

**Programma per l'esame di maturità professionale**

# **Matematica**

■ **POKLICNA MATURA**

**Il Programma per l'esame di Maturità professionale ha validità dalla sessione primaverile dell'anno 2007 fino a quando entra in uso quello nuovo.**

**La validità del Programma per l'anno in cui il candidato deve sostenere l'esame di maturità è indicata nel Catalogo dell'esame di maturità professionale.**

**Ljubljana 2005**



# SOMMARIO

1. Introduzione	4
2. Obiettivi dell'esame	5
3. Struttura e valutazione	6
3.1 Rappresentazione schematica dell'esame	6
3.2 Tipi di quesiti e loro valutazione	7
4. Contenuti dell'esame	8
5. Adattamenti per candidati disabili e svantaggiati	14
6. Allegati	15
6.1 Simboli matematici	15
6.2 Formule alegate al fascicolo d'esame	18
6.3 Esempi di quesiti d'esame	20
6.4 Indicazioni per valutare la parte scritta dell'esame	38
6.5 Parte orale dell'esame	40
7. Bibliografia e materiali consigliati	41

## 1. INTRODUZIONE

Il presente catalogo è destinato ai candidati che sceglieranno la matematica quale terza materia da affrontare all'esame di maturità professionale.

Esso fa riferimento al catalogo del sapere per le scuole tecniche, ovvero per l'istruzione tecnico professionale, che prevede 385 ore d'insegnamento di matematica, nonché al Regolamento sulla maturità negli istituti tecnici e alla Legge sull'esame di maturità (Boll. Uff. della RS, n. 15/03).

L'esame di matematica comprende una parte scritta ed una parte orale.

Nel catalogo sono descritti gli obiettivi da verificare, la struttura dell'esame, i punteggi in esso attribuiti e la relativa valutazione. Gli argomenti oggetto di verifica sono sistemati in due colonne: nella prima sono elencati i contenuti ed i concetti, nella seconda sono scritti gli obiettivi che vengono sottoposti a verifica.

Nel catalogo si trovano un elenco di simboli e uno di formule matematiche, che i candidati possono utilizzare durante la prova scritta. Inoltre, vengono proposti alcuni esempi di quesiti con le relative soluzioni e punteggi, e con indicazione dei criteri per la loro valutazione.

Infine, sono descritte le modalità di svolgimento dell'esame per i candidati disabili e svantaggiati.

## 2. OBIETTIVI DELL'ESAME

L'esame verifica se il candidato è in grado di:

- leggere un testo matematico e tradurlo in espressione matematica,
- usare la terminologia ed i simboli matematici,
- scrivere e risolvere quesiti matematici in modo sistematico, esatto, autonomo e ordinato,
- valutare un risultato,
- usare la matematica come linguaggio di comunicazione,
- eseguire calcoli numerici, valutare e scrivere un risultato con un determinato livello di precisione,
- applicare metodi adeguati nei calcoli,
- usare la calcolatrice tascabile,
- usare i requisiti base della geometria,
- riconoscere ed usare relazioni tra oggetti geometrici,
- applicare competenze matematiche in situazioni quotidiane.

## 3. STRUTTURA E VALUTAZIONE

### 3.1 Rappresentazione schematica dell'esame

L'esame di matematica comprende una parte scritta ed una orale. La parte scritta è unica per tutti i candidati a livello nazionale e si svolge in tutta la Slovenia nelle medesime date. La valutazione è interna e viene effettuata in ogni scuola dagli insegnanti della disciplina.

#### ■ Parte scritta

La prova scritta viene predisposta dalla commissione repubblicana di maturità per la matematica negli Istituti Tecnici, che prepara pure il relativo punteggio e le indicazioni per la valutazione

Fascicolo d'esame	Tempo a disposizione	Numero punti	Apporto al voto
1	120 minuti	70	70 %
Parte I		(40)	(40 %)
Parte II		(30)	(30 %)

**Gli strumenti e i materiali consentiti** durante la prova scritta sono: penna stilografica oppure penna a sfera, matita, gomma, calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e priva del calcolo letterale, compasso, squadra, righello e rapportatore. Il fascicolo d'esame comprende anche due pagine di formule che il candidato può consultare per risolvere i quesiti.

Per le costruzioni geometriche i candidati hanno l'obbligo di utilizzare gli strumenti in uso per la geometria. Per gli altri esercizi, hanno l'obbligo di presentare in modo chiaro e corretto il procedimento adottato, i calcoli intermedi e le deduzioni che conducono al risultato.

#### ■ Parte orale dell'esame

Le domande e le schede per la parte orale dell'esame vengono preparate in ogni scuola dagli insegnanti della disciplina e fanno riferimento al presente catalogo.

	Tempo a disposizione	Numero punti	Apporto al voto
3 domande	fino a 20 minuti	30	30 %

**Strumenti consentiti** durante la prova orale: penna stilografica oppure penna a sfera, matita, gomma, calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e priva del calcolo letterale, compasso, squadra, righello e rapportatore

Ogni candidato ha diritto a 20 minuti per prepararsi alla prova orale.

## **3.2 Tipi di quesiti e loro valutazione**

<b>Esame</b>	<b>Tipi di quesiti</b>	<b>Valutazione dei quesiti</b>
Parte I della prova scritta	9 quesiti brevi	5 quesiti da 4 punti ciascuno e 4 quesiti da 5 punti ciascuno.
Parte II della prova scritta	3 quesiti strutturati: il candidato ne deve scegliere e risolvere due	Per ciascun quesito si possono conseguire fino a 15 punti
Esame orale	3 domande estratte a sorte da una lista	Per ogni domanda si possono conseguire fino a 10 punti.

## 4. CONTENUTI DELL'ESAME

### ARGOMENTI

- Insiemi numerici
- Geometria
- Funzioni ed equazioni algebriche
- Funzioni ed equazioni trascendenti
- Successioni e calcolo del montante a regime di capitalizzazione composta
- Statistica

#### ■ Insiemi numerici

##### ■ CONTENUTI, CONCETTI

Numeri naturali, interi, razionali e reali.

Proprietà delle operazioni in tutti gli insiemi numerici.

Divisibilità in  $\mathbb{N}$  e in  $\mathbb{Z}$ .

Potenze con esponenti naturali e interi.

Numeri primi e numeri composti.

Criteri di divisibilità.

Divisori e multipli.

Espressioni.

Proprietà della relazione d'uguaglianza e di disuguaglianza.

Il teorema fondamentale della divisione.

Il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo.

Numeri razionali e numeri reali.

Frazioni.

Relazione d'ordine, uguaglianza e disuguaglianza e proprietà.

Scrittura decimale dei numeri.

Rapporti, quote, percentuali.

##### ■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Calcolare con i numeri naturali, interi, razionali e reali applicando le proprietà delle operazioni aritmetiche.
- Trovare multipli e divisori di numeri naturali e di numeri interi.
- Calcolare con le potenze con esponente naturale e intero e usare le proprietà del calcolo con le potenze.
- Calcolare con espressioni algebriche (potenza del binomio, fattorizzare la differenza dei quadrati, la differenza e la somma dei cubi, usare la regola di Viète).
- Conoscere la relazione di divisibilità e la relazione d'ordine.
- Conoscere ed usare il teorema fondamentale della divisione.
- Conoscere i numeri primi ed i numeri composti.
- Scomporre un numero composto in fattori primi.
- Trovare il massimo comune divisore di più numeri.
- Trovare il minimo comune multiplo di più numeri.
- Determinare se un numero è divisibile per 2, 3, 5, 9 e 10.
- Eseguire calcoli con frazioni numeriche e con frazioni algebriche.
- Trasformare una frazione in numero decimale.



L'asse reale.

Numeri irrazionali.

Scrittura decimale di un numero irrazionale.

Relazione d'ordine nell'insieme dei numeri reali  $\mathbb{R}$ .

Radice quadrata e cubica.

Arrotondamento.

Valore assoluto di un numero e sue proprietà.

Potenze con esponenti razionali.

Equazioni contenenti radicali.

- Trasformare un numero decimale periodico in frazione ridotta.
- Calcolare le percentuali.
- Calcolare la base, la quota e la ragione percentuale.
- Usare le proporzioni.
- Rappresentare i numeri reali sull'asse numerico (asse reale).
- Arrotondare.
- Stimare un risultato.
- Eseguire calcoli con i radicali.
- Estrarre radice parziale e razionalizzare il denominatore.
- Risolvere semplici equazioni e disequazioni contenenti il valore assoluto.
- Eseguire calcoli con potenze con esponente razionale.
- Calcolare con i radicali.
- Risolvere equazioni contenenti radici quadrate.

## ■ Geometria

### ■ CONTENUTI, CONCETTI

#### Geometria del piano

Concetti base della geometria.

Punti e rette nel piano e relazioni reciproche.

Distanza, segmento, retta di sostegno di un segmento, asse di simmetria, semiretta, angolo.

Triangolo, cerchio, poligono.

Teoremi del triangolo rettangolo.

Congruenza.

Similitudine.

### ■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Disegnare una retta, una semiretta, un segmento, un asse di simmetria, un cerchio, un'arco di circonferenza, una corda, una tangente.
- Distinguere i tipi di triangoli rispetto ai lati ed agli angoli.
- Conoscere i diversi tipi di angoli (consecutivi, adiacenti, acuti, ottusi, supplementari, ...).
- Calcolare con gli angoli.
- Conoscere ed applicare la definizione di congruenza tra i triangoli.
- Applicare i teoremi fondamentali sulla congruenza tra triangoli.
- Conoscere le unità di misura degli angoli e trasformare i gradi in radianti e viceversa.
- Saper usare le proprietà del triangolo, del parallelogramma e del trapezio quando si risolvono esercizi di calcolo oppure di costruzioni geometriche.
- Applicare il teorema di Pitagora.
- Costruire figure geometriche.
- Costruire la circonferenza inscritta e quella circoscritta al triangolo.

