

Szakmai érettségi tantárgyi vizsgakatalógus

Matematika

Poklicna matura



A tantárgyi vizsgakatalógus a **2017.** évi tavaszi vizsgaidőszaktól az új megjelenéséig érvényes.

A katalógus érvényességéről mindig a folyó évi Szakmai érettségi vizsgakatalógus rendelkezik abban az adott évben, amikor a jelölt érettségi vizsgát tesz.

Ljubljana 2015



Državni izpitni center

A MATEMATIKA SZAKMAI ÉRETTSÉGI TANTÁRGYI VIZSGAKATALÓGUSA

az eredeti példány címe: PREDMETNI IZPITNI KATALOG ZA POKLICNO MATURO - MATEMATIKA

A katalógust készítették:

dr. Gregor Dolinar
Lovro Dretnik
Sonja Ivančič
Mira Jug Skledar
mag. Mojca Suban

Fordította:

Virág Tadina Bence
Silvija Vučak Virant

Lektorálta:

dr. Annamaria Merenyi

A vizsgakatalógus a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa a 2015. május 21-i, 170. ülésén fogadta el, és a 2017. évi tavaszi vizsgaidőszaktól az új vizsgakatalógus hatályba lépéséig érvényes.

A katalógus érvényességéről az adott évben az az évi Szakmai érettségi vizsgakatalógus rendelkezik.

© Državni izpitni center, 2015

Minden jog fenntartva.

Kiadta:

Državni izpitni center

A kiadásért felel:

dr. Darko Županc

Szerkesztő:

mag. Mateja Jagodič
Joži Trkov

Tördelés:

Milena Jarc
Dinka Petje
Tanja Pleterski

Ljubljana 2015

ISSN 2335-2698

TARTALOM

1	BEVEZETŐ	4
2	A VIZSGA CÉLJAI	5
3	A VIZSGA SZERKEZETE ÉS ÉRTÉKELÉSE	6
3.1	A vizsga szerkezete	6
3.2	Feladattípusok és értékelésük	7
4	A VIZSGÁN ELLENŐRZÖTT TARTALMAK.....	8
5	A SAJÁTOS NEVELÉSI IGÉNYŰ JELÖLTEKRE VONATKOZÓ ELJÁRÁSOK.....	14
6	MELLÉKLETEK	15
6.1	Matematikai jelek	15
6.2	A feladatlaphoz mellékelt képletek.....	18
6.3	A vizsgafeladatok mintái	20
6.4	Útmutató a vizsga írásbeli része feladatainak értékeléséhez.....	36
6.5	Szóbeli vizsga	38
7	AJÁNLOTT FORRÁSOK ÉS IRODALOM	40

1 BEVEZETŐ

A tantárgyi vizsgakatalógus azoknak a jelölteknek készült, akik a szakmai érettségi vizsgán a matematikát fogják harmadik tantárgyként választani. Segít azoknak a matematikatanároknak is, akik a jelölteket felkészítik a szakmai érettségi vizsgára.

A szakmai érettségi vizsgakatalógus a 2007. évi középiskolai szaktechnikusi 383–408 órás képzés Matematika tudáskatalógusán, valamint a a 2007. évi szakiskolai 206-242 órás képzésen, és A szakmai érettségi vizsgáról szóló törvényen valamint Az érettségi vizsgáról szóló törvényen (ZMat–UPB1, Ur. I. RS, št. 1/07) alapul.

A matematika vizsga két részből áll: írásbeli és szóbeli részből.

A katalógus leírja a vizsga céljait, a vizsga szerkezetét, valamint a vizsga értékelését és osztályozását is. A tananyagot taglaló fejezet két részből áll. A lapok bal oldalán azokat a témákat és fogalmakat találjuk, amelyek a tanterv által előírt és a vizsgán ellenőrzött tananyagot határozzák meg. A jobb oldalon pedig azokat a célokat találjuk, amelyeknek ismeretét ellenőrizzük.

A katalógusban megtalálható még a matematikai jelek listája és a képletek is, amelyek segíthetnek a jelöltnek a vizsgánál. Megad néhány vizsgafeladat-mintát is a megfelelő megoldásokkal, pontozásokkal és az értékelési utasításokkal együtt. Az 5. fejezetben a különleges bánásmódot igénylő jelöltekre vonatkozó eljárásokat sorolja fel.

2 A VIZSGA CÉLJAI

A vizsga felméri, hogyan képes a jelölt:

- szöveget olvasni, és az ilyen szöveget matematikai nyelvre fordítani,
- megérteni azokat az információkat, amelyek matematikai eszközökkel vannak kifejezve, és ezeket a megoldás keresésében alkalmazni,
- a matematikai szakterminológiát és szimbolikát alkalmazni,
- a matematikai feladatokat szisztematikusan, pontosan, önállóan, rendezetten felírni és megoldani,
- a matematikát mint kommunikációs eszközt alkalmazni,
- kimutatni a megértést, és alkalmazni a matematika alapvető fogalmait és a köztük lévő viszonyokat,
- matematikai problémákat megoldani,
- kritikusan alkalmazni a megfelelő módszert, valamint értelmezni és indokolni a megoldást,
- alkalmazni a matematikát a szak- és egyéb területeken,
- alkalmazni a technológiai eszközöket,
- alkalmazni az engedélyezett eszközöket.

3 A VIZSGA SZERKEZETE ÉS ÉRTÉKELÉSE

3.1 A vizsga szerkezete

A matematika vizsga két részből áll: írásbeli és szóbeli részből. Az írásbeli rész egységes az összes jelölt számára, és a jelöltek Szlovénia-szerte ugyanabban az időben írják meg ezt. Mindkét rész értékelése belső.

► Írásbeli vizsga

A feladatlapot a matematika tantárgyi szakmai érettségi bizottsága állítja össze, ezen kívül elkészíti a moderált értékelési útmutatót.

Feladatlap	Megoldási idő	A pontok száma	Az összosztályzat része
1	120 perc	70	70%
1. rész		(50)	(50%)
2. rész		(20)	(20%)

Az írásbeli vizsgán **engedélyezett eszközök**: töltőtoll, ill. golyóstoll, ceruza, radír, grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetőségét kizáró numerikus zsebszámológép, körző, háromszög (geoháromszög), vonalzó, szögmérő és trigonir (360°-os szögmérő).

A feladatlap képleteket is tartalmaz, amelyek segítenek a jelöltnak a feladatok megoldásában.

A jelöltek kötelesek a szerkesztési feladatok megoldásakor az alapvető geometriai eszközöket alkalmazni. A jelölt a megoldás során minden feladatnál világosan és pontosan mutassa be az eredményhez vezető utat a részszámításokkal és a következtetésekkel együtt.

► Szóbeli vizsga

A szóbeli vizsga kérdéseinek a listáját és feladatlapjait az iskolában tanító tanárok állítják össze a tantárgyi vizsgakatalógus alapján. A listán elkülönítve vannak felsorolva az elméleti kérdések és a különféle, főképpen a szakmai, ill. a mindennapi életből vett szituációk. A szóbeli vizsga minden feladatlapja a következőket tartalmazza: 1 szituáció a szakterületről, ill. a mindennapi életből, valamint 3 elméleti kérdés, amelyek belőle erednek, ill. hozzá értelemszerűen kapcsolódnak. A kérdések felölelik a különféle matematikai ismereteket és a különféle témakörök céljait.

	Megoldási idő	A pontok száma	Az összosztályzat része
1 szituáció és 3 kérdés	maximum 20 perc	30	30%

A szóbeli vizsgán **engedélyezett eszközök**: töltőtoll, ill. golyóstoll, ceruza, radír, körző, háromszög (geoháromszög), vonalzó, szögmérő és trigonir (360°-os szögmérő) és egy technológiai segédeszköz (grafikus képernyővel rendelkező zsebszámológép vagy számítógép a megfelelő szoftverrel), amellyel a jelölt megismerkedett a matematika tanítása során és amelyet a matematika aktívának tanárai jóváhagytak az iskolában.

A jelöltnak a szóbeli vizsgán joga van 15 perces felkészülési időhöz.

3.2 Feladatifajták és értékelésük

Vizsga	Feladatifajták	A feladatok értékelése
a feladatlap 1. része	11 rövidebb feladat	7 feladat 4 pontot ér, 2 feladat 5 pontot ér, és még 2 feladat 6 pontot ér.
a feladatlap 2. része	3 összetett (választható) feladat, amelyekből a jelölt kiválaszt és megold kettőt	Mindegyik feladat 10 pontot ér.
Szóbeli vizsga	1 szituáció a szakterületről, ill. a mindennapi életből és 3 elméleti kérdés, amelyek belőle erednek, ill. hozzá értelemszerűen kapcsolódnak	A teljes szituáció a kérdésekkel együtt 30 pont, ebből legalább 10 pont az értelemszerű szituációra, valamint az elméleti kérdések összekapcsolására a szituációval és a technológiai segédeszközök megfelelő alkalmazására adható.

