}$	minden olyan x halmaza, hogy $\dots$
$\varnothing$	üres halmaz
$\mathbb{N}$	a természetes számok halmaza
$\mathbb{N}_0$	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
$\mathbb{Z}$	az egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^+$	a pozitív egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^-$	a negatív egész számok halmaza
$\mathbb{Q}$	a racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^+$	a pozitív racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^-$	a negatív racionális számok halmaza
$\mathbb{R}, (-\infty, \infty)$	a valós számok halmaza
$\mathbb{R}^+, (0, \infty)$	a pozitív valós számok halmaza
$\mathbb{R}_0^+, [0, \infty)$	a nemnegatív valós számok halmaza
$\mathbb{R}^-, (-\infty, 0)$	a negatív valós számok halmaza
$\cup$	egyesítés
$\cap$	metszet
$\setminus, -$	a halmazok különbsége
$[a, b]$	zárt intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a \le x \le b\}$
$[a, b), [a, b[$	intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a \le x < b\}$
$(a, b],]a, b]$	intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a < x \le b\}$
$(a, b),]a, b[$	nyílt intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$

2. Relációk és műveletek

(a,b)	rendezett pár
$=$	egyenlő
$\neq$	nem egyenlő
$\doteq$	közelítőleg egyenlő
$<$	kisebb
$\leq$	kisebb vagy egyenlő
$>$	nagyobb
$\geq$	nagyobb vagy egyenlő
$+$	plusz (összeadás)
$-$	mínusz (kivonás)
$\cdot$	szor, szer, ször (szorzás)
:	osztva (osztás)
$a \mid b$	a osztója b-nek
$D(a,b)$	az a és a b szám legnagyobb közös osztója
$v(a,b)$	az a és a b szám legkisebb közös többszöröse
Σ	összegezés (szumma) jele
$\lvert a \rvert$	az a szám abszolút értéke

3. Geometria

$d(A,B)$	az A és B pont távolsága
$\lvert AB \rvert$	az AB szakasz hossza
$\sphericalangle$	szög
$\triangle$	háromszög
$\parallel$	párhuzamos
$\perp$	merőleges
$\cong$	egybevágó
$\sim$	hasonló
$A(x,y)$	az x és y koordinátájú A pont
S, p	terület
V	térfogat
P	felszín
R	a háromszög köré írt kör sugara
r	a háromszögbe írt kör sugara

4. Függvények

f	f függvény
$f : A \to B$	az A halmazt a B halmazba leképező függvény (leképezés)
$x \mapsto f(x)$	az x elemhez $f(x)$ -t rendeljük
D_f	az f függvény értelmezési tartománya
Z_f	az f függvény értékkészlete

5. Statisztika

$\overline{x}, \mu$	középérték
σ^2	szórásnégyzet, variancia
σ	szórás, standard eltérés

6.2 A feladatlaphoz mellékelt képletek

1. A derékszögű koordináta-rendszer a síkban

- **Az** $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$ **csúcsú háromszög területe** (S)**:**
  $S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$
- **Két egyenes hajlásszöge:** $\operatorname{tg}\varphi = \left|\frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2}\right|$

2. Síkbeli mértan (a síkidomok területe S**-sel van jelölve)**

- **Háromszög:**
  $S = \frac{c \cdot v_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin\gamma$
  $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **A háromszögbe írható kör sugara** (r) **és a háromszög köré írható kör sugara** (R)**:**
  $r = \frac{S}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2}\right)$; $R = \frac{abc}{4S}$
- **Egyenlő oldalú háromszög:** $S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, rombusz:** $S = \frac{e \cdot f}{2}$
- **Trapéz:** $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$
- **A körív hossza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$, **körcikk:** $S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Szinusztétel:** $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$
- **Koszinusztétel:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S **az alaplap területe)**

- **Hasáb és henger:** $P = 2S + S_{pl}$, $V = S \cdot v$
- **Gúla:** $P = S + S_{pl}$, $V = \frac{1}{3} S \cdot v$
- **Egyenes kúp:** $P = \pi r \cdot (r + s)$, $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot v$
- **Gömb:** $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\operatorname{tg}\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$ $\quad$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$ $\quad$ $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$ $\quad$ **Tengelypont:** $T(p,q)$, $p = -\dfrac{b}{2a}$, $q = -\dfrac{D}{4a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$ $\quad$ **Zérushelyek:** $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Sorozatok

- **Számtani sorozat:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$
- **Mértani sorozat:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$

8. Statisztika

- **Középérték (számtani közép):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$, $\overline{x} = \dfrac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$
- **Variancia (szórásnégyzet):** $\sigma^2 = \dfrac{1}{n}\left[(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_n - \overline{x})^2\right]$,

$$\sigma^2 = \frac{f_1(x_1 - \overline{x})^2 + f_2(x_2 - \overline{x})^2 + \ldots + f_k(x_k - \overline{x})^2}{f_1 + f_2 + \ldots + f_k}.$$

- **Standard eltérés (szórás):** $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

6.3 A vizsgafeladatok mintái

Magyarázat: Az (1*)-gyel jelölt pont eljárási pont. A jelölt akkor kapja meg, ha felírta (alkalmazta) a helyes eljárást, de hiba vagy hibás adatok miatt az eredmény nem helyes.

1. SZÁMHALMAZOK

1) Pontosan számítsa ki a $2^{-2}+3^0\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}+16^{\frac{1}{2}}$ kifejezés értékét!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

Az $\frac{1}{4}+1\cdot\frac{3}{4}+\sqrt{16}=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}+4$ kiszámítása, minden tag 1 pont, összesen .... 3 pont

Az eredmény: 5 .... 1 pont

2) Az autó ára $19\ \%$-os hozzáadottérték-adóval (héa=DDV) együtt 2380000 tollár volt. Mennyi ennek az autónak az ára ma, amikor a hozzáadottérték-adó $20\ \%$?

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

A (héa=DDV) nélküli árnak a kiszámítása: pl.: $\frac{2380000}{1,19}=2000000$ tolllár.............................(1*+1) 2 pont

Az új ár kiszámítása, pl.: $2000000\cdot 1,20=2400000$ tollár .... 1 pont

Válasz: Az új ár 2400000 tollár .... 1 pont

3) A vállalat alkalmazottai $25\ \%$-ának általános iskolai, a felének középiskolai, a hatodának főiskolai, a többi 10 alkalmazottnak pedig egyetemi végzettsége van. Számítsa ki, hány alkalmazottja van a vállalatnak!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

<u>1. mód:</u>

Az egyenlet felállítása, pl.: $\frac{25}{100}x+\frac{x}{2}+\frac{x}{6}+10=x$ .... 1 pont

Az egyenlet megoldása: $x=120$ ....(1*+1) 2 pont

Válasz: 120 alkalmazottja van a vállalatnak .... 1 pont

<u>2. mód:</u>

$\frac{25}{100}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{11}{12}$ .... 1 pont