- Tracciare la tangente alla circonferenza da uno dei suoi punti e da un punto esterno ad essa.
- Conoscere ed applicare le proprietà dell'angolo alla circonferenza che insiste sul diametro.
- Conoscere ed applicare la definizione di similitudine tra i triangoli.

## Aree

Area del parallelogramma, del triangolo, del trapezio, del romboide e del cerchio.

Teorema dei seni.

Teorema del coseno.

- Conoscere le unità di misura dell'area.
- Calcolare l'area del parallelogramma, del triangolo, del trapezio, del romboide, del cerchio, del settore circolare.
- Applicare il teorema dei seni.
- Applicare il teorema del coseno.
- Conoscere e calcolare il perimetro di una figura, la lunghezza di un arco di circonferenza.
- Dati gli elementi adeguati calcolare l'area, il lato, l'angolo, il perimetro, l'altezza, il raggio della circonferenza inscritta e di quella circoscritta ad un triangolo.

## Area della superficie e volume dei solidi

Area della superficie e volume del prisma retto, del cilindro, della piramide, del cono e della sfera.

- Conoscere ed applicare le proprietà dei solidi retti (prisma, cilindro, piramide, cono) e sfera.
- Per un determinato solido, dati gli elementi, calcolare l'altezza del solido, lo spigolo laterale, quello di base, la diagonale spaziale, l'area della superficie laterale, l'area della sezione assiale, l'area della superficie totale ed il volume.
- Calcolare gli angoli, definiti dagli spigoli oppure dalle facce di un solido.

## ■ Funzioni ed equazioni algebriche

### ■ CONTENUTI, CONCETTI

#### Funzione ed equazione lineare

Sistema di coordinate cartesiane nel piano.

Insiemi di punti nel piano.

Distanza tra due punti.

Area e orientazione del triangolo.

Funzione lineare.  $x \mapsto kx + n$

Equazione della retta.

Equazione e disequazione lineare.

Sistemi di equazioni lineari.

### ■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Rappresentare semplici insiemi di punti nel piano.
- Calcolare la distanza tra due punti nel piano cartesiano.
- Calcolare l'area e determinare l'orientazione del triangolo se sono date le coordinate dei suoi vertici.
- Tracciare il grafico della funzione lineare.
- Conoscere il significato delle costanti  $k$  e  $n$ .
- Determinare lo zero della funzione e il suo valore per  $x = 0$ .

- Scrivere l'equazione della retta nel piano, in forma esplicita, implicita e segmentarla.
- Risolvere equazioni lineari.
- Risolvere disequazioni lineari.
- Risolvere sistemi di due e di tre equazioni lineari.
- Risolvere problemi che si possono tradurre in una equazione lineare oppure in un sistema di due equazioni lineari in due incognite.

## Funzioni ed equazioni di secondo grado, funzioni potenza

La funzione di secondo grado:

$$x \mapsto ax^2 + bx + c.$$

Discriminante.

Vertice, zeri e grafico della funzione di secondo grado.

Equazioni di secondo grado.

Applicazione della funzione e dell'equazione di secondo grado.

Disequazioni di secondo grado.

- Scrivere la funzione di secondo grado disponendo di dati diversi.
- Calcolare il vertice, gli zeri, l'intersezione della funzione con l'asse delle ordinate e tracciarne il grafico.
- Scrivere la funzione nella forma generale, usando le coordinate del vertice oppure usando gli zeri della funzione. Trasformare la sua equazione da una forma all'altra.
- Risolvere l'equazione di secondo grado ed altri quesiti che prevedono l'applicazione dell'equazione di secondo grado.
- Calcolare l'intersezione della parabola con una retta e l'intersezione di due parabole.
- Risolvere problemi che prevedono l'applicazione dell'equazione di secondo grado.
- Risolvere disequazioni di secondo grado.

## Polinomi e funzioni razionali

La funzione potenza.

Polinomi con coefficienti reali.

Operazioni con i polinomi e loro proprietà.

Teorema sulla divisione dei polinomi.

Zeri dei polinomi.

Algoritmo di Horner.

Grafico dei polinomi.

Funzioni razionali.

Equazioni e disequazioni razionali.

- Disegnare il grafico della funzione potenza con esponente intero.
- Eseguire calcoli con i polinomi (addizionare, sottrarre, moltiplicare e dividere).
- Scomporre un polinomio in fattori.
- Applicare il teorema sulla divisione dei polinomi (trovare il quoziente e il resto della divisione).
- Determinare gli zeri di un polinomio.
- Applicare l'algoritmo di Horner (Ruffini).
- Tracciare il grafico di un polinomio.
- Scrivere la funzione polinomiale usando i dati a disposizione.
- Risolvere disequazioni del tipo:
 
$$p(x) > 0, p(x) < 0, p(x) \geq 0, p(x) \leq 0.$$
- Conoscere la definizione e l'equazione della funzione razionale.
- Determinare gli zeri, i poli e gli asintoti orizzontali.
- Risolvere equazioni e disequazioni razionali.

## ■ Funzioni ed equazioni trascendenti

### ■ CONTENUTI, CONCETTI

#### Funzione esponenziale e logaritmica

Funzione esponenziale:

$$f(x) = a^x, a > 0, a \neq 1.$$

Proprietà e grafico della funzione esponenziale.

Equazione esponenziale.

Logaritmi.

Cambiamento di base dei logaritmi.

Funzione logaritmica.

Proprietà e grafico della funzione logaritmica.

Equazione logaritmica.

#### Funzioni goniometriche

Funzioni goniometriche di angoli acuti.

Definizione delle funzioni goniometriche

$$f(x) = \sin x$$

$$f(x) = \cos x$$

$$f(x) = \operatorname{tg} x$$

Proprietà delle funzioni goniometriche.

Teoremi di addizione.

Grafici delle funzioni goniometriche.

### ■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Disegnare il grafico di funzioni logaritmiche ed esponenziali (prive di spostamenti e dilatazioni).
- Risolvere equazioni esponenziali semplici (con base uguale, mettendo in evidenza il fattore comune).
- Acquisire il concetto di logaritmo.
- Applicare le regole per il calcolo logaritmico.
- Risolvere semplici equazioni logaritmiche.
- (usando anche la calcolatrice tascabile).
- Cambiare la base dei logaritmi usando la calcolatrice tascabile.
- Conoscere i logaritmi decimali e naturali.

- Conoscere ed applicare le definizioni delle funzioni goniometriche.
- Tracciare i grafici delle funzioni:  
 $f(x) = A \sin ax, f(x) = A \cos ax,$   
 $f(x) = \operatorname{tg} x$
- Calcolare gli zeri, le ascisse dei massimi e dei minimi delle funzioni goniometriche.
- Usare le relazioni tra le funzioni goniometriche aventi lo stesso angolo, aventi angoli complementari e angoli supplementari.
- Applicare la periodicità, la proprietà di funzione pari ovvero dispari alle funzioni seno, coseno e tangente.
- Calcolare l'angolo tra due rette.

## ■ Successioni e calcolo del montante a regime di capitalizzazione composta

### ■ CONTENUTI, CONCETTI

Definizione di successione  $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ .

Proprietà delle successioni (crescita, decrescita, limiti).

Somma dei primi  $n$  termini di una progressione aritmetica e geometrica.

Capitalizzazione semplice e composta.

### ■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Determinare le proprietà di una successione (crescente, decrescente, limitata).
- Disegnare il grafico di una successione.
- Acquisire la definizione di progressione aritmetica e di progressione geometrica.
- Calcolare la somma dei primi  $n$  termini di una progressione geometrica.
- Conoscere e distinguere la capitalizzazione semplice e quella composta.
- Calcolare il montante di un capitale e il periodo di capitalizzazione.

## ■ Statistica

### ■ CONTENUTI, CONCETTI

Concetti fondamentali della statistica.

Classifica e ordinamento di dati.

Rappresentazione di dati.

Valore medio e scarto quadratico medio.

### ■ OBIETTIVI DA VERIFICARE

- Usare i concetti fondamentali della statistica (popolazione, unità statistica, campione, variabile statistica).
- Ordinare i dati statistici.
- Usare il concetto di frequenza assoluta e frequenza relativa.
- Rappresentazione grafica dei dati statistici (istogramma, poligono delle frequenze, areogramma o torta).
- Determinare il valore medio – media aritmetica.
- Determinare le misure di variabilità: varianza e scarto quadratico medio.

## 5. ADATTAMENTI PER CANDIDATI DISABILI E SVANTAGGIATI

Le modalità di svolgimento e valutazione dell'esame di matematica vengono adattate per i candidati disabili e svantaggiati, già inclusi nei programmi d'istruzione con apposita delibera di orientamento, ma anche per altri candidati che, per giustificabili ragioni (infortunio, malattia) presentino menomazioni, impedimenti o disturbi di un certo tipo e grado. In questi casi, vale quanto previsto dall'articolo 4 della Legge sull'esame di maturità e dal capitolo *Adattamenti per i candidati disabili e svantaggiati* del Cdell'esame di maturità per gli Istituti tecnici.