4 A VIZSGÁN ELLENŐRZÖTT TARTALMAK

TARTALMI EGYSÉGEK

- számhalmazok
- geometria
- algebrai függvények és egyenletek
- transzcendens függvények és egyenletek
- sorozatok
- adatfeldolgozás
- differenciálszámítás
- kombinatorika és valószínűségszámítás

► Számhalmazok

Tartalom, fogalmak	Az ellenőrzés céljai
Természetes számok, egész számok, racionális számok és valós számok. Az alapműveletek tulajdonságai az összes számhalmazban. Oszthatóság az \mathbb{N} -ben és a \mathbb{Z} -ben. Természetes és egész kitevőjű hatványok. Prímszámok és összetett számok. Az oszthatóság szabályai. Többszörösök és osztók. Kifejezések. Az egyenlőség és az egyenlőtlenség tulajdonságai. A maradékos osztás alaptétele. A legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös. Racionális számok és valós számok. Törtek. Rendezettség, egyenlőségek, egyenlőtlenségek és tulajdonságok. Felírás tizedes törttel. Arányok, részek, százalékok.	<ul style="list-style-type: none">• Műveletek végzése természetes, egész, racionális és valós számokkal, a számtani műveletek azonosságainak alkalmazása.• A természetes és az egész számok többszöröseinek és osztóinak felsorolása.• Műveletek végzése természetes és egész kitevőjű hatványokkal, az azonosságok alkalmazása.• Az egyenletek és egyenlőtlenségek megoldására való szabályok ismerése és alkalmazása.• Képesek egyszerű egyenleteket és egyenlőtlenségeket megoldani. <ul style="list-style-type: none">• Műveletek végzése algebrai kifejezésekkel (a kéttagú algebrai kifejezés hatványozása, a négyzetek különbségének tényezőkre bontása, a köbök különbségének és összegének tényezőkre bontása, Viét tételének alkalmazása).• Az oszthatósági és a rendezettségi relációk ismerete.• A maradékos osztás alaptételének ismerete és alkalmazása.• A prímszámok és az összetett számok ismerete.• Az adott szám felírása prímtényezők szorzataként.• A legnagyobb közös osztó felírása.• A legkisebb közös többszörös felírása.• Annak megállapítása, hogy osztható-e az adott szám 2-vel, 3-mal, 5-tel, 9-cel és 10-zel.• Műveletek végzése törtekkel és algebrai törtekkel.• Racionális szám felírása tizedes törttel.• A végtelen szakaszos tizedes törtek felírása redukált alakban.• A százalékszámítás alkalmazása.• A rész, az alap és a relatív rész kiszámítása.• A következtetési számítás alkalmazása.

Tartalom, fogalmak**Az ellenőrzés céljai**

Számegyenes.

Intervallumok.

Irracionális számok.

Irracionális szám felírása tizedes tört alakban.

Rendezettség az \mathbb{R} valós számok halmazában.

A négyzetgyök és a köbgyök.

Kerekítés.

A szám abszolút értéke és tulajdonságai.

Racionális kitevőjű hatványok.

- Valós számok bemutatása a számegyenesen (a valós tengelyen) pontokként vagy intervallumokként.
- Kerekítés.
- Az eredmény megbecslése.
- Gyökvonás négyzet- és köbgyökkel.
- Kiemelni a gyökjel elé, amit lehet és a nevezők gyöktelenítése.
- Egyszerűbb abszolút értéket tartalmazó egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása.
- Műveletek végzése racionális kitevőjű hatványokkal.
- Műveletek végzése gyökökkel (gyökvonás alkalmazása).

► Geometria**Tartalom, fogalmak****Az ellenőrzés céljai****Síkmértan**

Alapvető mértani fogalmak.

Pontok és egyenesek a síkban és a köztük lévő kapcsolatok.

Távolság, szakasz, szakasz meghosszabításával keletkező egyenes, a szakasz felezőmerőlegese, félegyenes, szög.

Háromszög, kör, sokszög.

A derékszögű háromszögre vonatkozó tételek.

Egybevágóság.

Hasonlóság.

A hegyesszögek szögfüggvényei.

- Az egyenes, félegyenes, szakasz, szakaszfelező merőleges, szög, kör és körvonal, körív, szelő és érintő ábrázolása.
- A háromszög típusainak megkülönböztetése az oldalak és a szögek szerint.
- A különböző szögtípusok ismerete (mellékszögek, csúcsszögek, hegyesszögek, tompaszögek, társszögek, ...).
- Számítás végzése szögekkel.
- A háromszögek egybevágósági definíciójának ismerete és alkalmazása.
- A háromszögek egybevágósági alaptételeinek alkalmazása.
- A szögmértékek egységeinek ismerete, valamint a fokok átváltásának ismerete radiánba és vissza.
- A háromszög, a paralelogramma és a trapéz tulajdonságainak alkalmazása számítási és a szerkesztési feladatokban.
- A Pitagorasz-tétel alkalmazása.
- A síkidomok szerkesztése (szerkesztési feladatok).
- A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör rajzolása.
- A kör érintőjének szerkesztése (a kör tetszőleges pontjában, a kör tetszőleges külső pontjából).
- Az átmérőre emelt kerületi szög tulajdonságainak ismerete és alkalmazása.
- A háromszögek hasonlósági definíciójának ismerete és alkalmazása.
- A derékszögű háromszög hegyesszög szögfüggvényeinek ismerete és alkalmazása.

Területek

A paralelogramma, háromszög, trapéz, deltoid és kör területe.

Szinusztétel.

Koszinusztétel.

- A területek mérésére szolgáló mértékegységek ismerete, mértékegységek átváltása.
- A paralelogramma, háromszög, trapéz, deltoid, kör és körcikk területének kiszámítása.
- A szinusztétel alkalmazása.
- A koszinusztétel alkalmazása.
- A síkidom kerületének ismerete és kiszámítása, a körív hosszának kiszámítása.
- A síkidom köré és a síkidomba írt kör területének, oldalának, szögének, kerületének, magasságának, sugarának kiszámítása a megfelelő adatokból.

Felszínek és térfogatok

Az egyenes hasáb, körhenger, gúla, körkúp és gömb felszíne és térfogata.

- A térfogat mérésére szolgáló mértékegységek ismerete, mértékegységek átváltása.
- Az egyenes testek (hasáb, körhenger, gúla, körkúp) és a gömb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása.
- Az adott test magasságának, oldalélének, alapélének, átlójának, palástjának, tengelymetszet területének, felszínének és a térfogatának kiszámítása a megfelelő adatokból.
- A mértani testek élei, ill. lapjai által bezárt szögek kiszámítása.

► Algebrai függvények és egyenletek**Lineáris függvény**

Derékszögű koordináta-rendszer a síkban.

Ponthalmazok a síkban.

Két pont távolsága.

Az $x \mapsto kx + n$ lineáris függvény.

Az egyenes egyenlete.

Lineáris egyenlet és lineáris egyenlőtlenség.

Lineáris egyenletrendszer.

- Egyszerű ponthalmazok szemléltetése a síkban.
- Két pont távolságának kiszámítása a síkban.
- A lineáris függvény grafikonjának ábrázolása.
- A k és a n konstansok jelentésének ismerete és alkalmazása.
- A függvény zérushelyének és a 0 helyen felvett értékének felírása.
- Az egyenesek egyenletének felírása explicit, implicit és tengelymetszetes alakban a síkban.
- Lineáris egyenletek megoldása.
- Lineáris egyenlőtlenségek megoldása.
- Két és három lineáris egyenlet egyenletrendszerének megoldása.
- Szöveges feladat megoldása lineáris egyenlet és kétismeretlenes egyenletrendszer segítségével.

Másodfokú függvény

A másodfokú függvény:

$$x \mapsto ax^2 + bx + c.$$

Diszkrimináns.

A másodfokú függvény tengelypontja, gyökei és grafikonja.

- A másodfokú függvény felírása különböző adatok alapján.
- A másodfokú függvény tengelypontjának, gyökeinek, az ordinátatengellyel való metszéspontjának kiszámítása és grafikonjának megrajzolása.
- A másodfokú függvény felírása tengelyponti (csúcsponti), általános és gyöktényezős alakban, valamint az alakok közti átalakítások végzése.

Tartalom, fogalmak**Az ellenőrzés céljai**

A másodfokú egyenlet.

A másodfokú függvény és egyenlet alkalmazása.

A másodfokú egyenlőtlenség.