$\frac{x}{12}=10$ .... 1 pont

Az egyenlet megoldása: $x=120$ .... 1 pont

Válasz: 120 alkalmazottja van a vállalatnak .... 1 pont

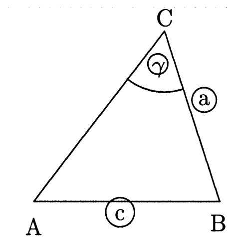
2. GEOMETRIA

2.1 Síkmértan

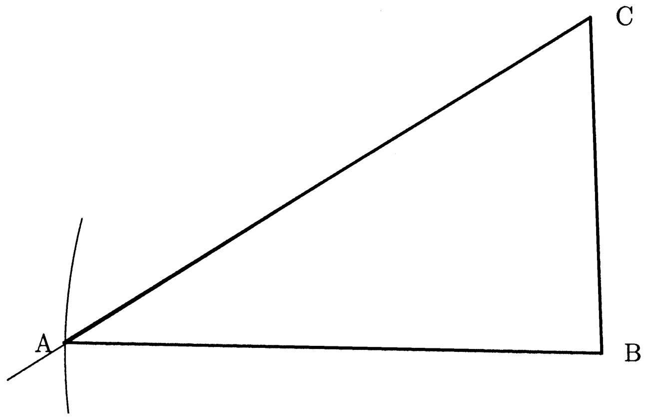
1) Szerkessze meg és jelölje az ABC háromszöget az $a = 5\ \text{cm},\ c = 8\ \text{cm}$ és $\gamma = 60°$ adatokkal. Készítsen ábrát is!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:
Ábra .... 1 pont



Az a oldal és a γ szög szerkesztése.. 1 pont
Az adott A ponttal való háromszög szerkesztése, látható a körív .... 1 pont
A kijelölt ABC háromszög .... 1 pont

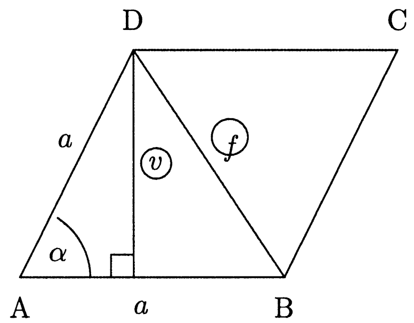


Tolerancia: a hosszúságokra $\pm 2\,\text{mm}$ és a szögekre $\pm 2°$.

2) A rombusz a oldala $8\ \text{cm}$ hosszú, az α szöge pedig $30°$. Készítsen ábrát, és számítsa ki a rombusz magasságának és a rövidebb átlójának a hosszát! A két kiszámított értéket kerekítse két tizedesre!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:
Ábra .... 1 pont



Magasság:

A magasság kiszámítása: $v = a \cdot \sin\alpha = 8 \cdot \dfrac{1}{2} = 4\,\text{cm}$ .... 1 pont

Átló:

1. mód

A koszinusztétel felírása, pl.: $f^2 = 2 \cdot a^2 - 2 \cdot a^2 \cdot \cos\alpha$ .... 1 pont

Az átló kiszámítása: $f \doteq 4{,}14\ \text{cm}$ .... (1*+1) 2 pont

2. mód

$\dfrac{f}{2} = a \cdot \sin\left(\dfrac{\alpha}{2}\right)$ .... 1 pont

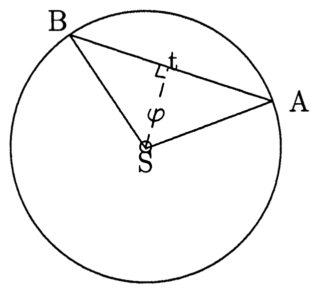
Az átló kiszámítása: $f \doteq 4{,}14\ \text{cm}$ .... (1*+1) 2 pont

3) Számítsa ki a $6\ \text{cm}$ sugarú körben a 120°-os középponti szöghöz tartozó húr hosszúságát! Rajzolja meg az ábrát!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

Ábra........ 1 pont



1. mód

A koszinusztétel figyelembevétele, pl.: $|AB|^2 = |AS|^2 + |BS|^2 - 2 \cdot |AS| \cdot |BS| \cdot \cos\varphi$ .... 1 pont

Megoldás: $|AB| = 6\sqrt{3}\ \text{cm}$ vagy $t \doteq 10{,}4\ \text{cm}\,(10{,}39\ \text{cm})$ .... (1*+1) 2 pont

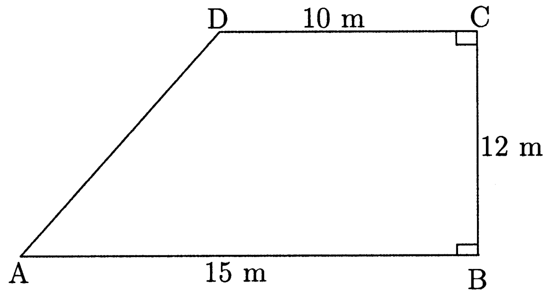
2. mód

$\left(\dfrac{t}{2}\right) = |AS| \cdot \sin\left(\dfrac{\varphi}{2}\right)$ .... 1 pont

Megoldás: $t = 6\sqrt{3}\ \text{cm}$ vagy $t \doteq 10{,}4\ \text{cm}\,(10{,}39\ \text{cm})$ .... (1*+1) 2 pont

2.2 Területek

1) Számítsa ki az ábrán levő síkidom kerületét és területét!



(5 pont)

Megoldás és pontozás:

A trapéz területe: $S = 150\ \mathrm{m}^2$ ....(1*+1) 2 pont

Az oldal kiszámítása: $|AD| = 13\ \mathrm{m}$ ....(1*+1) 2 pont

A trapéz kerületének a kiszámítása: $o = 50\,\mathrm{m}$ .... 1* pont

2.3 Felszínek és térfogatok

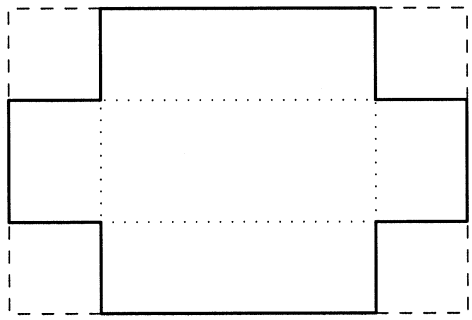
1) A papírlap téglalap alakú, az oldalai $15\ \mathrm{cm}$ és $10\ \mathrm{cm}$ hosszúak.

(Összesen 15 pont)

a) Ezt a papírlapot henger palástjává formáljuk úgy, hogy a téglalap rövidebb oldala a henger magassága lesz. Számítsa ki cm^3 potossággal a henger térfogatát!

(5 pont)

b) A téglalap csúcsaiból kivágtunk $3\ \mathrm{cm}$ oldalú négyzeteket, ahogy ez az ábrán látható. Így egy fedél nélküli doboz hálóját kaptuk. Határozza meg a doboz éleinek hosszát, és számítsa ki a doboz térfogatát!