## 6. ALLEGATI

### 6.1 Simboli matematici

#### 1. Insiemi

$\in$	è elemento di
$\notin$	non è elemento di
$\{x_1, x_2, \dots\}$	insieme i cui elementi sono $x_1, x_2 \dots$
$\{x; \dots\}$	insieme di tutti gli $x$ tali che ...
$\emptyset$	insieme vuoto
$\mathbb{N}$	insieme dei numeri naturali
$\mathbb{N}_0$	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
$\mathbb{Z}$	insieme dei numeri interi
$\mathbb{Z}^+$	insieme dei numeri interi positivi
$\mathbb{Z}^-$	insieme dei numeri interi negativi
$\mathbb{Q}$	insieme dei numeri razionali
$\mathbb{Q}^+$	insieme dei numeri razionali positivi
$\mathbb{Q}^-$	insieme dei numeri razionali negativi
$\mathbb{R}, (-\infty, \infty)$	insieme dei numeri reali
$\mathbb{R}^+, (0, \infty)$	insieme dei numeri reali positivi
$\mathbb{R}_0^+, [0, \infty)$	insieme dei numeri reali non negativi
$\mathbb{R}^-, (-\infty, 0)$	insieme dei numeri reali negativi
$\cup$	unione
$\cap$	Intersezione
$\setminus, -$	differenza di due insiemi
$[a, b]$	intervallo chiuso $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$
$[a, b), [a, b[$	Intervallo $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$
$(a, b], ]a, b]$	Intervallo $\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$
$(a, b), ]a, b[$	intervallo aperto $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$

## 2. Relazioni ed operazioni

$(a, b)$	coppia ordinata
$=$	è uguale a
$\neq$	non è uguale a
$\doteq$	è approssimativamente uguale a
$<$	è minore
$\leq$	è minore o uguale a
$>$	è maggiore di
$\geq$	è maggiore o uguale a
$+$	più
$-$	meno
$\cdot$	volte
$:$	diviso
$a b$	$a$ divide $b$
$MCD(a, b)$	massimo comune divisore dei numeri $a$ e $b$
$mcm(a, b)$	minimo comune multiplo dei numeri $a$ e $b$
$\Sigma$	simbolo della sommatoria
$ a $	valore assoluto di $a$

## 3. Geometria

$d(A, B)$	distanza tra i punti $A$ e $B$
$ AB $	lunghezza del segmento $AB$
$\sphericalangle$	angolo
$\triangle$	triangolo
$\parallel$	è parallelo a
$\perp$	è perpendicolare a
$\cong$	è congruente a
$\sim$	è simile a
$A(x, y)$	il punto $A$ di coordinate $x$ e $y$
$A$	area
$V$	volume
$A_t$	area totale
$R$	raggio della circonferenza circoscritta al triangolo
$r$	raggio della circonferenza inscritta al triangolo



## 4. Funzioni

$f$	funzione $f$
$f : A \rightarrow B$	applicazione di $A$ in $B$
$x \mapsto f(x)$	ad $x$ viene applicato $f(x)$
$D_f$	dominio della funzione $f$
$Z_f$	codominio (insieme dei valori) della funzione $f$

## 5. Statistica

$\bar{x}, \mu$	valore medio
$\sigma^2$	varianza
$\sigma$	scarto quadratico medio

## 6.2 Formule allegate al fascicolo d'esame

### 1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano

- **Area ( $A$ ) del triangolo di vertici  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :**

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

- **Angolo tra due rette:**  $\operatorname{tg} \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

### 2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con $A$ )

- **Triangolo:**

$$A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$$

$$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}, \quad s = \frac{a+b+c}{2}$$

- **Raggio della circonferenza inscritta ( $r$ ) e di quella circoscritta ( $R$ ) ad un triangolo:**

$$r = \frac{A}{s}, \quad \left( s = \frac{a+b+c}{2} \right); \quad R = \frac{abc}{4S}$$

- **Triangolo equilatero:**  $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

- **Romboide, rombo:**  $A = \frac{e \cdot f}{2}$ , **trapezio:**  $S = \frac{a+c}{2} \cdot v$

- **Lunghezza di un arco di circonferenza:**  $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$

- **Area di un settore circolare:**  $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$

- **Teorema dei seni:**  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$

- **Teorema del coseno:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

### 3. Aree e volumi dei solidi ( $B$ indica l'area di base)

- **Prisma e cilindro:**  $A_t = 2B + A_l$ ,  $V = B \cdot h$

- **Piramide:**  $A_t = B + A_l$ ,  $V = \frac{1}{3} B \cdot h$

- **Cono retto:**  $A_t = \pi r \cdot (r + s)$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 \cdot v$

- **Sfera:**  $A_t = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

#### 4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

#### 5. Funzione ed equazione di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:**  $V(p, q)$ ,  $p = -\frac{b}{2a}$ ,  $q = -\frac{D}{4a}$ ,  $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Zeri:**  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

#### 6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

#### 7. Successioni

- **Progressione aritmetica:**  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:**  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$

#### 8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$ ,  $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$
- **Varianza:**  $\sigma^2 = \frac{1}{k}[(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_k - \bar{x})^2]$
- **Scarto quadratico medio:**  $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$

## 6.3 Esempi di quesiti d'esame

Indicazioni: Il punto indicato con (\*) viene assegnato per il procedimento. Il candidato riceve questo punto se ha adottato un procedimento corretto, ma ha commesso qualche errore oppure ha inserito dei dati errati.

### 1. INSIEMI NUMERICI

1) Calcola il valore esatto dell'espressione:

$$2^{-2} + 3^0 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{-1} + 16^{\frac{1}{2}}$$

(4 punti)

Soluzione e valutazione:

Calcolo:  $\frac{1}{4} + 1 \cdot \frac{3}{4} + \sqrt{16} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} + 4$ , per ogni termine 1 punto, totale ..... 3 punti

Risultato: 5 ..... 1 punto

2) Il prezzo di un'automobile, comprensivo dell'imposta sul valore aggiunto del 19 % ammontava a 2380000 talleri. Quale prezzo ha oggi l'automobile se l'imposta sul valore aggiunto è del 20 % ?

(4 punti)

Soluzione e valutazione:

Per calcolare il prezzo senza l'IVA, per es.  $\frac{2380000}{1,19} = 2000000$  talleri ..... (1\* + 1) 2 punti

Per calcolare il prezzo nuovo, per es.:  $2000000 \cdot 1,20 = 2400000$  talleri ..... 1 punto

Risposta: Il prezzo odierno dell'automobile è di 2400000 talleri ..... 1 punto

3) In un'impresa il 25 % degli occupati possiede l'istruzione elementare, la metà possiede l'istruzione media, un sesto l'istruzione superiore ed i rimanenti 10 occupati possiedono l'istruzione universitaria. Calcola il numero di persone occupate nell'impresa.

(4 punti)

Soluzione e valutazione:

1° procedimento:

Per impostare l'equazione, per es.:  $\frac{25}{100}x + \frac{x}{2} + \frac{x}{6} + 10 = x$  ..... 1 punto

Soluzione dell'equazione:  $x = 120$  ..... (1\* + 1) 2 punti

2° procedimento:

$\frac{25}{100} + \frac{1}{2} + \frac{1}{6} = \frac{11}{12}$  ..... 1 punto

$\frac{x}{12} = 10$  ..... 1 punto

Soluzione dell'equazione:  $x = 120$  ..... 1 punto

Risposta: Il numero degli occupati nell'impresa è 120 ..... 1 punto

## 2. GEOMETRIA

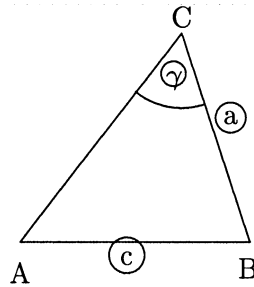
### 2.1 Geometria del piano

- 1) Disegna e segna il triangolo  $ABC$  di cui sono dati:  $a = 5$  cm,  $c = 8$  cm in  $\gamma = 60^\circ$ .  
Disegna pure lo schizzo.

(4 punti)

Soluzione e valutazione:

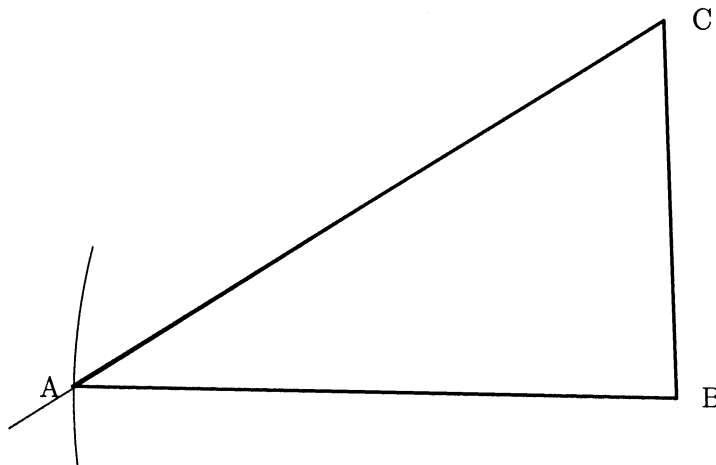
Per lo schizzo ..... 1 punto



Per tracciare il lato  $a$  e l'angolo  $\gamma$  ..... 1 punto

Se il triangolo ha definito il vertice  $A$  con l'arco di circonferenza ben visibile ..... 1 punto

Se il triangolo ha i vertici segnati  $ABC$  ..... 1 punto



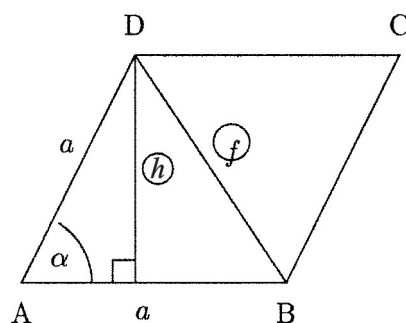
Imprecisioni tollerate:  $\pm 2$  mm per le lunghezze e  $\pm 2^\circ$  per gli angoli.

- 2) Il lato  $a$  di un rombo misura 8 cm, l'angolo  $\alpha$  misura  $30^\circ$ . Disegna lo schizzo del rombo e calcola la misura dell'altezza e della diagonale minore del rombo. Arrotonda i risultati a due cifre decimali.