- A másodfokú egyenletek megoldása, különböző feladatok megoldása, amelyek a másodfokú egyenletre vonatkoznak.
- A parabola és az egyenes metszéspontjának kiszámítása, két parabola metszéspontjának kiszámítása.
- Szöveges feladatok megoldása a másodfokú egyenlet alkalmazásával.
- A másodfokú egyenlőtlenség megoldása.

Hatványfüggvény, polinom és racionális törtfüggvény

Hatványfüggvény.

Valós együtthatós polinomok.

A polinom zérushelyei (gyökei).

Horner-séma.

A polinom grafikonja.

Racionális törtfüggvények.

Racionális egyenletek és egyenlőtlenségek.

- Egész kitevőjű hatványfüggvény grafikonjainak megrajzolása.
- A polinom szorzattá alakítása.
- A polinom gyökeinek kiszámítása.
- A Horner-algoritmus alkalmazása.
- A polinom grafikonjának megrajzolása.
- A polinomfüggvény egyenletének felírása megadott adatokból.
- A $p(x) > 0$, $p(x) < 0$, $p(x) \geq 0$ és a $p(x) \leq 0$ egyenlőtlenségek megoldása.
- A racionális törtfüggvény definíciójának és egyenletének ismerete.
- A gyökök, a pólusok és a vízszintes aszimptota felírása.
- Az adott racionális törtfüggvény grafikonjának megrajzolása.
- Racionális egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása.

► Transzcendens függvények és egyenletek**Tartalom, fogalmak****Az ellenőrzés céljai****Exponenciális függvény és logaritmussfüggvény**

Az exponenciális függvény:

$$f(x) = a^x, a > 0, a \neq 1.$$

Az exponenciális függvény tulajdonságai és grafikonja.

Exponenciális egyenlet.

Logaritmus.

Áttérés más alapra.

Logaritmussfüggvény.

A logaritmussfüggvény tulajdonságai és grafikonja.

Logaritmikus egyenlet.

- Az exponenciális és a logaritmussfüggvény grafikonjának megrajzolása (eltolás és nyújtás nélkül).
- Egyszerű exponenciális egyenletek megoldása (közös alap, közös tényező kiemelése).
- A logaritmus definíciójának ismerete és alkalmazása.
- A logaritmus azonosságainak alkalmazása.
- Egyszerű logaritmikus egyenletek megoldása (zsebszámológéppel is).
- Áttérés más alapra zsebszámológép alkalmazása esetén.
- A tízes alapú és a természetes alapú logaritmus ismerete.

Szögfüggvények

Szögfüggvények.

- A szögfüggvények definícióinak ismerete és alkalmazása.
- Az $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = \tan x$ függvények grafikonjainak ábrázolása.
- A zérushelyek, a maximumok és a minimumok abszcisszáinak kiszámítása.

Tartalom, fogalmak

A szögfüggvények definíciója:

$$f(x) = \sin x$$

$$f(x) = \cos x$$

$$f(x) = \tan x$$

A szögfüggvények tulajdonságai.

Addíciós tételek.

A szögfüggvények grafikonjai.

Az ellenőrzés céljai

- Az egyes szög, valamint a társ- és a pótszögek szögfüggvényei közti összefüggések alkalmazása.
- A szinusz, koszinusz és tangens szögfüggvények periódusosságának, páratlanságának és párosságának alkalmazása, valamint az addíciós tételek alkalmazása.
- Két egyenes hajlásszögének kiszámítása.

► Sorozatok**Tartalom, fogalmak**

Az $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$ sorozat definíciója.

A sorozatok tulajdonságai (növekedés, csökkenés, korlátosság).

A számtani sorozat és a mértani sorozat.

A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összege.

Az ellenőrzés céljai

- Az adott sorozat tulajdonságainak felsorolása (növekedés, csökkenés, korlátosság).
- A sorozat grafikonjának megrajzolása.
- A számtani és a mértani sorozat definíciójának elsajátítása.
- A számtani sorozat első n tagja összegének kiszámítása.
- A mértani sorozat első n tagja összegének kiszámítása.
- A kamatszámítás és a kamatoskamat-számítás ismerete és megkülönböztetése.
- A tőke végső értékének és a kamatozás idejének kiszámítása.

► Adatfeldolgozás (statisztika)**Tartalom, fogalmak**

Statisztikai alapfogalmak.

Az adatok rendezése és csoportosítása.

Az adatok szemléltetése.

Középérték.

Az ellenőrzés céljai

- A statisztikai alapfogalmak alkalmazása (populáció, statisztikai egység, minta, statisztikai változó).
- Az adatok rendezése.
- Az abszolút és a relatív frekvencia (gyakoróság) fogalmának alkalmazása.
- Az adatok grafikus szemléltetése (a relatív gyakoróság hisztogramja, kördiagramja, oszlopdigramja és vonaldiagramja).
- A középérték felírása (módusz, medián, számtani közép).

► Differenciálszámítás**Tartalom, fogalmak**

A függvény deriváltja.

A derivált és a függvény helyi viselkedése.

Az ellenőrzés céljai

- Az elemi és az összetett függvények deriválási szabályainak alkalmazása.
- A függvények tulajdonságainak vizsgálata a derivált segítségével.
- A függvénygrafikon érintőjének felírása egy adott pontban.
- Egyszerű szélsőérték-feladatok megoldása.

► Kombinatorika és valószínűségszámítás

Tartalom, fogalmak	Az ellenőrzés céljai
A kombinatorika alapjai.	
A véletlen esemény (eset) valószínűsége.	<ul style="list-style-type: none">• A szorzás szabály ismerete és alkalmazása.• Az ismétlés nélküli permutációk, az ismétlés nélküli kombinációk, az ismétlés nélküli variációk és az ismétléses variációk felismerése, számuk kiszámítása.• A véletlen esemény (eset) valószínűségének kiszámítása.

5 A SAJÁTOS NEVELÉSI IGÉNYŰ JELÖLTEKRE VONATKOZÓ ELJÁRÁSOK

Az érettségi vizsgáról szóló törvény és a Szakmai érettségi tantárgyi vizsgakatalógus *A sajátos nevelési igényű jelöltekre vonatkozó fejezete* értelmében, A sajátos nevelési igényű jelöltek részére, akiket hivatalos végzés alapján irányítottak az egyes képzési programokba, indokolt esetekben pedig más jelöltek számára is (sérülés, betegség esetén), figyelembe véve hiányosságuk, korlátaik, zavaruk fajtáját és fokát, módosítani kell a matematika érettségi vizsga lebonyolításának és tudásuk értékelésének módját.

6 MELLÉKLETEK

6.1 Matematikai jelek

► Halmazok

\in	eleme
\notin	nem eleme
$\{x_1, x_2, \dots\}$	az x_1, x_2, \dots elemek halmaza
$\{x; \dots\}$	minden olyan x -ek halmaza, amelyekre ...
$\emptyset, \{\}$	üres halmaz
\mathbb{N}	a természetes számok halmaza
\mathbb{N}_0	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
\mathbb{Z}	az egész számok halmaza
\mathbb{Z}^+	a pozitív egész számok halmaza
\mathbb{Z}^-	a negatív egész számok halmaza
\mathbb{Q}	a racionális számok halmaza
\mathbb{Q}^+	a pozitív racionális számok halmaza
\mathbb{Q}^-	a negatív racionális számok halmaza
$\mathbb{R}, (-\infty, \infty)$	a valós számok halmaza
$\mathbb{R}^+, (0, \infty)$	a pozitív valós számok halmaza
$\mathbb{R}_0^+, [0, \infty)$	a nemnegatív valós számok halmaza
$\mathbb{R}^-, (-\infty, 0)$	a negatív valós számok halmaza
\cup	egyesítés, unió
\cap	metszet
$\setminus, -$	a halmazok különbsége
$[a, b]$	zárt intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$
$[a, b)$	intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$
$(a, b]$	intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$
(a, b)	nyílt intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$

► Relációk és műveletek

(a,b)	rendezett pár
$=$	egyenlő
\neq	nem egyenlő
\doteq	közelítőleg egyenlő
$<$	kisebb
\leq	kisebb vagy egyenlő
$>$	nagyobb
\geq	nagyobb vagy egyenlő
$+$	plusz
$-$	mínusz
\cdot	-szor, -szer, -ször
$:$	osztva
$a b$	a osztója b -nek
$D(a,b)$	az a és a b szám legnagyobb közös osztója
$v(a,b)$	az a és a b szám legkisebb közös többszöröse
Σ	összegezés (szumma) jele
$ a $	az a szám abszolút értéke

► Geometria

$d(A,B)$	az A és B pont távolsága
$ AB $	az AB szakasz hossza
\sphericalangle	szög
\triangle	háromszög
\parallel	párhuzamos
\perp	merőleges
\cong	egybevágó
\sim	hasonló
$A(x,y)$	az x és y koordinátájú A pont
S, p	terület
V	térfogat
P	felszín
R	a háromszög köré írt kör sugara
r	a háromszögbe írt kör sugara

► Függvények

f	f függvény
$f : A \rightarrow B$	az A halmazt a B halmazba leképező függvény (leképezés)
$x \mapsto f(x)$	az x elemhez $f(x)$ -t rendeljük
D_f	az f függvény értelmezési tartománya
Z_f	az f függvény értékkészlete
f'	az f függvény (első) deriváltja

► Adatfeldolgozás (statisztika)

\bar{x}, μ, M	számtani közép
Mo	módusz
Me	medián

► Kombinatorika. Valószínűségszámítás.