(5 pont)

c) Számítsa ki, a doboz felszínének hány százalékát teszi ki a doboz alsó lapjának (fenekének) a területe!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 5 pont

A henger alaplapja sugarának kiszámítása: $r \doteq 2,387\ \mathrm{cm}$ ....(1*+1) 2 pont

A henger térfogatának kiszámítása:, pl.: $V \doteq 179,047\ \mathrm{cm}^3$ ....(1*+1) 2 pont

Az eredmény kikerekítése: $V \doteq 179\ \mathrm{cm}^3$ .... 1 pont

b) 5 pont

A doboz éleinek meghatározása: $9\ \mathrm{cm},\ 4\ \mathrm{cm},\ 3\ \mathrm{cm}$, mindegyik 1 pont, összesen........................ 3 pont

A térfogat kiszámítása: $V = 108\,\mathrm{cm}^3$ ....(1*+1) 2 pont

c) 5 pont

A doboz felszínének kiszámítása: $P = 114\ \mathrm{cm}^2$ ....(1*+1) 2 pont

A doboz feneke: $S = 36\ \mathrm{cm}^2$ .... 1 pont

Százalék: $p \doteq 32\ \%\ \left(31,6\ \%\ \text{vagy}\ 31,57\ \%\right)$ ....(1*+1) 2 pont

2) Az egyenes henger és a szabályos négyoldalú hasáb palástja egyforma. Mindkét palást egy $36\ \text{cm}^2$ területű négyzet.

(Összesen 15 pont)

a) Rajzolja meg a henger ábráját, majd számítsa ki az alaplap sugarát, a henger magasságát és térfogatát! A sugarat 2 tizedesre kerekítse (cm -ben), a térfogatot pedig egész számra köbcentiméterben!

(6 pont)

b) Rajzolja meg a hasáb ábráját, és számítsa ki a térfogatát!

(6 pont)

c) Számítsa ki, hány százalékkal kisebb a hasáb térfogata a henger térfogatánál!

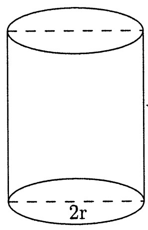
(3 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 6 pont

A henger ábrája .... 1 pont

Henger



A henger alaplapjának a sugara: $r \doteq 0,95\ \text{cm}$ ....(1*+1) 2 pont

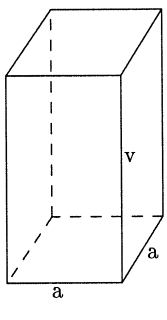
A henger magassága: $v = 6\ \text{cm}$ .... 1 pont

A henger térfogata $V \doteq 17\ \text{cm}^3$ ....(1*+1) 2 pont

b) 6 pont

A hasáb ábrája .... 1 pont

Hasáb



A hasáb alaplapjának éle: $a = 1{,}5\ \text{cm}$ ....(1*+1) 2 pont

A hasáb magassága: $v = 6\ \text{cm}$ .... 1 pont

A hasáb térfogata: $V_p = 13,5\ \text{cm}^3$ ....(1*+1) 2 pont

c) 3 pont

A térfogatok különbsége: $V_v - V_p = 3,5\ \text{cm}^3$ .... 1 pont

Százalék: $21\ \%$ $(20{,}6$ vagy $20{,}59)$ ....(1*+1) 2 pont

Válasz: Körülbelül $21\ \%$ -kal $(20{,}6$ vagy $20{,}59)$

3. ALGEBRAI FÜGGVÉNYEK ÉS EGYENLETEK

3.1 Lineáris függvény és lineáris egyenlet

1) Oldja meg az egyenletrendszert!

$$\frac{x}{3} + 2y = 4$$

$$\frac{x}{2} + y = 2$$

(4 pont)

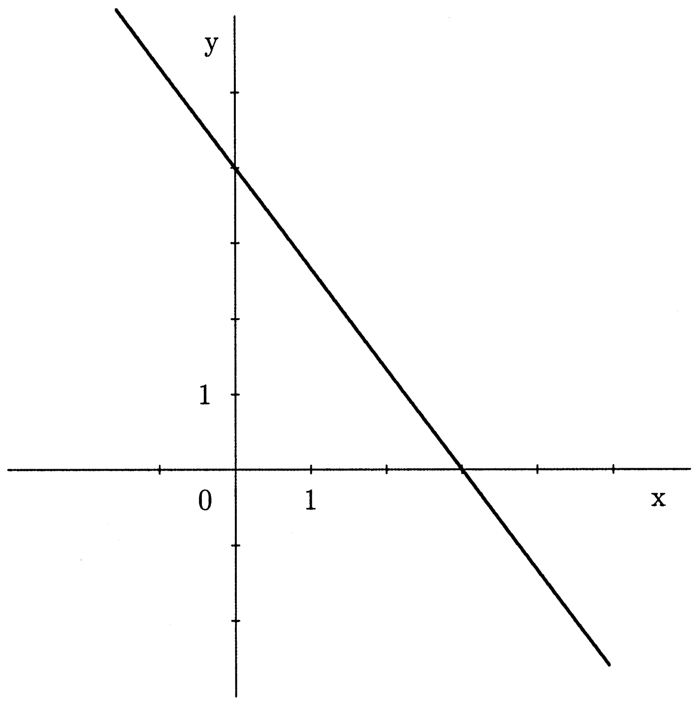
Megoldás és pontozás:

A megoldás eljárása .... 2* pont

Megoldás: $x = 0,\ y = 2$ .... (1+1) 2 pont

2) Határozza meg az ábrán levő egyenes iránytényezőjét, majd írja fel az egyenletét!

(4 pont)



Megoldás és pontozás:

Az iránytényező meghatározása: $k = -\frac{4}{3}$ .... (1*+1) 2 pont

Az egyenes egyenletének felírása: $y = -\frac{4}{3}x + 4$ vagy $4x + 3y - 12 = 0$

vagy $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$ .... (1*+1) 2 pont

3) A koordináta-rendszer origóján két egyenes halad át. Az egyik az $A(3,3)$, a másik a $B(6,3)$ ponton halad át.

(Összesen 15 pont)

a) Rajzola meg mindkét egyenest, és írja fel az egyenletüket!

(6 pont)

b) Számítsa ki percnyi pontossággal a két egyenes hajlásszögét!

(6 pont)

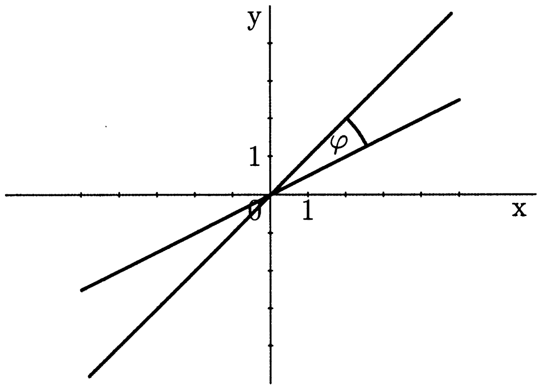
c) Az OAB háromszöget a koordináta-rendszer origója, az A és a B pont határozza meg. Számítsa ki a háromszög területét!