(5 punti)

Soluzione e valutazione:

Per lo schizzo ..... 1 punto



Altezza:

Per il calcolo dell'altezza:  $h = a \cdot \sin \alpha = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4$  cm ..... 1 punto

Diagonale:

1° procedimento:

Per applicare correttamente il teorema del coseno, per es.:  $f^2 = 2 \cdot a^2 - 2 \cdot a^2 \cdot \cos \alpha$  ..... 1 punto

Per il calcolo della diagonale:  $f \doteq 4,14$  cm ..... (1\* + 1) 2 punti

2° procedimento:

$\frac{f}{2} = a \cdot \sin \left( \frac{\alpha}{2} \right)$  ..... 1 punto

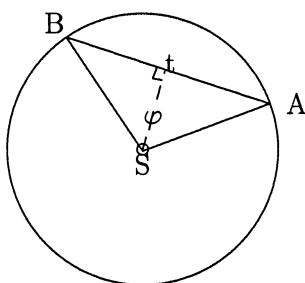
Per il calcolo della diagonale:  $f \doteq 4,14$  cm ..... (1\* + 1) 2 punti

- 3) In una circonferenza di 6 cm di raggio calcola la lunghezza della corda relativa all'angolo al centro di  $120^\circ$ . Disegna lo schizzo.

(4 punti)

Soluzione e valutazione:

Per lo schizzo ..... 1 punto



1° procedimento:

Per l'applicazione del teorema del coseno, per es.:

$|AB|^2 = |AS|^2 + |BS|^2 - 2 \cdot |AS| \cdot |BS| \cdot \cos \varphi$  ..... 1 punto

Soluzione.  $|AB| = 6\sqrt{3}$  cm oppure  $t \doteq 10,4$  cm (10,39 cm) ..... (1\* + 1) 2 punti

2° procedimento:

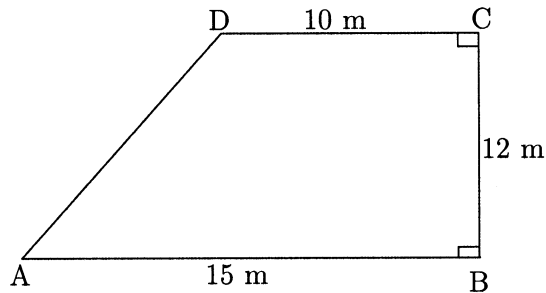
$\left( \frac{t}{2} \right) = |AS| \cdot \sin \left( \frac{\varphi}{2} \right)$  ..... 1 punto

Soluzione:  $t = 6\sqrt{3}$  cm oppure  $t \doteq 10,4$  cm (10,39 cm) ..... (1\* + 1) 2 punti

## 2.2 Aree

- 1) Calcola il perimetro e l'area della figura disegnata sotto:

(5 punti)



Soluzione e valutazione:

- Per l'area del trapezio.  $A = 150 \text{ m}^2$  .. ..... (1\* + 1) 2 punti  
 Per calcolare il lato:  $|AD| = 13 \text{ m}$  .. ..... (1\* + 1) 2 punti  
 Per calcolare il perimetro del trapezio:  $p = 50 \text{ m}$  .. ..... 1\* punto

## 2.3 Aree e volumi di solidi

- 1) Le dimensioni di un foglio di carta di forma rettangolare sono 15 e 10 cm.

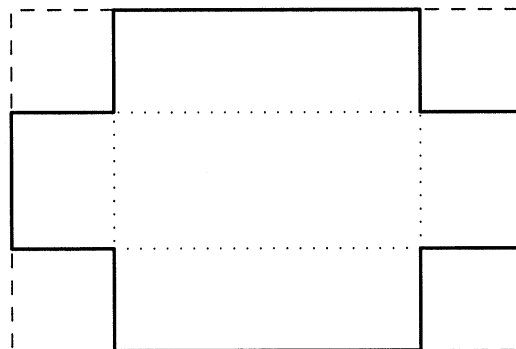
(Totale: 15 punti)

- a) Se il foglio viene arrotolato, esso diventa un cilindro la cui altezza è uguale al lato minore del rettangolo. Calcola il volume di questo cilindro al  $\text{cm}^3$  di precisione.

(5 punti)

- b) Se ai vertici del rettangolo vengono ritagliati dei quadrati di 3 cm di lato, come indica la figura, si ottiene lo sviluppo piano di una scatola senza coperchio. Determina gli spigoli della scatola e calcolane il volume.

(5 punti)



- c) Calcola quale percentuale rappresenta la base della scatola rispetto alla sua area totale.

(5 punti)

Soluzione e valutazione:

a) 5 punti

Per il calcolo del raggio della base del cilindro:  $r \doteq 2,387$  cm ..... (1\* + 1) 2 punti

Per il calcolo del volume del cilindro, per es.:  $V \doteq 179,047$  cm<sup>3</sup> ..... (1\* + 1) 2 punti

Per arrotondare il risultato:  $V \doteq 179$  cm<sup>3</sup> ..... 1 punto

b) 5 punti

Per determinare gli spigoli della scatola: 9 cm, 4 cm e 3 cm,

per ognuno 1 punto, totale ..... 3 punti

Per il calcolo del volume della scatola:  $V = 108$  cm<sup>3</sup> ..... (1\* + 1) 2 punti

c) 5 punti

Area della scatola:  $A_{totale} = 114$  cm<sup>2</sup> ..... (1\* + 1) 2 punti

Area della base della scatola:  $A_{base} = 36$  cm<sup>2</sup> ..... 1 punto

Percentuale.  $p \doteq 32$  % (31,6 % oppure 31,57 %) ..... (1\* + 1) 2 punti

2) Un cilindro retto e un prisma quadrangolare regolare hanno la stessa area laterale, rappresentata da un quadrato, la cui area è uguale a 36 cm<sup>2</sup>.

(Totale: 15 punti)

a) Disegna il cilindro, calcola il raggio della sua base, la sua altezza ed il suo volume.

Arrotonda il raggio a due cifre decimali (in cm) e il volume ad un valore intero in centimetri cubi.

(6 punti)

b) Disegna lo schizzo del prisma e calcola il suo volume.

(6 punti)

c) Calcola di quale percentuale il volume del prisma è minore del volume del cilindro.

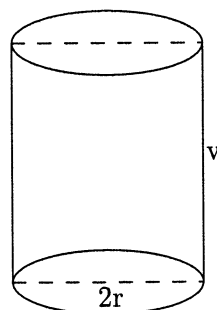
(3 punti)

Soluzione e valutazione:

a) 6 punti

Schizzo del cilindro .. ..... 1 punto

Cilindro



Raggio della base del cilindro:  $r \doteq 0,95$  cm ..... (1\* + 1) 2 punti

Altezza del cilindro:  $h = 6$  cm ..... 1 punto

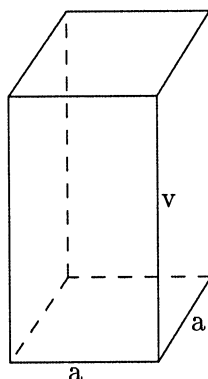
Volume del cilindro:  $V \doteq 17$  cm<sup>3</sup> ..... (1\* + 1) 2 punti



b) 6 punti

Schizzo del prisma ..... 1 punto

Prisma



Spigolo della base del prisma.  $a = 1,5 \text{ cm}$  ..... (1\* + 1) 2 punti

Altezza del prisma.  $v = 6 \text{ cm}$  ..... 1 punto

Volume del prisma:  $V = 13,5 \text{ cm}^3$  ..... (1\* + 1) 2 punti

c) 3 punti

Differenza dei due volumi:  $V_{cilindro} - V_{prisma} = 3,5 \text{ cm}^3$  ..... 1 punto

Percentuale: 21 % (20,6 oppure 20,59) ..... (1\* + 1) 2 punti

Risposta: Di circa il 21 % (20,6 oppure 20,59)

### 3. FUNZIONI ED EQUAZIONI ALGEBRICHE

#### 3.1 Funzioni ed equazioni lineari

1) Risolvi il sistema di equazioni:  $\frac{x}{3} + 2y = 4$

$$\frac{x}{2} + y = 2$$

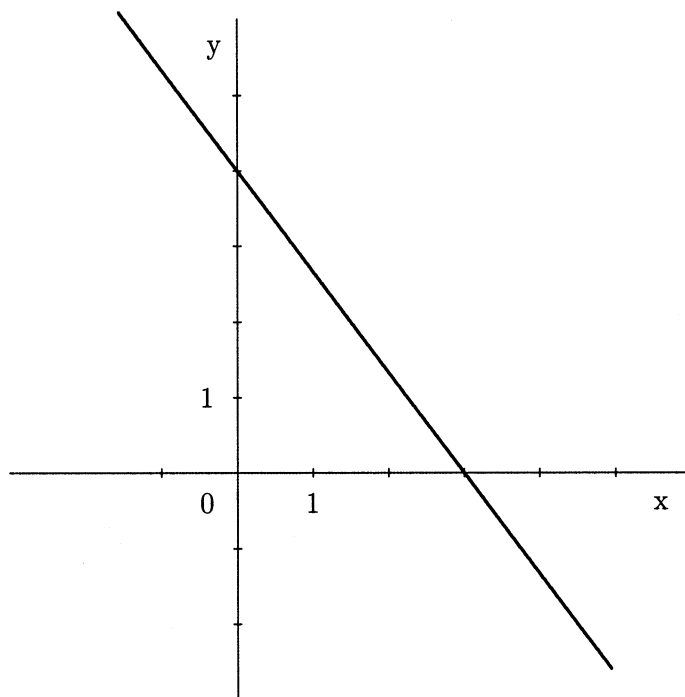
(4 punti)

Soluzione e valutazione:

Procedimento risolutivo ..... 2\* punti

Soluzione:  $x = 0, y = 2$  ..... (1 + 1) 2 punti

2) Determina il coefficiente angolare e scrivi l'equazione della retta disegnata nella figura.



(4 punti)

Soluzione e valutazione:

Per determinare il coefficiente:  $k = -\frac{4}{3}$  ..... (1\* + 1) 2 punti

Per scrivere l'equazione della retta:  $y = -\frac{4}{3}x + 4$  oppure  $4x + 3y - 12 = 0$

oppure  $\frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 1$  ..... (1\* + 1) 2 punti

- 3) Due rette attraversano l'origine del sistema cartesiano. La prima passa per il punto  $A(3, 3)$ , la seconda per il punto  $B(6, 3)$ .