P_n	n elem ismétlés nélküli permutációinak száma
$n!$	n faktoriális
V_n^r	n elem r -ed osztályú ismétléses nélküli variációinak száma
${}^{(p)}V_n^r$	n elem r -ed osztályú ismétléses variációinak száma
$\binom{n}{k}$	Binomális együttható (n alatt a k)
$C_n^r = \binom{n}{r}$	n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli kombinációinak száma
G	biztos esemény (eset)
N	lehetetlen esemény (eset)
E_1, E_2, E_3, \dots	elemi események (esetek)
A'	az A esemény (eset) ellentétes eseménye (esete)
$A \cup B$	az A és a B események (esetek) összege
$A \cap B, A \cdot B$	az A és a B események (esetek) szorzata
$A \setminus B$	az A és a B események (esetek) különbsége
$A \subset B$	az A esemény (eset) maga után vonja a B eseményt (esetet) (egy A eseménynek (esetnek) egy B esemény (eset) a következménye)
$P(A)$	az A esemény (eset) valószínűsége

6.2 A feladatlaphoz mellékelt képletek

1. A derékszögű koordináta-rendszer a síkban, a lineáris függvény

- Két pont távolsága a síkban: $d(A,B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Lineáris függvény: $f(x) = kx + n$
- Az egyenes hajlásszöge: $k = \tan \varphi$
- A lineáris függvény iránytényezője: $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- Két egyenes hajlásszöge: $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

2. Síkmértan (a síkidomok területét S -sel jelöltük)

- Háromszög: $S = \frac{cv_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- A háromszög köré írható kör sugara (R) és a háromszögbe írható kör sugara (r):
 $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- Egyenlő oldalú háromszög: $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $v = \frac{a \sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a \sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a \sqrt{3}}{3}$
- Deltoid, rombusz: $S = \frac{ef}{2}$
- Paralelogramma: $S = ab \sin \alpha$
- A körív hossza: $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- Szinusztétel: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Rombusz: $S = a^2 \sin \alpha$
- Trapéz: $S = \frac{a+c}{2} v$
- A körcikk területe: $S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- Koszinusztétel: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplap területe)

- Hasáb: $P = 2S + S_{pl}$, $V = Sv$
- Gúla: $P = S + S_{pl}$, $V = \frac{1}{3} Sv$
- Gömb: $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- Henger: $P = 2\pi r^2 + 2\pi r v$, $V = \pi r^2 v$
- Kúp: $P = \pi r^2 + \pi r s$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 v$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- $ax^2 + bx + c = 0$
- Tengelypont: $T(p,q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$
- Zérushelyek ill. gyökök: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Sorozatok

- **Számtani sorozat:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Mértani sorozat:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Kamatszámítás:** $G_n = G_0 + o$, $o = \frac{G_0 np}{100}$
- **Kamatokamat-számítás:** $G_n = G_0 r^n$, $r = 1 + \frac{p}{100}$

8. Adatfeldolgozás (statisztika)

- **Számtani közép:**
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$
$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$

9. Derivált

- **Néhány elemi függvény deriváltja**
 $f(x) = x^n$ $f'(x) = nx^{n-1}$
 $f(x) = \sin x$ $f'(x) = \cos x$
 $f(x) = \cos x$ $f'(x) = -\sin x$
 $f(x) = \tan x$ $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
 $f(x) = \ln x$ $f'(x) = \frac{1}{x}$
 $f(x) = e^x$ $f'(x) = e^x$
- **Deriválási szabályok**
 $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
 $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
 $(kf(x))' = kf'(x)$
 $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
 $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

10. Kombinatorika. Valószínűségyszámítás

- **Ismétlés nélküli permutációk:** $P_n = n!$
- **Ismétlés nélküli variációk:** $V_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Ismétlés variációk:** $(^p)V_n^r = n^r$
- **Ismétlés nélküli kombinációk:** $C_n^r = \frac{V_n^r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Az A véletlen esemény (eset) valószínűsége:**
$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{kedvező események (esetek) száma}}{\text{az összes események (esetek) száma}}$$

6.3 A vizsgafeladatok mintái

Magyarázat: a (1*)-gal jelölt pont eljárási pont. A jelölt akkor kapja meg, ha felírta (alkalmazta) a helyes eljárást, de hiba vagy hibás adatok miatt az eredmény nem helyes.

A feladatlapokba szlovénul és magyarul vannak a feladatok.

SZÁMHALMAZOK

1. Egyszerűsítse a kifejezést:

$$(1 - (x + 1)^{-1}) \cdot \frac{x^2 - x - 2}{x^2}$$

(4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	2	♦ A zárójelekben levő kifejezés egyszerűsítése: $\frac{x}{x+1}$	1* + 1
	1	♦ A kifejezés tényezőkre bontása: $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$	
	1	♦ Megoldás: $\frac{x-2}{x}$	
Összesen	4		

2. Adottak a 75, 1024, 1782, 3240 és 5052 természetes számok. Keresse meg annak a két számnak a legnagyobb közös osztóját, amelyek oszthatók 5 -tel!

(4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2	1	♦ Annak megállapítása, hogy a 75 és a 3240 számok oszthatók 5 -tel	
	2	♦ A számok felírása prímszám alapú hatványok szorzataként: $75 = 3 \cdot 5^2$, $3240 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5$	1 + 1*
	1	♦ Megoldás: $D(75, 3240) = 15$	
Összesen	4		

3. Az autó kiinduló ára először 20%-kal növekedett, majd 25%-kal csökkent. Számítsa ki az autó kiinduló árát, ha a végső ára 18090 euró!

(4 pont)

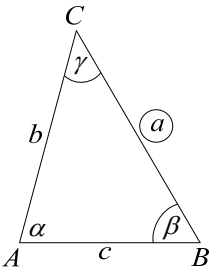
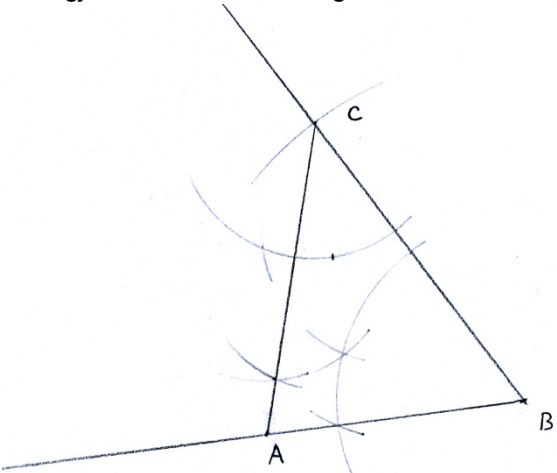
Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
3	3	♦ Az egyenlet felírása: $x \cdot 1,20 \cdot 0,75 = 18090$ euró	1* + 1 + 1
	1	♦ Megoldás: $x = 20100$ euró	
Összesen	4		

GEOMETRIA

Síkmértan

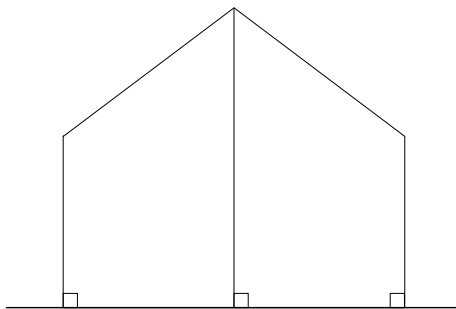
1. Szerkessze meg, és jelölje az ABC háromszöget az $a = 6$ cm, $\beta = 60^\circ$ és $\gamma = 45^\circ$ adatokkal! Készítsen ábrát is!

(4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	1	<p>♦ Ábra</p> 	
	1	♦ Az a oldal és az egyik szög szerkesztése	
	1	♦ A másik szög szerkesztése	
	1	♦ A megjelölt ABC háromszög	
			
Összesen	4		

2. Két függőleges 2 m magasságú bot 4 m távolságra áll. A botokhoz 5 m hosszú kötelet csatoltunk, a kötelet középen alátamasztjuk egy harmadik bottal úgy, hogy a kötél ki legyen feszítve (lásd az ábrát!). Számítsa ki a harmadik bot hosszúságát!