(3 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 6 pont

Az egyenesek megrajzolása ....(1+1) 2 pont



Az első egyenes megrajzolása: $y = x$ .... 2 pont

A második egyenes megrajzolása: $y = \frac{1}{2}x$ .... 2 pont

b) 6 pont

<u>1. mód</u>

Az első egyenes hajlásszöge: $\alpha_1 = 45^\circ$ .... 2 pont

A második egyenes hajlásszöge: $\alpha_2 = 26^\circ 34'$ .... 2 pont

A közbezárt szög: $\varphi = \alpha_2 - \alpha_1 \doteq 18^\circ 26'$ .... 2 pont

<u>2. mód</u>

Az egyenesek iránytényezői: $k_1 = 1,\ k_2 = \frac{1}{2}$ ....(1+1) 2 pont

A megfelelő képlet alkalmazása: .... 1 pont

A közbezárt szög: $\varphi \doteq 18^\circ 26'$ ....(1*+2) 3 pont

c) 3 pont

Az OAB háromszög területe: $S = \frac{9}{2}(4,5)$ ....(1*+2) 3 pont

3.2 Másodfokú függvény, hatványfüggvény és másodfokú egyenlet

1) Adott az $f(x) = -x^2 + 2x + 8$ függvény. Határozza meg a függvény grafikonjának a tengelypontját és a koordinátatengelyekkel való metszéspontjait!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:
A tengelypont meghatározása
Tengelypont, pl.: $T(1,9)$ ali $p = 1,\ q = 9$ ....(1*+1) 2 pont

A koordinátatengelyekkel való metszéspontok
Az ordinátatengellyel való metszéspont: $f(0) = 8$ vagy $N(0,8)$ .... 1 pont
Zérushelyek, ill. az abszcisszatengellyel való metszéspontok a képlet alapján vagy felbontással
$x_1 = 4,\ x_2 = -2$ vagy $A(-2,0),\ B(4,0)$ .... 2 pont

2) Adott az $f(x) = -x^2 - x + 6$ és $g(x) = x + 3$ függvény.

(Összesen 15 pont)

a) Rajzolja meg közös koordináta-rendszerben mindkét függvény grafikonját!

(7 pont)

b) Számítsa ki a grafikon metszéspontjainak koordinátáit!

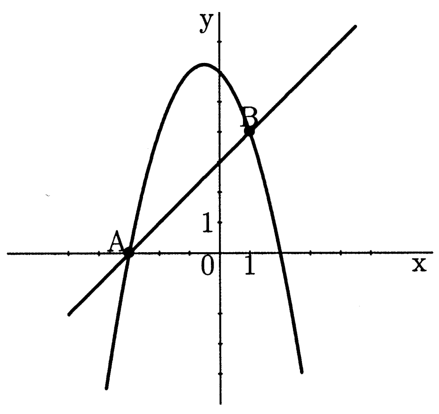
(5 pont)

c) Számítsa ki a két metszéspont távolságát! Vezzese le az eredmény részgyökvonását!

(3 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 7 pont



Az egyenes megrajzolása: .... 1 pont
A parabola megrajzolása:.................... 6 pont

Ennek:
zérushelyei: $x_1 = -3,\ x_2 = 2$ .... 1 pont
tengelypontja: $T\left(-\frac{1}{2}, 6\frac{1}{4}\right)$ .... 2 pont
A parabola és az ordinátatengely metszéspontja: $N(0,6)$ .... 1 pont
A helyes parabola .... 2 pont

b) 5 pont

A felállított egyenlet, pl.: $-x^2 - x + 6 = x + 3$ .... 1 pont

A rendezett egyenlet, pl.: $x^2 + 2x - 3 = 0$ .... 1 pont

Az egyenlet megoldásai: $x_1 = 3$, $x_2 = 1$ ....(1*+1) 2 pont

Az ordináták kiszámítása: $y_1 = 0$, $y_2 = 4$ .... 1 pont

c) 3 pont

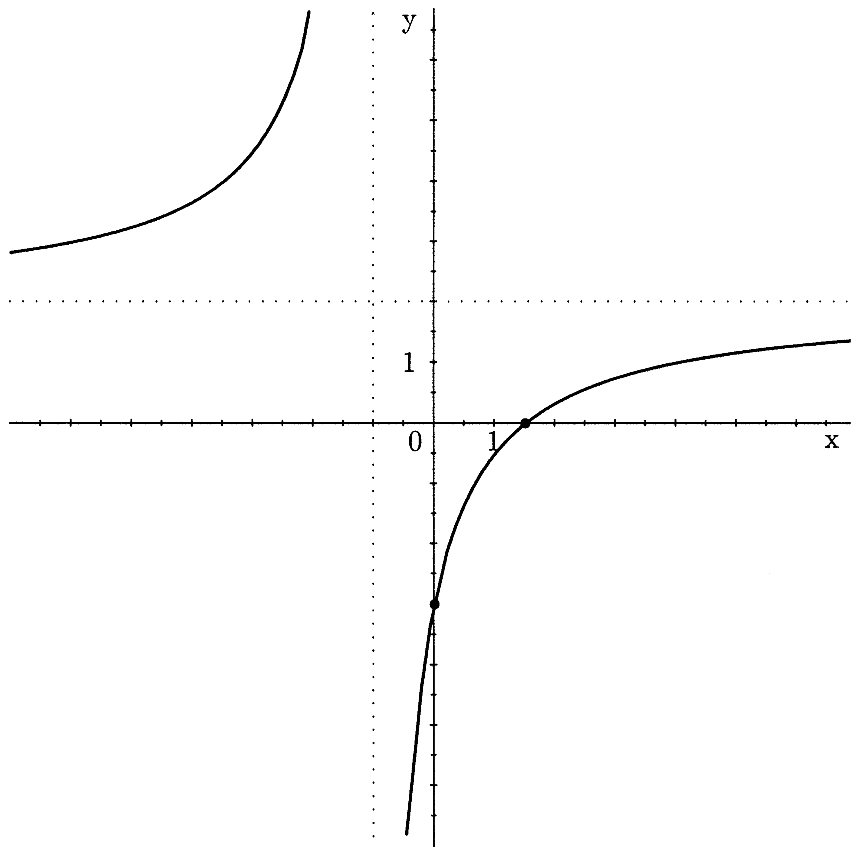
A távolság kiszámítása: $\sqrt{32}$ ....(1*+1) 2 pont

Megoldás: $4\sqrt{2}$ .... 1 pont

3.3 Polinomok és racionális függvények

1) Az ábrán egy függvény grafikonja látható. Írja fel a függvény vízszintes aszimptotájának egyenletét, a pólusát és a zérushelyét! Állapítsa meg és írja fel a függvény negatív értékeinek intervallumát!

(5 pont)



Megoldás és pontozás:

Vízszintes aszimptota: $y = 2$ .... 1 pont

Pólus: $x = -1$ .... 1 pont

Zérushely: $x = \frac{3}{2}$ .... 1 pont

A függvény negatív értékei az $\left(-1, \frac{3}{2}\right)$ intervallumon vannak, illetve a

$-1 < x < \frac{3}{2}$-re vonatkoznak............ (1+1) 2 pont

2) Adott a $p(x) = \frac{1}{2}(x+1)(x-2)^2$ polinom.

(Összesen 15 pont)

a) Határozza meg a polinom zérushelyeit és grafikonjának metszéspontját az ordinátatengellyel!

(3 pont)

b) Rajzolja meg a polinom grafikonját!

(4 pont)

c) Számítsa ki a polinomgrafikon és az $y = 2x + 2$ egyenletű egyenes metszéspontját!