(Totale 15 punti)

- a) Traccia le due rette e scrivi le rispettive equazioni.

(6 punti)

- b) Calcola l'angolo tra le due rette con una precisione al minuto primo.

(6 punti)

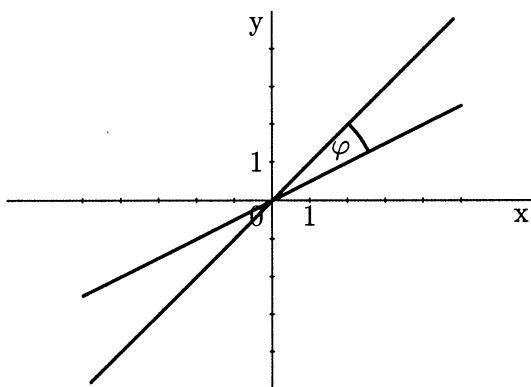
- c) Calcola l'area del triangolo  $OAB$ , determinato dai punti  $A$ ,  $B$  e dall'origine  $O$  del sistema cartesiano.

(3 punti)

Soluzione e valutazione:

- a) 6 punti

Per aver tracciato le rette ..... (1 + 1) 2 punti



Equazione della prima retta:  $y = x$  ..... 2 punti

Equazione della seconda retta:  $y = \frac{1}{2}x$  ..... 2 punti

- b) 6 punti

1° procedimento:

Angolo d'inclinazione della prima retta:  $\alpha_1 = 45^\circ$  ..... 2 punti

Angolo d'inclinazione della seconda retta:  $\alpha_2 = 26^\circ 34'$  ..... 2 punti

Angolo tra le rette:  $\varphi = \alpha_2 - \alpha_1 \doteq 18^\circ 26'$  ..... 2 punti

2° procedimento:

Coefficienti angolari delle due rette.  $k_1 = 1$ ,  $k_2 = \frac{1}{2}$  ..... (1 + 1) 2 punti

Applicazione della formula corrispondente..... 1 punto

Calcolo dell'angolo tra le rette, per es.:  $\varphi \doteq 18^\circ 26'$  ..... (1\* + 2) 3 punti

- c) 3 punti

Area del triangolo  $OAB$ :  $A = \frac{9}{2}(4, 5)$  ..... (1\* + 2) 3 punti

### 3.2 Funzioni ed equazioni di secondo grado, funzioni potenza

- 1) Data la funzione  $f(x) = -x^2 + 2x + 8$ , determina il suo vertice e le intersezioni del suo grafico con gli assi cartesiani.

(5 punti)

Soluzione e valutazione:

Determinazione del vertice

Vertice, per es.:  $V(1,9)$  oppure  $p = 1, q = 9$  ..... (1\* + 1) 2 punti

Intersezioni con gli assi cartesiani

Intersezione con l'asse delle ordinate:  $f(0) = 8$  oppure  $N(0,8)$  ..... 1 punto

Zeri ovvero intersezioni con l'asse delle ascisse applicando la formula oppure fattorizzando

$x_1 = 4, x_2 = -2$  oppure  $A(-2,0), B(4,0)$  ..... 2 punti

- 2) Sono date due funzioni  $f(x) = -x^2 - x + 6$  e  $g(x) = x + 3$ .

(Totale 15 punti)

- a) Disegna entrambi i grafici sullo stesso sistema cartesiano.

(7 punti)

- b) Calcola le coordinate dei punti d'intersezione dei due grafici.

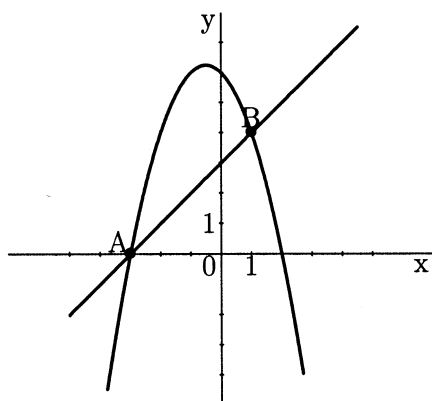
(5 punti)

- c) Calcola la distanza tra i due punti d'intersezione. Estrai la radice parziale del risultato.

(3 punti)

Soluzione e valutazione:

- a) 7 punti



Per tracciare la retta ..... 1 punto

Per tracciare la parabola ..... 6 punti

di cui:

per gli zeri.  $x_1 = -3, x_2 = 2$  ..... 1 punto

per il vertice:  $V\left(-\frac{1}{2}, 6\frac{1}{4}\right)$  ..... 2 punti

per l'intersezione della parabola con l'asse delle ordinate:  $N(0,6)$  ..... 1 punto

per il grafico corretto della parabola ..... 2 punti

b) 5 punti

Per impostare l'equazione, per es.:  $-x^2 - x + 6 = x + 3$  ..... 1 punto

Per ordinare l'equazione, per es.:  $x^2 + 2x - 3 = 0$  ..... 1 punto

Per le soluzioni dell'equazione:  $x_1 = 3, x_2 = 1$  ..... (1\* + 1) 2 punti

Per calcolare le ordinate:  $y_1 = 0, y_2 = 4$  ..... 1 punto

c) 3 punti

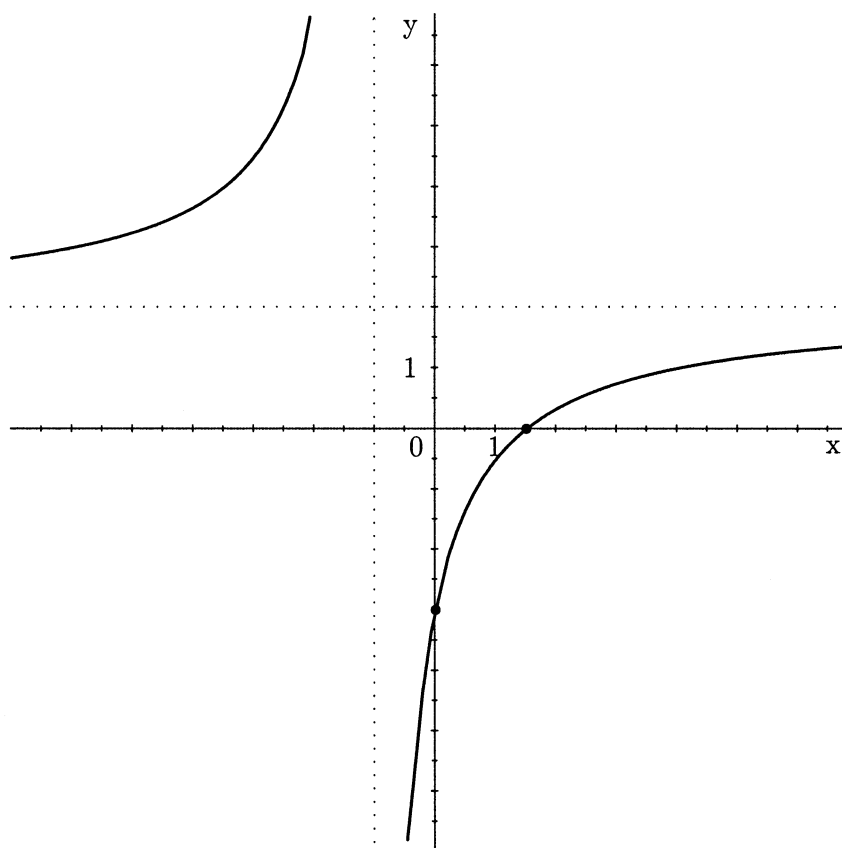
Per il calcolo della distanza:  $\sqrt{32}$  ..... (1\* + 1) 2 punti

Per la soluzione:  $4\sqrt{2}$  ..... 1 punto

### 3.3 Polinomi e funzioni razionali

- 1) La figura rappresenta il grafico di una funzione. Scrivi l'equazione dell'asintoto orizzontale, il polo e lo zero della funzione. Determina e scrivi l'intervallo in cui la funzione assume valori negativi.

(5 punti)



Soluzione e valutazione:

Asintoto orizzontale:  $y = 2$  ..... 1 punto

Polo:  $x = -1$  ..... 1 punto

Zero:  $x = \frac{3}{2}$  ..... 1 punto

La funzione assume valori negativi nell'intervallo  $\left(-1, \frac{3}{2}\right)$

oppure per  $-1 < x < \frac{3}{2}$  ..... (1 + 1) 2 punti

2) È dato il polinomio  $p(x) = \frac{1}{2}(x+1)(x-2)^2$ .

(Totale 15 punti)

a) Determina gli zeri e l'intersezione del grafico del polinomi con l'asse delle ordinate.

(3 punti)

b) Traccia il grafico approssimativo del polinomio.

(4 punti)

c) Calcola l'intersezione del grafico con la retta  $y = 2x + 2$ .

(8 punti)

Soluzione e valutazione:

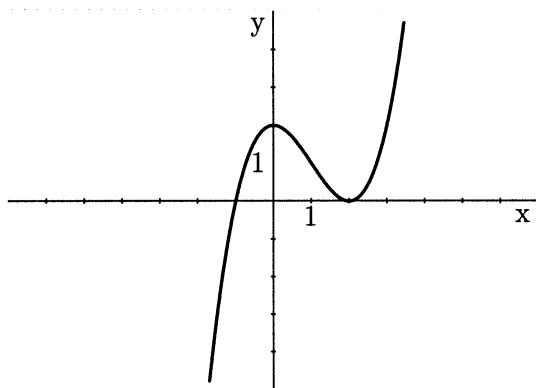
a) 3 punti

Zeri:  $x_1 = -1, x_{2,3} = 2$  ..... 2 punti

$f(0) = 2$  oppure  $N(0,2)$  ..... 1 punto

b) 4 punti

Grafico ..... 4 punti



c) 8 punti

Per impostare l'equazione, per es.:  $\frac{1}{2}(x+1)(x-2)^2 = 2x+2$  ..... 1 punto

Per ridurre l'equazione, per es.:  $x^3 - 3x^2 - 4x = 0$  ..... (1\* + 1) 2 punti

$x_1 = -1, x_2 = 0, x_3 = 4$  ..... (1\* + 1) 2 punti

Per determinare le intersezioni.  $P_1(-1,0), P_2(0,2), P_3(4,10)$ ,

per ogni intersezione 1 punto, totale ..... 3 punti

3) Sia data la funzione  $f(x) = \frac{2x+2}{x-1}$

(Totale 15 punti)

a) Determina lo zero, l'asintoto orizzontale e l'intersezione del grafico con l'asse delle ordinate.