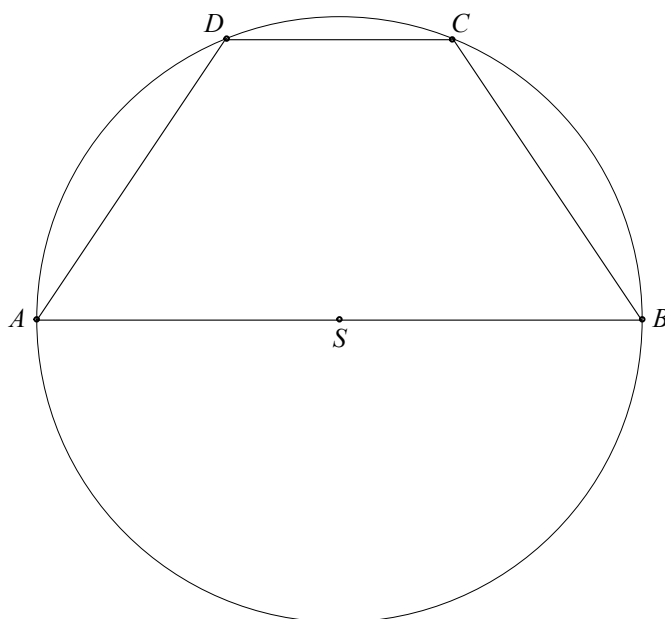
(4 pont)



Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2			
	2	♦ A Pitagorasz-tétel alkalmazása, pl.: $x^2 + 2^2 = 2,5^2$	1 + 1
	1	♦ Megoldás: $x = 1,5$ m	
	1	♦ A harmadik bot hosszúsága: $2 + 1,5 = 3,5$ m	
Összesen	4		

3. A körbe beírtuk az $ABCD$ trapézt, ennél a hosszabb alapja 8 cm, a rövidebb pedig 3 cm (lásd az ábrát!). Számítsa ki, mekkora a $\sphericalangle DSC$ szög!

(5 pont)



Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
3	2	♦ Annak megállapítása, hogy $r = SC = SD = 4$ cm	1 + 1
	2	♦ A megfelelő képlet alkalmazása a szög kiszámítására, pl.: $\cos \varphi = \frac{r^2 + r^2 - c^2}{2rr}$	1 + 1
	1	♦ A kiszámított szög, pl.: $\varphi \doteq 44,05^\circ$	
Összesen	5		

Területek

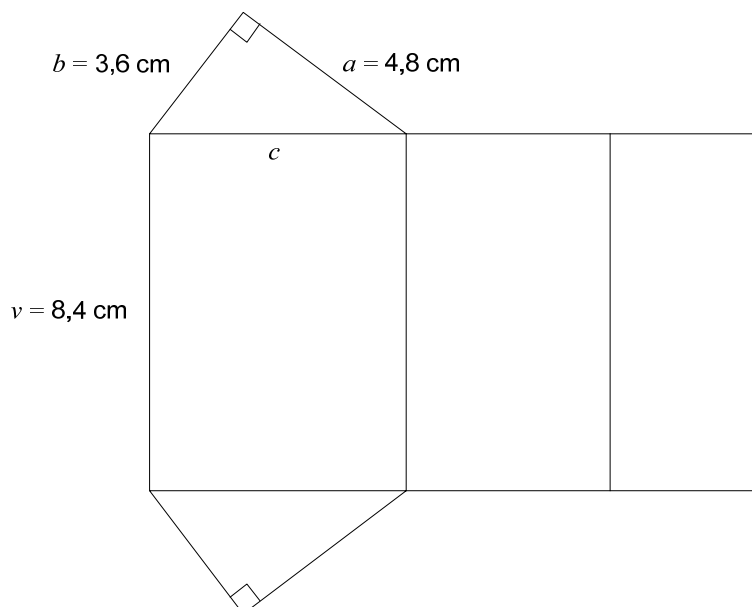
1. Az $ABCD$ paralelogrammában az oldal hossza $a = 6$ cm és a hozzá tartozó magasság $v_a = 4$ cm. Az A csúcsnál levő szög 60° . Számítsa ki a paralelogramma kerületét és területét!

(4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	2	<ul style="list-style-type: none"> A paralelogramma oldalhosszának kiszámítása, pl.: $b = \frac{4}{\sin 60^\circ} \doteq 4,62$ cm 	1* + 1
	1	<ul style="list-style-type: none"> A paralelogramma kerülete, pl.: $o \doteq 21,24$ cm 	
	1	<ul style="list-style-type: none"> A paralelogramma területe, pl.: $S = 24$ cm² 	
Összesen	4		

Felszínek és térfogatok

1. Az ábrán a háromoldalú egyenes hasáb hálójá látható.



- 1.1. Számítsa ki a hasáb alaplajának a kerületét!

(4 pont)

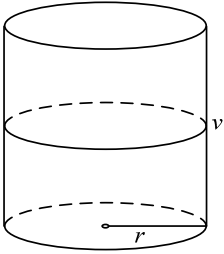
- 1.2. Számítsa ki a hasáb felszínét és térfogatát! A felszínét írja fel mm²-ben!

(6 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1.1	1	<ul style="list-style-type: none"> A Pitagorasz-tétel alkalmazása: $c^2 = 3,6^2 + 4,8^2$ 	
	1	<ul style="list-style-type: none"> Megoldás: $c = 6$ cm 	
	1	<ul style="list-style-type: none"> A képlet alkalmazása: $o = a + b + c$ 	
	1	<ul style="list-style-type: none"> Megoldás: $o = 14,4$ cm 	
Összesen	4		

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1.2	2	♦ Az alaplap területének kiszámítása: $S_o = \frac{ab}{2} = 8,64 \text{ cm}^2$	1* + 1
	1	♦ A hasáb felszíne: $P = 2S_o + S_{pl} = 138,24 \text{ cm}^2$	
	1*	♦ Átváltás: $P = 13824 \text{ mm}^2$	
	2	♦ A hasáb térfogata: $V = S_o v = 8,64 \cdot 8,4 = 72,576 \text{ cm}^3$	1* + 1
Összesen	6		

2. Egy egyenes henger alakú hordó térfogata 500 liter, és félig meg van töltve kőolajjal. A hordó függőleges helyzetében a kőolaj szintje 0,6 m-rel van a hordó alaplapja felett.
- 2.1. Rajzolja meg a henger ábráját, majd számítsa ki, hány centiméter az alaplap sugara! (7 pont)
- 2.2. Számítsa ki, hány cm^2 bádóg szükséges ahhoz, hogy ilyen hordót készíthessünk! (3 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2.1	1	♦ Ábra 	
	1	♦ A térfogat átváltása, pl.: $V = 500000 \text{ cm}^3$	
	2	♦ A magasság átalakítása és kiszámítása, pl.: $v = 120 \text{ cm}$	1* + 1
	1	♦ A képlet alkalmazása, npr.: $V = \pi r^2 v$	
	1	♦ A sugár kiszámítása	1*
	1	♦ Megoldás, pl.: $r = 36,4 \text{ cm}$	
Összesen	7		

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2.2	2	♦ A képlet alkalmazása és a hordó felszínének kiszámításához szükséges adatok behelyettesítése: $P = 2\pi \cdot 36,4^2 + 2\pi \cdot 36,4 \cdot 120$	1* + 1
	1	♦ Megoldás: $P = 35778 \text{ cm}^2$	Minden olyan megoldást figyelembe veszünk, amely helyes kerekítéssel megkapható.
Összesen	3		

ALGEBRAI FÜGGVÉNYEK ÉS EGYENLETEK

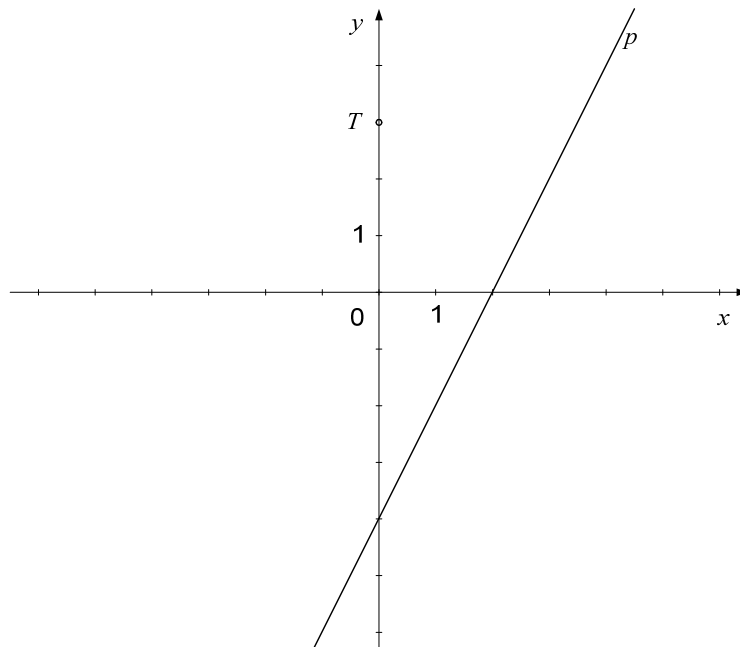
Lineáris függvény

1. Oldja meg az egyenletrendszert: $2x + 3y = 6$, $x - y = -7$!

(4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	2*	♦ Helyes megoldási eljárás	
	2	♦ Megoldás: $x = -3$, $y = 4$	1 + 1
Összesen	4		

2. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a p egyenessel, és illeszkedik a T pontra!