(8 pont)

Megoldás és pontozás:

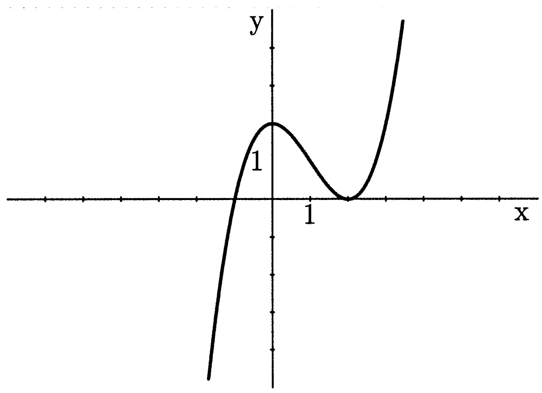
a) 3 pont

Zérushelyek: $x_1 = -1$, $x_{2,3} = 2$ .... 2 pont

$f(0) = 2$ vagy $N(0,2)$ .... 1 pont

b) 4 pont

Grafikon: .... 4 pont



c) 8 pont

Az egyenlet felállítása, pl.: $\frac{1}{2}(x+1)(x-2)^2 = 2x + 2$ .... 1 pont

Az egyenlet egyszerűsítése, pl.: $x^3 - 3x^2 - 4x = 0$ .... (1*+1) 2 pont

Az egyenlet megoldásai: $x_1 = -1$, $x_2 = 0$, $x_3 = 4$ .... (1*+1) 2 pont

A metszéspontok meghatározása: $P_1(-1,0)$, $P_2(0,2)$, $P_3(4,10)$,

mindegyik 1 pont, összesen .... 3 pont

3) Adott az $f(x)=\dfrac{2x+2}{x-1}$ függvény.

(Összesen 15 pont)

a) Határozza meg a zérushelyét, pólusát, vízszintes aszimptotáját és az ordinátatengellyel való metszéspontját!

(4 pont)

b) Rajzolja meg a függvény grafikonját, majd írja fel az értelmezési tartományát és értékkészletét!

(7 pont)

c) Számítsa ki az $f(x)$ függvénygrafikon és az $y=1$ egyenletű egyenes metszéspontját!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 4 pont

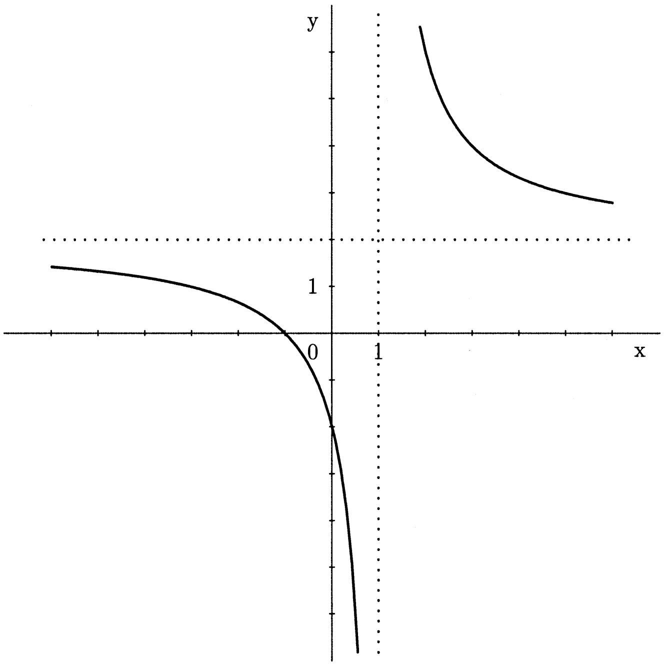
Zérushely: $x_1=-1$ .... 1 pont

Pólus: $x_2=1$ .... 1 pont

Vízszintes aszimptota: $y=2$ .... 1 pont

Metszéspont az ordinátatengellyel: $f(0)=-2$ vagy $N(0,-2)$ .... 1 pont

b) 7 pont



A grafikon az $M(-1,0)$ és $N(0,-2)$ pontokon halad át

(a grafikon és a koordinátatengelyek metszéspontjai)........ 2 pont

Mindkét aszimptota megrajzolása........ 1 pont

A grafikon mindegyik ága 1 pont, összesen........ 2 pont

Az értelmezési tartomány: A valós számok halmaza az 1 nélkül ill.

a szimbólumos felírás, pl.: $D_f=\mathbb{R}-\{1\}$ .... 1 pont

Értékkészlet: A valós számok halmaza a 2 nélkül, ill.

a szimbólumos felírás, pl.: $Z_f=\mathbb{R}-\{2\}$ .... 1 pont

c) 4 pont

Az egyenlet felállítása, pl.: $\frac{2x+2}{x-1}=1$ ... 1 pont

Az egyenlet megoldása: $x=-3$ ... (1*+1) 2 pont

A metszéspont felírása: $P(-3,1)$ ... 1 pont

4. TRANSZCENDENS FÜGGVÉNYEK ÉS EGYENLETEK

4.1 Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény

1) Oldja meg a $\log(3x+1)+\log(x-2)=\log(2x+4)$ egyenletet!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

Felírás: $\log[(3x+1)(x-2)]=\log(2x+4)$ vagy

rövidebben $(3x+1)(x-2)=2x+4$ ... 1 pont

Az egyenlet rendezése, pl.: $3x^2-7x-6=0$ ... 1 pont

A másodfokú egyenlet megodásai: $x_1=3$, $x_2=-\frac{2}{3}$ ... (1*+1) 2 pont

Az a megállapítás, hogy $x_1=3$ az eredeti egyenlet megoldása,

az $x_2=-\frac{2}{3}$ pedig nem ... 1 pont

2) Oldja meg az egyenleteket:

a) $3^{2x-5}=27$ b) $\log_2\left(\frac{1}{4}\right)=x$!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

a) Eljárás, pl.: $3^{2x-5}=3^3$ ... 1 pont

Az egyenlet felállítása, pl.: $2x-5=3$ ... 1 pont

Megoldás: $x=4$ ... 1 pont

b) Eljárás: pl.: $2^x=\frac{1}{4}$ ... 1 pont

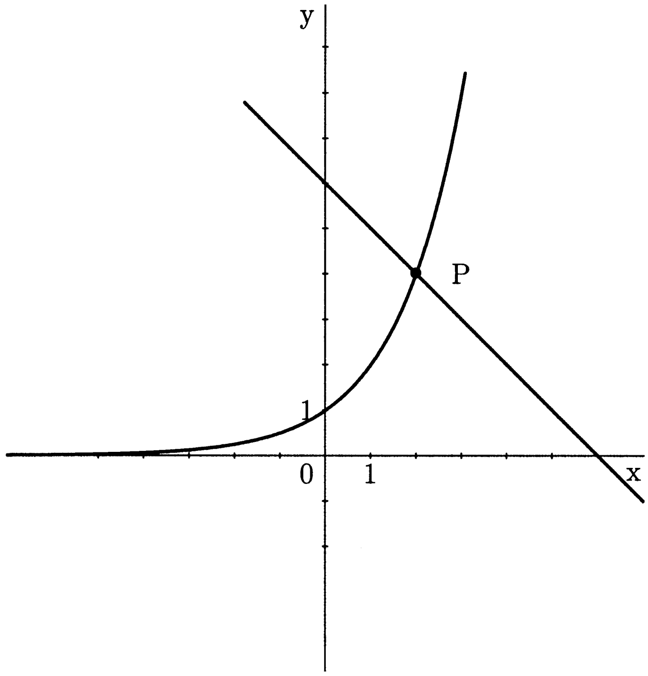
Megoldás: $x=-2$ ... 1 pont

3) Adott az $f(x) = 2^x$ és $g(x) = -x + 6$ függvény. Rajzolja meg közös koordináta-rendszerben mindkét függvény grafikonját! A képről olvassa le a metszéspontjuk koordinátáit! Ellenőrizze számítással a megoldást!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

Az exponenciális függvény grafikonjának megrajzolása .... 2 pont
Az egyenes megrajzolása .... 1 pont



A metszéspont meghatározása: $P(2,4)$ .... 1 pont
Kiszámítás, pl.: $f(3) = 2^2 = 4$ és $g(2) = -2 + 6 = 4$ .... 1 pont

4.2 Szögfüggvények

1) Rajzolja meg az $f(x) = 2\sin x$ függvény grafikonját!