(4 punti)

b) Traccia il grafico della funzione e scrivi il suo dominio e il suo codominio.

(7 punti)

c) Calcola l'intersezione del grafico della funzione  $f(x)$  con la retta  $y = 1$ .

(4 punti)

Soluzione e valutazione:

a) 4 punti

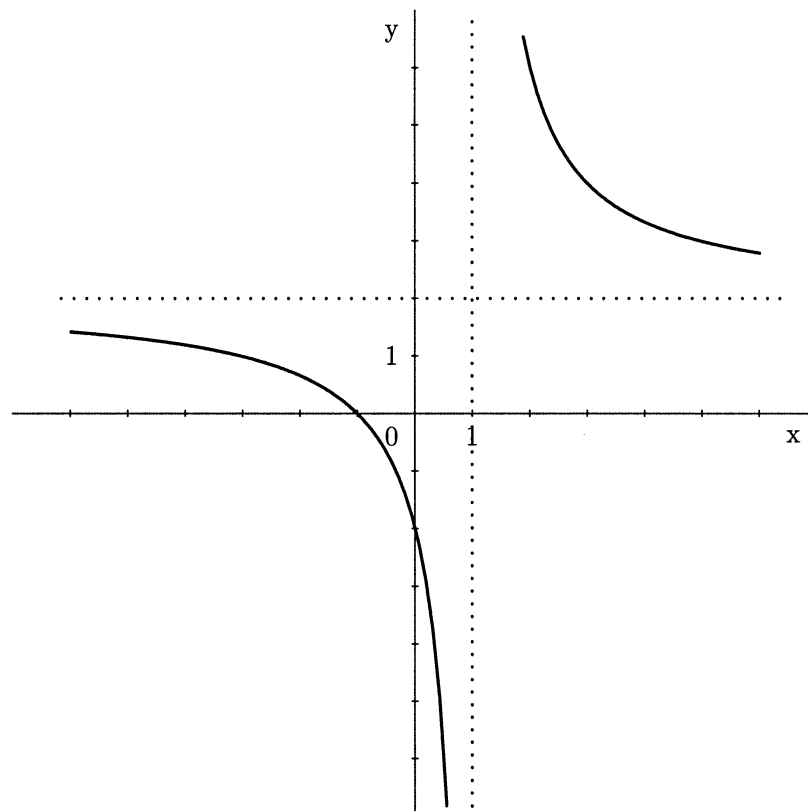
Zero:  $x_1 = -1$  ..... 1 punto

Polo:  $x_2 = 1$  ..... 1 punto

asintoto orizzontale:  $y = 2$  ..... 1 punto

Intersezione con l'asse delle ordinate:  $f(0) = -2$  oppure  $N(0, -2)$  ..... 1 punto

b) 7 punti



Il grafico passa per i punti  $M(-1, 0)$  e  $N(0, -2)$

(le intersezioni del grafico con gli assi cartesiani) ..... 2 punti

Per tracciare i due asintoti ..... 1 punto

Per ogni ramo del grafico 1 punto, totale ..... 2 punti

Dominio della funzione: insieme dei numeri reali escluso l'unità oppure la notazione simbolica, per es.:  $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$  ..... 1 punto

Codominio della funzione: insieme dei numeri reali escluso il 2 oppure la notazione simbolica, per es.:  $Z_f = \mathbb{R} - \{2\}$  ..... 1 punto

c) 4 punti

Per impostare l'equazione, per es.:  $\frac{2x+2}{x-1} = 1$  ..... 1 punto

Soluzione dell'equazione:  $x = -3$  ..... (1\* + 1) 2 punti

Per scrivere il punto d'intersezione:  $P(-3, 1)$  ..... 1 punto

## 4. FUNZIONI ED EQUAZIONI TRASCENDENTI

### 4.1 Funzione esponenziale e logaritmica

1) Risolvi l'equazione:  $\log(3x+1) + \log(x-2) = \log(2x+4)$

(5 punti)

Soluzione e valutazione:

Per l'impostazione:  $\log[(3x+1)(x-2)] = \log(2x+4)$

oppure semplicemente  $(3x+1)(x-2) = 2x+4$  ..... 1 punto

Per ordinare l'equazione, per es.:  $3x^2 - 7x - 6 = 0$  ..... 1 punto

Per le soluzioni dell'equazione:  $x_1 = 3, x_2 = -\frac{2}{3}$  ..... (1\* + 1) 2 punti

Per valutare che  $x_1 = 3$  è soluzione dell'equazione iniziale e  $x_2 = -\frac{2}{3}$  non può esserlo ..... 1 punto

2) Risolvi le seguenti equazioni:      a)  $3^{2x-5} = 27$                       b)  $\log_2\left(\frac{1}{4}\right) = x$

(5 punti)

Soluzione e valutazione:

a) Per il procedimento, per es.:  $3^{2x-5} = 3^3$  ..... 1 punto

Per impostare l'equazione, per es.:  $2x - 5 = 3$  ..... 1 punto

Per la soluzione:  $x = 4$  ..... 1 punto

b) Per il procedimento, per es.:  $2^x = \frac{1}{4}$  ..... 1 punto

Per la soluzione:  $x = -2$  ..... 1 punto

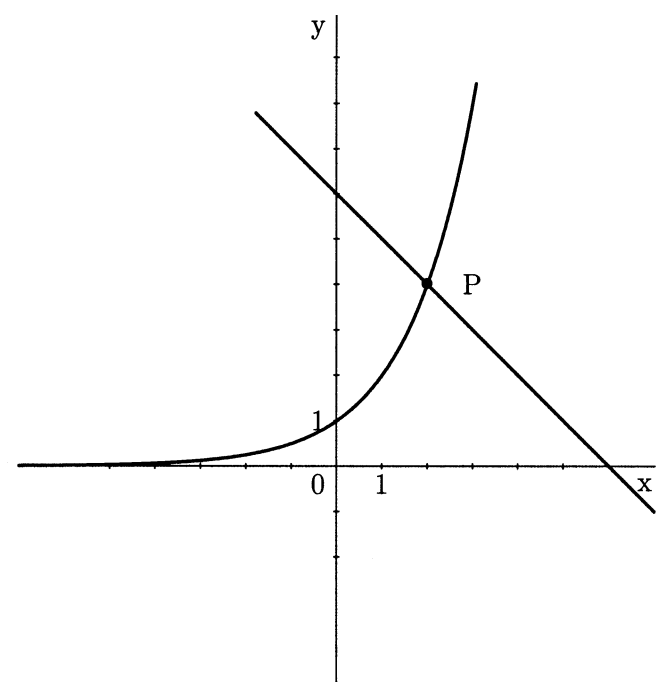


3) Siano date le funzioni  $f(x) = 2^x$  e  $g(x) = -x + 6$ . Disegna il loro grafico nello stesso sistema cartesiano. Leggi dalla figura le coordinate del punto d'intersezione dei due grafici e verifica il loro valore con il calcolo.

(5 punti)

Soluzione e valutazione:

- Per il grafico della funzione esponenziale ..... 2 punti
- Per la retta ..... 1 punto



- Per determinare il punto d'intersezione:  $P(2, 4)$  ..... 1 punto
- Per il calcolo, per es.:  $f(2) = 2^2 = 4$  e  $g(2) = -2 + 6 = 4$  ..... 1 punto

### 4.2 Funzioni goniometriche

1) Disegna il grafico della funzione  $f(x) = 2 \sin x$ .

(5 punti)

Soluzione e valutazione.

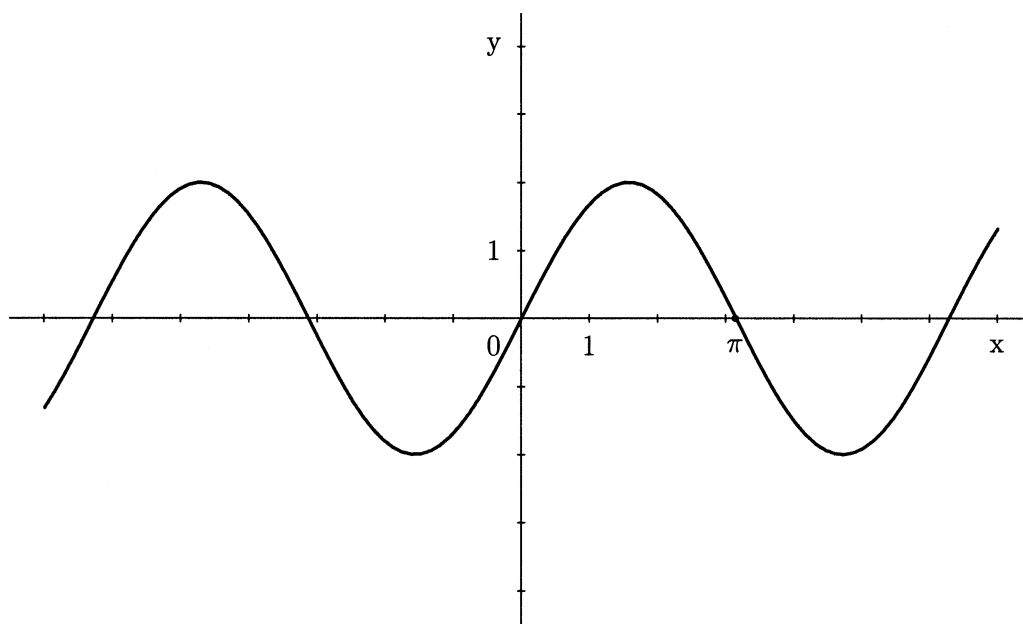
1° procedimento:

- per determinare il periodo:  $2\pi$  ..... 1 punto
- per determinare la dilatazione verticale: 2 ..... 1 punto
- Per determinare gli zeri (anche soltanto sul grafico):  $k\pi, k \in \mathbb{Z}$  ..... 1 punto
- Per tracciare la curva sinusoidale corretta ..... 2 punti

2° procedimento:

- Per calcolare (e scrivere) gli zeri,  
per es.:  $\dots -2\pi, \pi, 0, \pi, 2\pi, \dots$  ..... 1 punto
- Per calcolare (e scrivere) gli estremi,  
per es.: +2 per  $-\frac{3\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$  e (oppure) -2 per  $-\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}$  ..... 1 punto
- Per considerare la dilatazione verticale: 2 ..... 1 punto

Per tracciare la curva sinusoidale corretta ..... 2 punti



## 5. SUCCESSIONI E CALCOLO DEL MONTANTE A REGIME DI CAPITALIZZAZIONE COMPOSTA

- 1) Le età di un padre, di una madre e del loro figlio sono termini di una progressione aritmetica di ragione 4. L'età del figlio, che rappresenta il primo termine della progressione, è di 13 anni, l'età della madre rappresenta il settimo termine e quella del padre il nono termine della progressione. Calcola le età della madre e del padre.

(4 punti)

Soluzione e valutazione

Per scrivere  $a_7 = a_1 + 6 \cdot d$  oppure per usare la formula  $a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$

e per determinare  $a_7 = 37$  (oppure  $a_9 = 45$ ) ..... (1\* + 1) 2 punti

Per determinare l'età del padre (oppure della madre) ..... 1 punto

Per la risposta: La madre ha 37 e il padre 45 anni ..... 1 punto

- 2) In una progressione aritmetica di ragione  $-3$ . il quinto termine è uguale ad un settimo del primo termine. Calcola il sesto termine di questa progressione.

(5 punti)

Soluzione e valutazione:

Per esprimere il termine generico di una successione aritmetica ..... 1 punto

Per scrivere la relazione tra il 1° e il 5° termine, per es.:  $a_5 = \frac{a_1}{7}$  ..... 1 punto

Per impostare l'equazione, per es.:  $a_1 - 12 = \frac{a_1}{7}$  ..... 1 punto

Per risolvere l'equazione.  $a_1 = 14$  ..... 1 punto

Per calcolare:  $a_6 = -1$  ..... 1 punto

- 3) Nel 1998 le fabbriche  $A$  e  $B$  hanno prodotto la stessa quantità di manufatti, e cioè 120000 pezzi ciascuna. In seguito, ogni anno la produzione è aumentata del 10 % nella fabbrica  $A$ , e di 12000 pezzi nella fabbrica  $B$ .

(Totale 15 punti)

- a) Con questo aumento produttivo quanti manufatti produrranno le fabbriche  $A$  e  $B$  nell'anno 2002? (5 punti)
- b) Nel 2001 di quale percentuale la produzione della fabbrica  $A$  superava quella della fabbrica  $B$ ? (6 punti)
- c) Quanti manufatti ha prodotto la fabbrica  $A$  dall'inizio dell'anno 1998 alla fine dell'anno 2001? (4 punti)

Soluzione e valutazione:

- a) 5 punti

Per impostare l'equazione, per es.:  $A_{2002} = A_{1998} \cdot 1,1^4$  ..... 2 punti  
 Per il calcolo (o per la risposta)  $A_{2002} = 175692$  ..... 1 punto  
 Per impostare, per es.:  $B_{2002} = 120000 + 4 \cdot 12000$  ..... 1 punto  
 Per il calcolo (oppure per la risposta)  $B_{2002} = 168000$  ..... 1 punto

- b) 6 punti

Per impostare il calcolo ed eseguirlo, per es.:  $A_{2001} = 120000 \cdot 1,1^3 = 159720$  ..... (1\* + 1) 2 punti  
 Per impostare il calcolo ed eseguirlo, per es.:  $B_{2001} = 120000 + 3 \cdot 12000 = 156000$  ..... 1 punto  
 Per impostare il calcolo percentuale ed eseguirlo, per es.:  
 $p = \frac{A_{2001}}{B_{2001}} (\doteq 1,0238 \dots)$  ..... (1\* + 1) 2 punti  
 Per la risposta: Circa del 2 % (oppure del 2,4 % oppure del 2,38 %) ..... 1 punto

- c) 4 punti

1° procedimento:

Per impostare l'equazione, per es.:  $\Sigma A_{1998-2001} = \frac{120000 \cdot (1,1^4 - 1)}{1,1 - 1}$  ..... (2\* + 1) 3 punti  
 Per la soluzione:  $\Sigma A_{1998-2001} = 556920$  ..... 1 punto

2° procedimento:

Per calcolare il numero di pezzi prodotti ogni anno, per es.:  
 120000, 132000, 145200 in 159720 ..... (2\* + 1) 3 punti  
 Per la somma oppure per la risposta: 556920 ..... 1 punto

(4 točke)

- 4) I primi due termini di una progressione sono 3 e 6.

(Totale 15 punti)

- a) Determina i due termini successivi in modo che la progressione sia aritmetica. Quale termine di questa progressione ha valore 105? Calcola la somma dei primi 50 termini della progressione. (6 punti)
- b) Determina i due termini successivi in modo che la progressione sia geometrica. Quale termine di questa progressione ha valore 24576? Calcola la somma dei primi 20 termini della progressione. (6 punti)

- c) I primi due termini di una successione infinita sono 3 e 6 mentre il termine generico è  $a_n = 3n$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .  
Si tratta di una successione crescente oppure decrescente? Esiste il limite di tale successione?  
Argomenta la risposta.

(3 punti)

Soluzione e valutazione.

a) 6 punti

Per trovare i termini successivi: 9, 12 ..... (1 + 1) 2 punti

Per scrivere l'equazione, per es.:  $105 = 3 + (n - 1) \cdot 3$  ..... 1 punto

Soluzione:  $n = 35$  ..... (1\*+ 1) 2 punti

Per calcolare la somma:  $s_{30} = 3825$  ..... 1 punto

b) 6 punti

Per trovare i termini successivi: 12, 24 ..... (1 + 1) 2 punti

Per scrivere l'equazione, per es.:  $24576 = 3 \cdot 2^{n-1}$  ..... 1 punto

Soluzione:  $n = 14$  ..... (1\*+ 1) 2 punti

Per calcolare la somma:  $s_{20} = 3 \cdot \frac{2^{20} - 1}{2 - 1} = 3 \cdot (2^{20} - 1)$  ..... 1 punto

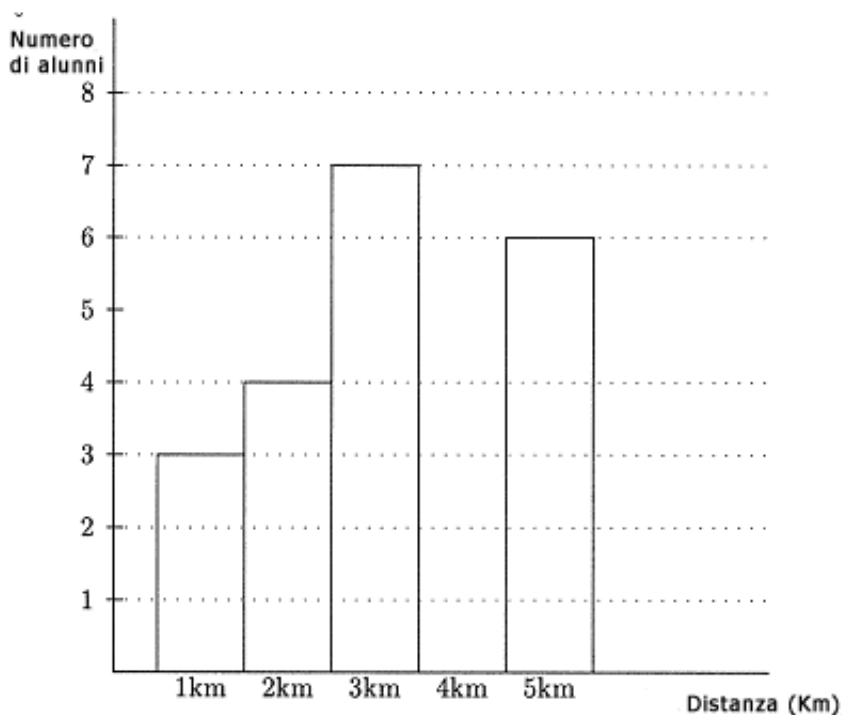
c) 3 punti

La successione 3, 6, 9 ... è crescente ..... 1 punto

La successione non ha limiti ..... 2 punti  
di cui 1 punto per la spiegazione, per es.: perchè non ha limite superiore.

## 6. STATISTICA

- 1) Nella classe III<sub>a</sub> gli scolari devono percorrere distanze diverse per arrivare a scuola. I dati sono rappresentati nel diagramma della figura.



Determina il numero di alunni in quella classe e calcola la distanza media percorsa dagli alunni per arrivare a scuola.

*(4 punti)*

Soluzione e valutazione:

Numero di alunni: 20 ..... 1 punto

Distanza media: 3,1 km ..... (1\* + 2) 3 punti

## **6.4 ISTRUZIONI PER VALUTARE i quesiti della prova scritta**

Con queste istruzioni si desidera fornire un orientamento di massima per l'assegnazione del punteggio ai quesiti della prova scritta dell'esame di maturità di matematica. Si tratta di indicazioni generali, che non si riferiscono ad un quesito specifico oppure ad un determinato argomento.