(4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2	1	♦ A T pont felírása: $T(0, 3)$	
	1	♦ Irányítányező: $k = 2$	
	1	♦ Az egyenes egyenletének alkalmazása, pl.: $y - y_0 = k(x - x_0)$	
	1	♦ Megoldás, pl.: $y = 2x + 3$	
Összesen	4		

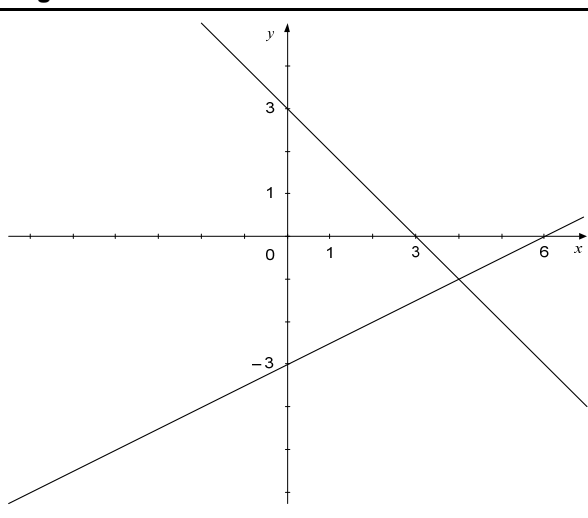
3. Adott két egyenes egyenlete: $y = -x + 3$ és $y = \frac{1}{2}x - 3$.

3.1. Rajzolja meg mindkét egyenest az adott koordináta-rendszerbe!

(4 pont)

3.2. Számítsa ki a két egyenes metszéspontját, és a metszéspont távolságát az y tengelytől!

(6 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
3.1			
	2	♦ Az $y = -x + 3$ egyenes megrajzolása	1 + 1
	2	♦ Az $y = \frac{1}{2}x - 3$ egyenes megrajzolása	1 + 1
Összesen	4		

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
3.2	1	♦ Az $-x + 3 = \frac{1}{2}x - 3$ egyenlet felírása	
	1	♦ Helyes megoldási eljárás	
	1	♦ Az abszcissza kiszámítása: $x = 4$	
	1	♦ Az ordináta kiszámítása: $y = -1$	
	1	♦ A metszéspont felírása: $P(4, -1)$	
	1	♦ A metszéspont távolsága az y tengelytől 4.	
Összesen	6		

Másodfokú függvény

1. Adott az $f(x) = x^2 - 3x - 4$ másodfokú függvény. Határozza meg a függvény grafikonjának a tengelypontját és a koordinátatengelyekkel való metszéspontjait!

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	2	♦ A tengelypont meghatározása: $T\left(\frac{3}{2}, -\frac{25}{4}\right)$	1 + 1
	2	♦ Az abszcisszatengellyel való metszéspontok: $P_1(-1, 0), P_2(4, 0)$	1 + 1
	1	♦ Az ordinátatengellyel való metszéspont meghatározása: $N(0, -4)$	
Összesen	5		

2. Adott két másodfokú függvény: $f(x) = -x^2 + 4$ és $g(x) = x^2 - 2x$.

2.1. Ábrázolja a g függvény grafikonját!

(4 pont)

2.2. Számítsa ki a grafikonok metszéspontjainak koordinátáit!

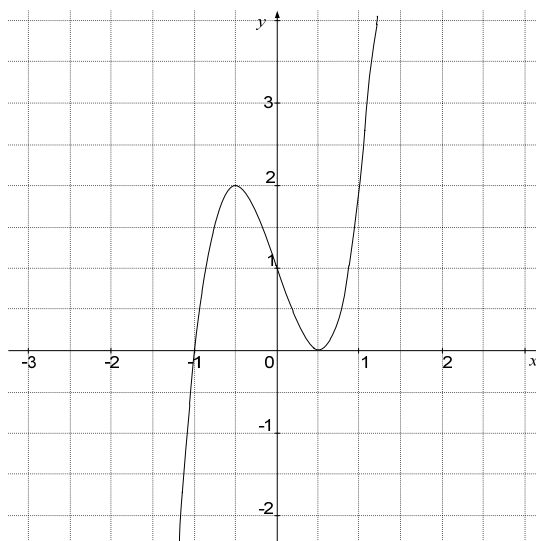
(6 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2.1			
	4	♦ A $g(x) = x^2 - 2x$ parabola megrajzolása (tengelypont, zérushelyek, helyes alak)	1 + 1 + 2
Összesen	4		

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2.2	1	♦ Az $-x^2 + 4 = x^2 - 2x$ egyenlet felírása	
	1	♦ Helyes megoldási eljárás	
	2	♦ Pl. az $x_1 = -1, x_2 = 2$ abszcisszák kiszámítása	1 + 1
	2	♦ Pl. az $y_1 = 3, y_2 = 0$ ordináták kiszámítása	1 + 1
Összesen	6		

Hatványfüggvény, polinom és racionális törtfüggvény

1. Az ábrán egy harmadfokú polinom grafikonja látható. Írja fel a gyökeit és ezek fokát! Állapítsa meg és írja fel a polinom negatív értékeinek intervallumát!



(6 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	2	♦ Az első gyök felírása: $x = -1$ (elsőfokú)	1 + 1
	2	♦ A második gyök felírása: $x = \frac{1}{2}$ (másodfokú)	1 + 1
	2	♦ A polinom negatív értékeinek intervalluma $(-\infty, -1)$, tehát az $x < -1$ értékeknél	1 + 1 A jelölt az első pontot az intervallum helyesen felírt végpontjaira kapja, a másodikat a helyes zárójelekre.
Összesen	6		

2. Adott az $f(x) = \frac{x-1}{x^2-x-2}$ függvény!

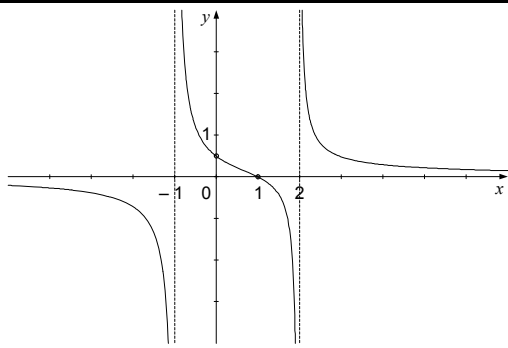
2.1. Írja fel a zérushelyét, pólusát, vízszintes aszimptotáját és az ordinátatengellyel való metszéspontját!

(5 pont)

2.2. Ábrázolja az f függvény grafikonját!

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2.1	1	♦ Zérushely: $x = 1$	
	2	♦ Pólusok: $x_1 = -1, x_2 = 2$	1 + 1
	1	♦ Vízszintes aszimptota: $y = 0$	
	1	♦ Metszéspont az ordinátatengellyel: $N\left(0, \frac{1}{2}\right)$	
Összesen	5		

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2.2			
	1	♦ A grafikon az $M(1,0)$ és $N\left(0, \frac{1}{2}\right)$ pontokon halad át	
	1	♦ Mindhárom aszimptota megrajzolása	
	3	♦ A megrajzolt grafikon	A grafikon mindegyik ága 1 pont.
Összesen	5		

TRANSZCENDENS FÜGGVÉNYEK ÉS EGYENLETEK

Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény

1. Oldja meg a $2 \cdot \log(x-3) = \log 1$ egyenletet!

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	1	♦ A logaritmus jellegzetességének figyelembevétele: $\log(x-3)^2 = \log 1$	
	1	♦ Az egyenlet felírása: $(x-3)^2 = 1$	
	2	♦ Az egyenlet átalakítása és a másodfokú egyenlet megoldása: $x_1 = 4, x_2 = 2$	1* + 1
	1	♦ Annak megállapítása, hogy $x_2 = 2$ nem megoldása a logaritmusegyenletnek	
Összesen	5		

2. Oldja meg az egyenleteket:

$$4^{1-2x} = \frac{1}{64},$$

$$\log_4 x = -\frac{1}{2}!$$

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2	1	♦ Az egyenlet átalakítása, pl.: $4^{1-2x} = 4^{-3}$	
	1*	♦ Az egyenlet felírása (a hatványkitevők kiegyenlítése): $1-2x = -3$	
	1	♦ Megoldás: $x = 2$	
	1	♦ Az egyenlet átalakítása: $4^{-\frac{1}{2}} = x$	
	1	♦ Megoldás: $x = \frac{1}{2}$	
Összesen	5		

3. Adott az $f(x) = 3^x$ és $g(x) = -x + 4$ függvény. Rajzolja meg az adott koordináta-rendszerben mindkét függvény grafikonját! A képről olvassa le a metszéspontjuk koordinátáit! Ellenőrizze számítással, hogy a leolvasott metszéspont mindkét függvény grafikonjára illeszkedik-e!