(5 točk)

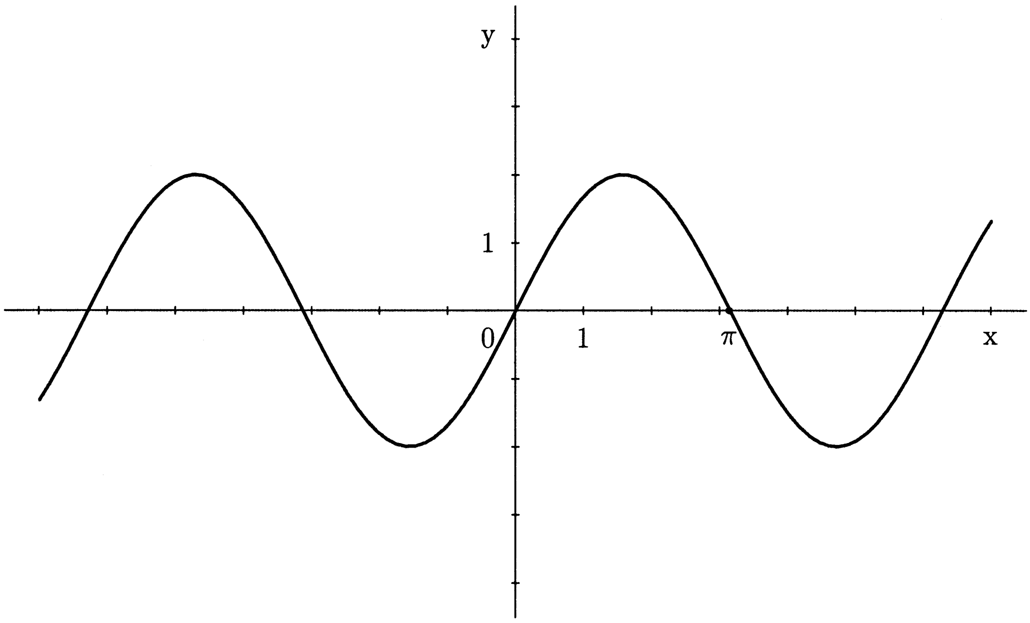
Megoldás és pontozás:

<u>1. mód</u>

A periódus fegyelembevétele: 2π .... 1 pont
Az amplitudó figyelembevétele: 2 .... 1 pont
A zérushely figyelembevétele (csak az ábrán): $k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ .... 1 pont
Helyes szinuszgörbe .... 2 pont

<u>2. mód</u>

Kiszámított (felírt) zérushelyek, pl. : $\dots\ -2\pi,\ \pi,\ 0,\ \pi,\ 2\pi,$ .... 1 pont
Kiszámított (felírt) extrémumok, pl.: $+2\ -\frac{3\pi}{2}$-nél és $\frac{\pi}{2}$-nél és (vagy)
$-2\ -\frac{\pi}{2}$-nél és $\frac{3\pi}{2}$-nél .... 1 pont
Az amplitudó figyelembevétele: 2 .... 1 pont
Helyes szinuszgörbe .... 2 pont



5. SOROZATOK ÉS KAMATOSKAMAT-SZÁMÍTÁS

1) Az anya, az apa és a fiú életkora egy 4-es különbségű számtani sorozat tagjai. A fiú 13 éves. Az ő életkora a sorozat első, az anya életkora a sorozat hetedik, az apa életkora pedig a sorozat kilencedik tagja. Számítsa ki, hány éves az anya, és hány éves az apa!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

Az $a_7 = a_1 + 6 \cdot d$ felírás vagy az $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ felírás alkalmazása,
majd az $a_7 = 37 \left(\text{vagy } a_9 = 45\right)$ kiszámítása ....(1*+1) 2 pont
Az apa (vagy az anya) életkorának kiszámítása .... 1 pont
Válasz: Az anya 37, az apa pedig 45 éves .... 1 pont

2) Adott egy számtani sorozat, amelynek különbsége -3. E sorozat ötödik tagja egyenlő az első tag egyhetedével. Számítsa ki a sorozat hatodik tagját!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

A számtani sorozat általános tagja felírásának figyelembevétele .... 1 pont
Az 1. és az 5. tag közti kapcsolat figyelembevétele, p.: $a_5 = \frac{a_1}{7}$ .... 1 pont
Az egyenlet felírása, pl.: $a_1 - 12 = \frac{a_1}{7}$ .... 1 pont
Megoldás: $a_1 = 14$ .... 1 pont
Kiszámítás: $a_6 = -1$ .... 1 pont

3) 1998-ban az A és B gyár egyenlő számú terméket gyártott, éspedig mindegyik 120000-et. Utána az A gyár évente $10\ \%$-kal növelte a termékek számát, a B gyár pedig évente 12000 termékkel.

(Összesen 15 pont)

a) Hány terméket gyártanak 2002-ben az A és a B gyárban a termelés ilyen növekedése mellett?

(5 pont)

b) Hány százalékkal volt 2001-ben az A gyár termelése nagyobb a B gyár termelésénél?

(6 pont)

c) Hány darab terméket gyártott az A gyár 1998 kezdetétől 2001-ig bezárólag?

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 5 pont

Felállítás, pl.: $A_{2002} = A_{1998} \cdot 1{,}1^4$ .... 2 pont

Kiszámítás (ill. válasz) $A_{2002} = 175692$ .... 1 pont

Felállítás, pl.: $B_{2002} = 120000 + 4 \cdot 12000$ .... 1 pont

Kiszámítás (ill. válasz) $B_{2002} = 168000$ .... 1 pont

b) 6 pont

Felállítás és kiszámítás, pl.: $A_{2001} = 120000 \cdot 1{,}1^3 = 159720$ ....(1*+1) 2 pont

Felállítás és kiszámítás, pl.: $B_{2001} = 120000 + 3 \cdot 12000 = 156000$ .... 1 pont

A keresett százalék felállítása és kiszámítása,

pl.: $p = \dfrac{A_{2001}}{B_{2001}} (\doteq 1{,}0238\ ...)$ ....(1*+1) 2 pont

Válasz: Körülbelül $2\ \%$-kal $\left(\text{vagy } 2{,}4\ \% \text{ vagy } 2{,}38\ \%\text{-kal}\right)$ .... 1 pont

c) 4 pont

1. mód

Felállítás, pl.: $\Sigma A_{1998-2001} = \dfrac{120000 \cdot (1{,}1^4 - 1)}{1{,}1 - 1}$ ....(2*+1) 3 pont

Megoldás: $\Sigma A_{1998-2001} = 556920$ .... 1 pont

2. mód

Az egyes évek termékei számának kiszámítása, pl.:

$120000,\ 132000,\ 145200 \text{ és } 159720$ ....(2*+1) 3 pont

Összeg, ill. válasz: 556920 .... 1 pont

4) A sorozat első két tagja 3 és 6.