Le indicazioni sono destinate ai valutatori come pure ai candidati.

### **1. Regola fondamentale**

Il candidato che risolva il quesito applicando qualunque metodo corretto (anche se non previsto dalla soluzione ufficiale) riceve tutti i punti previsti.

Per metodo corretto si intende ogni procedimento che:

- interpreti correttamente il testo del quesito,
- porti alla soluzione del problema,
- sia matematicamente corretto e completo.

La regola fondamentale non viene applicata a quei quesiti che devono seguire un metodo prescritto, per es. "risolvi graficamente". In questo caso l'uso di un metodo diverso è da considerarsi errato e la soluzione incompleta.

### **2. Correttezza del risultato e del procedimento**

- a) Nei quesiti in cui si richiede di "calcolare esattamente" oppure che il risultato sia esatto, i numeri devono essere scritti in modo esatto, dunque in forma analitica, come per es.  $\pi$ ,  $e$ ,  $\ln 2$ ,  $\sqrt[3]{5}$  ... In modo esatto devono venir scritti pure tutti i risultati intermedi. Inoltre il risultato finale deve venir semplificato adeguatamente: le frazioni numeriche e quelle algebriche opportunamente ridotte, l'estrazione parziale dei radicali, i termini omogenei sommati, ecc.
- b) Nei quesiti in cui si richiede un determinato livello di precisione (per es. "Calcola con una precisione di due cifre decimali"), il risultato finale deve esser scritto con la precisione richiesta e adeguatamente arrotondato. È obbligatorio l'uso del simbolo  $\doteq$  (è approssimativamente uguale). I risultati intermedi devono essere il più possibile esatti altrimenti il risultato finale può risultare non sufficientemente preciso.
- c) Alcuni quesiti si possono risolvere sia graficamente che analiticamente. Siccome il metodo grafico non è molto preciso, di solito non viene applicato. Esso viene considerato corretto esclusivamente quando il suo impiego sia esplicitamente richiesto. Un risultato va verificato con il calcolo anche nel caso in cui possa essere agevolmente letto dal grafico.
- d) Se un quesito si conclude con una domanda (finisce con il segno "?"), si richiede la risposta completa.
- e) Se il candidato ha cancellato con un tratto di penna un procedimento oppure un risultato, questi non vengono considerati.
- f) Se i dati sono seguiti da unità di misura, per es. cm, kg, SIT ... anche i risultati finali devono riportare le corrispondenti unità di misura. L'uso di determinate unità di misura è obbligatorio soltanto quando esse sono esplicitamente richieste, altrimenti ogni unità adeguata è soddisfacente. Se il candidato non scrive l'unità di misura perde i punti previsti per il risultato finale. Nei calcoli intermedi le unità di misura non sono obbligatorie.
- g) Nei quesiti di geometria le ampiezze degli angoli (angolo fra due rette, angoli nel triangolo) vanno espresse in gradi e in centesimi di grado, oppure in gradi e in minuti.

### 3. Funzioni e grafici

Se il sistema cartesiano è già tracciato, deve venir rispettato – non si cambiano le unità e non si spostano gli assi. Se invece il candidato lo deve tracciare allora deve segnare gli assi e le unità su ognuno di essi. Di solito si fissano unità della stessa grandezza.

Il sistema cartesiano determina i limiti dei tracciati dei grafici. Si deve tracciare il grafico fino alla fine del sistema cartesiano (se la funzione è definita in quell' intervallo).

I punti estremi delle funzioni seno e coseno devono essere considerati.

Il grafico deve rappresentare la funzione anche esteticamente: gli archi devono essere regolari, le concavità e le convessità rispettate, l'andamento della funzione attorno ai punti notevoli corretto (zeri, poli, intersezioni con gli assi cartesiani ...).

### 4. Disegni a mano libera

I disegni devono riportare tutte le grandezze che nel quesito rappresentano i dati noti, i risultati parziali e quelli finali. Per segnare lati, vertici, e spigoli delle figure geometriche e dei solidi valgono le regole convenzionali che sono riportate dai libri di testo usati.

Il disegno deve riportare le caratteristiche principali della figura geometrica o del solido che esso rappresenta. I simboli per le grandezze calcolate devono corrispondere a quelli riportati sul disegno o schizzo.

### 5. Quesiti che richiedono costruzioni geometriche

Questi quesiti si risolvono usando righello e compasso.

Bisogna sempre costruire tutte le (diverse) soluzioni che i dati a disposizione permettono. Prima si disegna uno schizzo sul quale vanno segnate tutte le grandezze, che devono corrispondere a quelle della costruzione. Se la posizione della figura non è definita la costruzione può iniziare in qualunque punto e può proseguire in qualunque direzione, purchè l'intera costruzione rientri nel foglio d'esame.

Le costruzioni più complicate devono essere corredate da una breve descrizione del procedimento adottato.

### 6. Errori di distrazione, errori semplici ed errori gravi (indicazioni per i valutatori)

Sono considerati **errori di distrazione** quelli commessi per sbadataggine, per esempio nel sbagliare copiare un dato o un risultato intermedio.

Sono considerati **errori semplici** i risultati errati di operazioni numeriche, per es.  $3 \cdot 7 = 18$  (non invece  $2^3 = 6$ ), oppure imprecisioni nelle costruzioni geometriche e nei grafici delle funzioni (per es. l'inclinazione di una retta, la rotondità di una curva ...).

**Errori gravi** sono quelli che derivano dalla mancata conoscenza di una regola o di una legge, per es.:

$$2^3 = 6, \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5}{8}, \log x + \log 3 = \log(x + 3), \sqrt{16 - x^2} = 4 - x.$$

Se un quesito vale  $n$  punti bisogna rispettare le seguenti regole:

- Per gli errori di distrazione oppure per gli errori semplici si toglie un punto.
- Se si commette un errore grave all'inizio il quesito viene valutato con 0 punti, altrimenti viene valutato fino all'errore grave (se sono previsti punti intermedi).
- Per i quesiti strutturati le regole esposte sopra vengono applicate per ogni singola parte del quesito.

## 6.5 Esame orale

La lista di domande, come pure le schede contenenti le tre domande previste, sono preparate dagli insegnanti titolari della materia e in servizio nella scuola in cui si svolge l'esame. Le domande di una scheda devono riferirsi a tre ambiti tematici diversi.

### Esempio di scheda per l'esame orale:

1. Che cosa è lo zero (semplice o multiplo) di un polinomio?

*Esercizio: determina tutti gli zeri del polinomi o  $p(x) = 4x^3 - 2x^2 - 4x + 2$ .*

2. Definisci un parallelogramma. Elenca le proprietà del parallelogramma. Quali parallelogrammi particolari conosci? Come si calcolano l'area e il perimetro di un parallelogramma?
3. Quando una progressione è aritmetica? Scrivi il termine generico di una progressione aritmetica e la formula per calcolare la somma dei primi  $n$  termini di una progressione aritmetica.

*Esercizio: Il quarto termine di una progressione aritmetica è 10, mentre la differenza è  $-2$ . Calcola il primo termine e scrivi il termine generico di tale progressione.*

### Valutazione dell'esame orale

Per ogni domanda il candidato può ricevere da 0 a 10 punti.

Vanno rispettati i seguenti criteri:

- la correttezza del concetto espresso nella risposta
- l'uso adeguato del linguaggio matematico
- la motivazione della risposta
- la formulazione di determinate deduzioni
- la comunicazione

Se una domanda comprende anche un esercizio, questo viene valutato con un massimo di 4 punti, avendo riguardo alla correttezza del procedimento, all'esattezza del risultato, all'aspetto estetico del grafico, alla chiarezza delle formulazioni, all'uso adeguato delle unità di misura e all'autonomia. Gli altri punti vengono assegnati in conformità ai criteri sopra elencati.



## **7. BIBLIOGRAFIA E MATERIALI CONSIGLIATI**

Per prepararsi all'esame di maturità, i candidati possono usare libri di testo e altri materiali didattici, approvati dal Consiglio degli esperti per l'istruzione generale della Repubblica di Slovenia e indicati nel Catalogo dei libri di testo per la scuola media, pubblicato sulla pagina Web dell'Istituto dell'Educazione della Repubblica di Slovenia, all'indirizzo [www.zrssi.si](http://www.zrssi.si).

## PROGRAMMA PER L'ESAME DI MATURITÀ PROFESSIONALE – MATEMATICA

Il catalogo è stato compilato da:

**Svjetlana Ćirković**  
**Marjan Hafner**  
**Draga Jan**  
**Jože Pavlišič**  
**Majda Škrinar-Majdič**

Revisione linguistica:

**Helena Škrlep**

Traduzione in lingua italiana di:

**Lilia Peterzol**

Revisione per la lingua italiana:

**dr. Sergio Crasnich**

Il Catalogo è stato approvato dal Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje (Consiglio degli Esperti della Repubblica di Slovenia per l'istruzione generale) durante la sua 80. esima seduta in data 16. 6. 2005 ed ha validità della sessione primaverile dell'anno 2007 fino a quando entra in uso quello nuovo. La validità del Programma per l'anno in cui il candidato deve sostenere l'esame di maturità è indicata nel Catalogo dell'esame di maturità professionale dell'anno in corso.

Edito e redatto dal

**DRŽAVNI IZPITNI CENTER**  
Rappresentato da: **mag. Darko Zupanc**

Redattrice:

**Joži Trkov**

© Državni izpitni center.

Tutti i diritti sono riservati.

Impostazione grafica: Barbara Železnik Bizjak

Elaborazione al computer: Dinka Zec

Stampa: Državni izpitni center

Ljubljana 2005

**Prezzo del catalogo: 910,00 SIT**

ISSN: 1854-004X