(6 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
3			
	2	♦ Az exponenciális függvény grafikonjának megrajzolása	1 + 1
	2	♦ Az egyenes megrajzolása	1 + 1
	1	♦ A metszéspont leolvasása: $P(1,3)$	
	1	♦ Kiszámítás, pl.: $f(1) = g(1) = 3$	
Összesen	6		

Szögfüggvények

1. Kösse össze a két kifejezést úgy, hogy egyenlő értékűek legyenek tetszőleges x -re!

$\sin(-x)$	$\sin x$
$\cos(x + 360^\circ)$	$\sin^2 x$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$	$-\sin x$
$\cos(x - \pi)$	$-\cos x$
$1 - \cos^2 x$	$\cos x$


(5 pont)


Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	1	♦ $\sin(-x) = -\sin x$ összekötése	
	1	♦ $\cos(x + 360^\circ) = \cos x$ összekötése	
	1	♦ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ összekötése	
	1	♦ $\cos(x - \pi) = -\cos x$ összekötése	
	1	♦ $1 - \cos^2 x = \sin^2 x$ összekötése	
Összesen	5		

SOROZATOK

1. Mihály kavicsból halmokat formázott. Az első három halmot az ábra mutatja. Hány kavics kellene a 13. halomhoz, ha ez az előbbi 12-vel együtt egy számtani sorozatot alkotna?

(5 pont)

1. halom 

2. halom 

3. halom 

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	1	♦ Az első három tag felírása: $a_1 = 2, a_2 = 6, a_3 = 10$	
	1	♦ Kiszámítás: $d = 4$	
	1	♦ A képlet alkalmazása: $a_{13} = a_1 + (13 - 1) \cdot d$	
	1	♦ Megoldás: $a_{13} = 50$	
	1	♦ Válasz: A 13. halomhoz 50 kavicsra lenne szüksége.	
Összesen	5		

2. Számítsa ki az x -t úgy, hogy az $x, x + 3$ és $x + 5$ egy mértani sorozat első három tagja legyen! Adja össze az adott sorozat első négy tagját!

(6 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2	1	♦ Az egyenlet felírása, pl.: $\frac{x+3}{x} = \frac{x+5}{x+3}$	
	1	♦ a törtek kiküszöbölése, pl.: $(x+3)(x+3) = x(x+5)$	
	1	♦ a zárójelek elhagyása, pl.: $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 5x$	
	1	♦ Megoldás: $x = -9$	
	2	♦ A sorozat első négy tagjának az összege, pl.: $s_4 = -9 - 6 - 4 - \frac{8}{3} = -21\frac{2}{3}$	$1^* + 1$
Összesen	6		

3. Az A és a B bolt januárban egyenként 250 kg citromot adott el. A következő hónapokban az A bolt mindegyik hónapban 15 kg citrommal kevesebbet adott el mint az előző hónapban, a B bolt pedig 6%-kal kevesebbet mint az előző hónapban.

- 3.1. Számítsa ki, hány kilogramm citromot adott el az egyes bolt júniusban!

(5 pont)

- 3.2. Hány százalékkal volt az A boltban az eladás júniusban kisebb az áprilisi eladásnál?

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
3.1	2	♦ Az A bolt forgalma júniusban: $250 - 5 \cdot 15 = 175$ kg	1 + 1
	3	♦ Az B bolt forgalma júniusban: $250 \cdot (1 - 0.06)^5 = 250 \cdot 0,94^5 \doteq 183$ kg	1 + 1 + 1
Összesen	5		

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
3.2	2	♦ Az A bolt forgalma áprilisban: $250 - 3 \cdot 15 = 205$ kg	1 + 1
	2	♦ A százalék felírása és kiszámítása, pl.: $\frac{205 - 175}{205} \doteq 0,146 \doteq 15\%$	1* + 1
	1	♦ Válasz: Körülbelül 15%-kal.	
Összesen	5		

ADATFELDOLGOZÁS (STATISZTIKA)

1. Egy osztályban megmérték a fiúk és a lányok magasságát. A mérés eredményeit beírták a táblázatba:

Magasság cm-ben	Nem
162	N
163	N
164	N
165	N
165	N
167	F
169	N
170	F
171	F
171	F
172	N
175	F
176	F
178	F
178	F
179	N
180	F
180	F
181	F
185	F

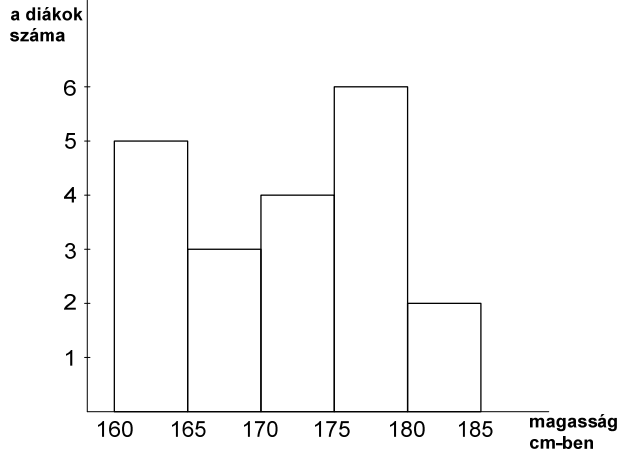
1.1. Egészítse ki a táblázatot és rajzoljon hisztogramot a következő 5 osztállyal:

Osztály	Magasság cm-ben	A diákok száma
1	160 felett 165-tel bezárólag	
2	165 felett 170-nel bezárólag	
3	170 felett 175-tel bezárólag	
4	175 felett 180-nal bezárólag	
5	180 felett 185-tel bezárólag	

(5 pont)

- 1.2. Számítsa ki, hány cm-rel különbözik a fiúk átlagos magassága a lányok átlagos magasságától!

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1.1	2	♦ A kiegészített táblázat: 5, 3, 4, 6, 2	Legalább három helyes érték 1 pont.
	1	♦ Hisztogram - megjelölt tengelyek	
	2	♦ A megrajzolt hisztogram 	1* + 1
Összesen	5		

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1.2	2	♦ Pl. $M_Z = \frac{1339}{8} = 167,375$ cm kiszámítása	1 + 1
	2	♦ Pl. $M_M = \frac{2112}{12} = 176$ cm kiszámítása	1 + 1
	1	♦ A különbség kiszámítása: $R = M_M - M_Z = 8,625$ cm	
Összesen	5	A jelölt megkapja az összes pontot, ha az eredményeket helyesen kerekítette.	

DERIVÁLT

1. Számítsa ki az alábbi függvények deriváltjait!

$$f(x) = 2 \sin x + 3 \cos x - 2$$

$$g(x) = \ln(4x^2)$$

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	2	♦ $f'(x) = 2 \cos x - 3 \sin x$	1 + 1
	3	♦ $g'(x) = \frac{1}{4x^2} \cdot 8x = \frac{2}{x}$	2 + 1
Összesen	5		

2. Számítsa ki a következő függvények deriváltját, majd egyszerűsítse a kapott megoldásokat!

$$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 3$$

$$g(x) = \frac{2x-1}{x+2}$$

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2	2	♦ $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot 2x - 4 = x - 4$	1 + 1
	3	♦ $g'(x) = \frac{2 \cdot (x+2) - (2x-1) \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{5}{(x+2)^2}$	2 + 1
Összesen	5		

3. Írja fel az $y = x^2 - 4x$ görbe érintőjét az $A(3, y_0)$ pontban!