(Összesen 15 pont)

a) Határozza meg a sorozat következő két tagját úgy, hogy a sorozat számtani sorozat legyen! E sorozat hányadik tagjának az értéke 105? Számítsa ki e sorozat első 50 tagjának az összegét!

(6 pont)

b) Határozza meg a sorozat következő két tagját úgy, hogy a sorozat mértani sorozat legyen! E sorozat hányadik tagjának az értéke 24576? Számítsa ki e sorozat első 20 tagjának az összegét!

(6 pont)

c) A 3 és 6 számok azon végtelen sorozat első két tagja, amelynek az általános tagja $a_n = 3n,\ n \in \mathbb{N}$. Növekvő vagy csökkenő-e ez a sorozat? Korlátozott-e a sorozat? A válaszát magyarázza meg!

(3 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 6 pont

A következő két tag felírása: $9,\ 12$ ....(1+1) 2 pont

Az egyenlet felírása, pl.: $105 = 3 + (n-1)\cdot 3$ .... 1 pont

Megoldás: $n = 35$ ....(1*+1) 2 pont

Az összeg kiszámítása: $s_{50} = 3825$ .... 1 pont

b) 6 pont

A következő két tag felírása: $12,\ 24$ ....(1+1) 2 pont

Az egyenlet felírása, pl.: $24576 = 3\cdot 2^{n-1}$ .... 1 pont

Megoldás: $n = 14$ ....(1*+1) 2 pont

Az összeg kiszámítása: $s_{20} = 3\cdot\dfrac{2^{20}-1}{2-1} = 3\cdot\left(2^{20}-1\right)$ .... 1 pont

c) 3 pont

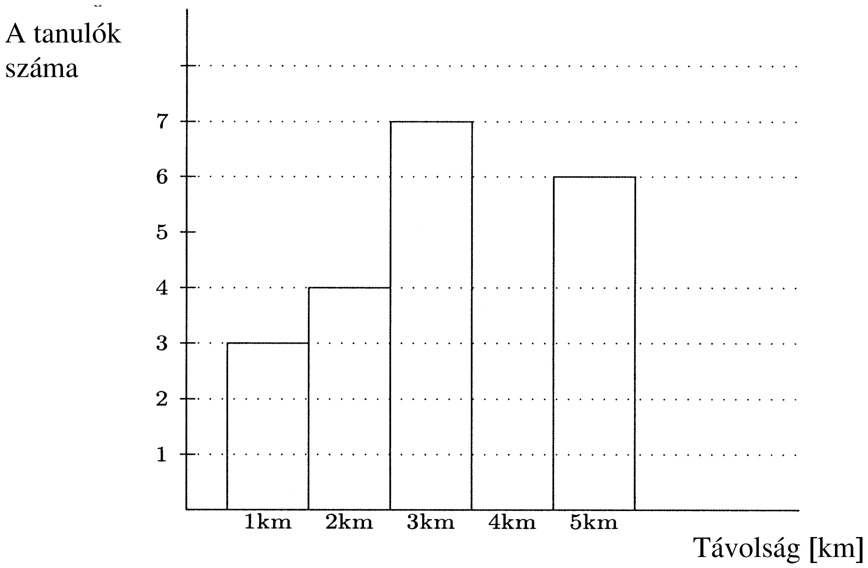
A $3,\ 6,\ 18$ ... sorozat növekvő .... 1 pont

A sorozat nem korlátozott .... 2 pont

Ebből 1 pont az elmagyarázásra, pl.: mert felülről nem korlátozott.

6. STATISZTIKA

1) A 3.a osztály tanulói különböző hosszúságú utat tesznek meg az iskoláig. Az adatok az ábrán láthatók:



Állapítsa meg az osztályban levő diákok számát, és számítsa ki az osztály diákjainak az iskolától való átlagos távolságát!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

A diákok száma: 20 .... 1 pont

Az átlagos távolság: $3{,}1\ \mathrm{km}$ ....(1*+2) 3 pont

6.4 ÚTMUTATÓ a szakmai érettégi vizsga írásbeli része feladatainak ÉRTÉKELÉSÉHEZ

Az útmutató néhány általános utasítást szeretne nyújtani a matematika szakmai érettségi vizsga írásbeli része feladatainak pontozásához. Ezek az általános utasítások nem kötődnek egyes feladatokhoz vagy a feladatok tartalmazta tananyaghoz, az adott megoldókulcsban pedig nem jelennek meg külön követelmények a keletkezett problémával kapcsolatban.

Az útmutató az értékelők és a jelöltek részére készült.

1. Alapszabály

Az a jelölt, aki bármilyen helyes módon eljutott a helyes megoldásig (akkor is, ha a megoldókulcs ezzel a módszerrel nem számolt), maximális pontszámot kap.

Helyes módszernek számít minden eljárás, amely:

- értelmesen figyelembe veszi a feladat szövegét,
- a probléma megoldásához vezet,
- matematikai szempontból helyes és teljes.

Az alapszabály nem érvényesül azoknál a feladatoknál, amelyeknél a megoldási mód elő van írva, pl.: ˝Oldja meg grafikus módon!˝. Ebben az esetben minden más módszer hibának, illetve nem teljes megoldásnak számít.

2. Az eredmény és az eljárás helyessége

a) Azokban a feladatokban, amelyekben az utasítás ˝Számítsa ki pontosan!˝ vagy ˝Az eredmény pontos legyen!˝, a számokat pontosan kell felírni, tehát analitikus alakban, pl.: π, e, $\ln\ 2$, $\sqrt[3]{5}$ … Az összes közbülső eredményt is pontosan kell megadni. A végeredményeket megfelelően egyszerűsíteni kell: a törteket és a törtes kifejezéseket redukált alakban, a gyökökből részben gyököt kell vonni, az egynemű tagokat össze kell adni ...

b) Azokban a feladatokban, amelyekben követelmény a pontosság (pl.: ˝Számítsa ki két tizedesre!˝), a végeredményt az előírt pontossággal és megfelelően kerekítve kell felírni. A $\doteq$ (körülbelül egyenlő) felírás kötelező. A részeredményeket nagyobb pontossággal kell kiszámítani (igyekezzünk pontosan számítani, ha lehet), különben megtörténhet, hogy a végeredmény nem lesz elég pontos.

c) Egyes feladatokat megoldhatunk számítással és grafikus módon is. Mivel a grafikus módszer általában nem pontos, inkább ne alkalmazzuk! Csak azoknál a feladatoknál vegyük megfelelőként figyelembe, amelyek ezt a módszert kimondottan előírják. Ha egy egyszerű eredmény a grafikonról leolvasható, számítással bizonyítsuk helyességét!

d) Ha a feladat szövege kérdés formájú (a végén ˝?˝ van), a válasz teljes mondatot követel.

e) Ha a jelölt a megoldásban az eljárás egy részét áthúzta, az áthúzottat nem pontozzuk.

f) Ha az adatok közt mértékegységek is szerepelnek, pl. cm, kg, SIT …, akkor a végeredményeknek is tartalmazniuk kell ezeket. Meghatározott egység használata csak akkor kötelező, amikor ez kimondottan elő van írva, különben bármelyik értelmes egység elfogadható. Ha a jelölt az ilyen feladatban az egységet nem írja fel, az eredményért nem kap pontot. A részeredmények lehetnek egység nélkül is.

g) A szögeket a mértani feladatokban (két egyenes hajlásszöge, a háromszög szöge …) fokokban és századfokokban, vagy fokokban és percekben fejezzük ki.

3. A függvények grafikonjai

Ha a koordináta-rendszer már adva van, akkor azt vesszük figyelembe – nem változtatjuk az egységeket, nem toljuk el a tengelyeket. Ha magunk rajzolunk koordináta-rendszert, kötelező megjelölnünk a tengelyeket, valamint minden tengelyen az egységeket. Általában mindkét tengelyen egyenlő nagyságú egységeket válasszunk!

A koordináta-renszer meghatározza a grafikonok rajzolásának határait. A grafikont meg kell rajzolni a koordináta-rendszer végéig (ha a függvény odáig van értelmezve).

A szinusz- és a koszinuszfüggvények esetében figyelembe kell venni a szélsőértékeket (extrémumokat).

A grafikon az adott függvénynek esztétikai szempontból is feleljen meg: szabályos körívek, a konkáv, illetve konvex grafikon figyelembevétele, viselkedés a jellegzetes pontok környezetében (zérushelyek, pólusok, a koordinátatengelyekkel való metszéspontok …).

4. Ábrák

Az ábrán jelölöljünk minden olyan mennyiséget, amely adatként, részeredményként vagy végeredményként szerepel a feladatban. A mértani síkidomoknál és testeknél az oldalak, csúcsok, élek jelölésekor az általános megállapodásoknak megfelelően járjunk el. Ezek a szabályok a tankönyvekben megtalálhatók.

Az ábra feleljen meg az általa ábrázolt idom vagy test főbb jellemzőinek. A kiszámított mennyiségek jelölései egyezzenek meg az ábra jelöléseivel.

5. Szerkesztési feladatok

A szerkesztési feladatokat körzővel és vonalzóval oldjuk meg.

Mindig meg kell szerkeszteni az összes (nem egybevágó) megoldást, amelyet az adatok meghatároznak. Ezekben a feladatokban legelőször ábrát készítsünk. Az ábrán levő jelölések egyezzenek meg a képen levő jelölésekkel. Ha a síkidom fekvése nincs megadva, a szerkesztést tetszőleges kezdőpontban kezdhetjük tetszőleges irányban, ügyelve arra, hogy a teljes szerkesztés kiférjen a feladatlapra.

A nehezebb szerkesztési feladatoknál szavakkal is írjuk le a szerkesztési eljárást!

6. Botlások, hibák és súlyos hibák (utasítás az értékelőknek)

Botlásnak a figyelmetlenség okozta hibát tekintjük, pl. az adatok másolásakor, a részeredmények másolásakor ejtett hibák.

Hibának tekintjük a számtani művelet hibás ereményét, pl.: $3 \cdot 7 = 18$ (de pl. a $2^3 = 6 \text{ nem}$), a szerkesztésnél vagy a függvénygrafikonok megrajzolásánál való pontatlanságot (pl.: a vonal meredeksége, görbeség ...).

Súlyos hiba az a hiba, amely a szabályok és törvények nem ismerése miatt következett be, pl:. $2^3 = 6$, $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5}{8}$, $\log x + \log 3 = \log(x+3)$, $\sqrt{16 - x^2} = 4 - x$.

Ha a feladat ***n*** pontot ér, akkor a következő módon járunk el:

a) Botlás vagy hiba esetén 1 pontot levonunk.

b) Ha a súlyos hiba a megoldási eljárás elején van, a feladatot 0 ponttal értékeljük, egyébként a súlyos hibáig értékeljük (ha lehetségesek a részpontok).

c) Az összetett feladatok mindegyik részében külön-külön figyelembe vesszük mindkét fenti szabályt.

6.5 Szóbeli vizsga

A szóbeli vizsga kérdéseit az iskolában tanító tanárok állítják össze. Elkészítik a vizsgán alkalmazott lapokat is, amelyek három-három kérdést tartalmaznak. A kérdések különböző témakörökből legyenek.

A vizsgalap mintája:

1. Mi egy polinom gyöke (egyszerű, többszörös)?
   Feladat: Határozza meg a $p(x) = 4x^3 - 2x^2 - 4x + 2$ *polinom összes gyökeit!*

2. Mi a paralelogramma? Sorolja fel, milyen különleges paralelogrammát ismer! Miképpen számítjuk ki a paralelogramma területét és kerületét?

3. Mikor számtani egy sorozat? Írja fel a számtani sorozat általános tagját és az első *n* tag összegének a képletét!
   Feladat: A számtani sorozat negyedik tagja 10, *a differenciálja pedig* -2. *Számitsa ki ezen sorozat első tagját, és írja fel a sorozat általános tagját!*

A szóbeli vizsga értékelése

Az egyes kérdések 0–10 pontot érnek.

A pontozásnál a következő kritériumokat vesszük figyelembe:

- a válasz tartalmának szabályossága
- a matematikai nyelv alkalmazása
- indoklás
- a megállapítások megformázása
- kommunikáió

Ha a kérdés feladatot is tartalmaz, a jelölt a feladatra maximum 4 pontot kap a feladatmegoldás eljárásának szabályossága, az eredmény pontossága, a grafikonok esztétikus képe, a felírás érthetősége, a szabályos egységek alkalmazása és az önállóság alapján. A maradék pontokat a jelölt a fent említett kritériumok megfelelő alkalmazásával kapja meg.

7. AJÁNLOTT FORRÁSOK ÉS IRODALOM

Az érettségi vizsgára való felkészülésben a diákok a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa által jóváhagyott tankönyveket és taneszközöket használják. A jóváhagyott tankönyvek és taneszközök jegyzéke a Középiskolai tankönyvkatalógusban található, amely a Szlovén Köztársoság Oktatási Intézete honlapján www.zrss.si olvasható.

A MATEMATIKA SZAKMAI ÉRETTSÉGI TANTÁRGYI VIZSGAKATALÓGUS

A katalógust készítették:
Svjetlana Ćirkovič
Marjan Hafner
Draga Jan
Jože Pavlišič
Majda Škrinar-Majdič

Nyelvi lektor:
Helena Škrlep

Fordította:
Silvija Vučak Virant

Lektorálta:
dr. Anna Kolláth

A vizsgakatalógus a Szlovén Köztársaság Közöktatási Szaktanácsa a 2005. június 16-i, 80. ülésén fogadta el, és a 2007. évi tavaszi vizsgaidőszaktól az új vizsgakatalógus hatályba lépéséig érvényes.
A katalógus érvényességéről az adott évben az évi szakmai érettségi vizsgakatalógus rendelkezik.

Kiadta
DRŽAVNI IZPITNI CENTER
A kiadásért felel: **mag. Darko Zupanc**

Szerkesztő:
Joži Trkov

Formázás: Barbara Železnik Bizjak

Tördelés: Dinka Zec
Nyomda: Državni izpitni center
Ljubljana 2005

A katalógus ára: 910,00 SIT

A tudáskatalógus belső használatra készült.