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
3	1	♦ Az A pont ordinátájának kiszámítása: $y_0 = y(3) = 9 - 12 = -3$	
	1	♦ A derivált kiszámítása: $y' = 2x - 4$	
	1	♦ Az érintő iránytényezőjének kiszámítása: $k_t = y'(3) = 2$	
	2	♦ Az érintő egyenletének felírása: $y = 2x - 9$	1* + 1
Összesen	5		

4. Adott az $f(x) = x^3 - 3x + 2$ függvény.

4.1. Számítsa ki az f függvény zérushelyeit és a függvény 0 helyen felvett helyettesítési értékét!

(4 pont)

4.2. Számítsa ki az f függvény extrémumait!

(6 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
4.1	3	♦ A zérushelyek kiszámítása: $x_{1,2} = 1, x_3 = -2$	1* + 1 + 1
	1	♦ Kiszámítás: $f(0) = 2$	
Összesen	4		

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
4.2	1	♦ A derivált kiszámítása: $f'(x) = 3x^2 - 3$	
	3	♦ A stacionárius pontok kiszámítása: $x_1 = 1, x_2 = -1$	1* + 1 + 1
	2	♦ Az extrémumok felírása: $E_1(1,0), E_2(-1,4)$	1 + 1
Összesen	6		

KOMBINATORIKA ÉS A VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS

1. 5 matematikus és 3 fizikus közül ki kell választanunk egy háromtagú szakbizottságot, amelyben két matematikus és egy fizikus lesz. Számítsa ki, hány módon lehet összeállítani a bizottságot, ha nincsen más feltétel!

(4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	2	♦ Felírás: $\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{1}$	1 + 1
	1*	♦ Kiszámítás, pl.: $\binom{5}{2} = 10$, $\binom{3}{1} = 3$	
	1	♦ Megoldás: 30	
Összesen	4		

2. A skatulyában piros, kék, fehér és zöld golyócska volt. Tünde vakon egymás után kivette ezeket a skatulyából. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy sorban kivette a zöld, a kék, a fehér és a piros golyócskát!

(4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2	1. mód:		
	1	♦ Az összes eset száma: $n = 4! = 24$	
	1	♦ A kedvező eset száma: $m = 1$	
	2	♦ A képlet alkalmazása és kiszámítás: $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{4!} \doteq 0,042$	1* + 1
	2. mód:		
	2	♦ Annak a valószínűségnek figyelembevétele, hogy n golyócska közt pontosan meghatározott színű golyót veszünk ki, egyenlő $\frac{1}{n}$	
2	♦ Kiszámítás: $P(A) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{24} \doteq 0,042$	1* + 1	
Összesen	4		

6.4 Útmutató a vizsga írásbeli része feladatainak értékeléséhez

Az útmutató néhány általános utasítást szeretne nyújtani a matematika szakmai érettségi vizsga írásbeli része feladatainak pontozásához. Ezek az általános utasítások nem kötődnek egyes feladatokhoz vagy a feladatok tartalmazta tananyaghoz, az adott megoldókulcsban pedig nem jelennek meg külön követelmények a keletkezett problémával kapcsolatban.

Az útmutató az értékelők és a jelöltek részére készült.

► Alapszabály

Az a jelölt, aki bármilyen helyes módon eljutott a helyes megoldásig (akkor is, ha a megoldókulcs ezzel a módszerrel nem számolt), maximális pontszámot kap.

Helyes módszernek számít minden eljárás, amely:

- értelmesen figyelembe veszi a feladat szövegét,
- a probléma megoldásához vezet,
- matematikai szempontból helyes és teljes.

Az alapszabály nem érvényes azoknál a feladatoknál, amelyeknél a megoldási mód elő van írva, pl.: "Oldja meg grafikus módon!".

Ebben az esetben minden más módszer hibának, illetve nem teljes megoldásnak számít.

► Az eredmény és az eljárás helyessége

Azokban a feladatokban, amelyekben az utasítás "Számítsa ki pontosan!" vagy "Az eredmény legyen pontos!", a számokat pontosan kell felírni, tehát analitikus alakban, pl.: π , e , $\ln 2$, $\sqrt[3]{5}$... Az összes részeredményt is pontosan kell megadni. A végeredményeket megfelelően egyszerűsíteni kell: a törteket és a törtes kifejezéseket redukált alakban, a gyökökből ki kell emelni a gyökjel elé, amit lehet, az egynemű tagokat össze kell adni.

Azokban a feladatokban, amelyekben követelmény a pontosság (pl.: "Számítsa ki két tizedesjegyre!"), a végeredményt az előírt pontossággal és megfelelően kerekítve kell felírni. A \doteq (körülbelül egyenlő) felírás kötelező. A részeredményeket nagyobb pontossággal kell kiszámítani (igyekezzünk pontosan számítani, ha lehet), különben megtörténhet, hogy a végeredmény nem lesz elég pontos.

Egyes feladatokat megoldhatunk számítással és grafikus módon is. Mivel a grafikus módszer általában nem pontos, inkább ne alkalmazzuk! Csak azoknál a feladatoknál vegyük megfelelőként figyelembe, amelyek ezt a módszert kimondottan előírják. Ha egy egyszerű eredmény a grafikonról leolvasható, számítással bizonyítsuk helyességét

Ha a feladat szövege kérdés formájú (a végén "?" van), a válasz teljes mondatot követel.

Ha a jelölt a megoldásban az eljárást vagy annak egy részét áthúzta, az áthúzottat nem pontozzuk.

Ha az adatok közt mértékegységek is szerepelnek, pl. cm, kg, EUR ..., akkor a végeredményeknek is tartalmazniuk kell ezeket. Meghatározott egység használata csak akkor kötelező, amikor ez kimondottan elő van írva, különben bármelyik értelmes egység elfogadható. Ha a jelölt az ilyen feladatban a mértékegységet nem írja fel, az eredményért nem kap pontot. A részeredmények lehetnek mértékegység nélkül is.

A szöveget a mértani feladatokban (két egyenes hajlásszöge, a háromszög szöge ...) fokokban és századfokokban, vagy fokokban és percekben fejezzük ki.

► A függvények grafikonjai

Ha a koordináta-rendszer már adva van, akkor azt vesszük figyelembe – nem változtatjuk az egységeket, nem toljuk el a tengelyeket. Ha magunk rajzolunk koordináta-rendszert, kötelező megjelölnünk a tengelyeket, valamint minden tengelyen az egységeket. Általában mindkét tengelyen egyenlő nagyságú egységeket válasszunk!

A koordináta-rendszer meghatározza a grafikonok rajzolásának határait. A grafikont meg kell rajzolni a koordináta-rendszer végéig (ha a függvény odáig van értelmezve).

A szinusz- és a koszinuszfüggvények esetében figyelembe kell venni a szélsőértékeket (extrémumokat).

A grafikon az adott függvénynek esztétikai szempontból is feleljen meg: szabályos körívek, a konkáv, illetve konvex grafikon figyelembevételével, viselkedés a jellegzetes pontok környezetében (zérushelyek, pólusok, a koordinátatengelyekkel való metszéspontok ...).

► Ábrák

Az ábrán jelöljük minden olyan mennyiséget, amely adatként, részeredményként vagy végeredményként szerepel a feladatban. A mértani síkidomoknál és testeknél az oldalak, csúcsok, élék jelölésekor az általános megállapodásoknak megfelelően járunk el. Ezek a szabályok a tankönyvekben megtalálhatók.

Az ábra feleljen meg az általa ábrázolt idom vagy test főbb jellemzőinek. A kiszámított mennyiségek jelölései egyezzenek meg az ábra jelöléseivel.

► Szerkesztési feladatok

A szerkesztési feladatokat körzővel és vonalzóval oldjuk meg.

Mindig meg kell szerkeszteni az összes (nem egybevigő) megoldást, amelyet az adatok meghatároznak. Ezekben a feladatokban legelőször ábrát készítsünk. Az ábrán levő jelölések egyezzenek meg a képen levő jelölésekkel. Ha a síkidom fekvése nincs megadva, a szerkesztést tetszőleges kezdőpontban kezdhetjük tetszőleges irányban, ügyelve arra, hogy a teljes szerkesztés kiférjen a feladatlapra.

A nehezebb szerkesztési feladatoknál szavakkal is írjuk le a szerkesztési eljárást!

► Botlások, hibák és súlyos hibák (utasítás az értékelőknek)

Botlásnak a figyelmetlenség okozta hibát tekintjük, pl. az adatok másolásakor, a részeredmények másolásakor ejtett hibák.

Hibának tekintjük a számtani művelet hibás eredményét, pl.: $3 \cdot 7 = 18$ (de pl. a $2^3 = 6$ nem), a szerkesztésnél vagy a függvénygrafikonok megrajzolásánál való pontatlanságot (pl.: a vonal meredeksége, görbeség ..).

Súlyos hiba az a hiba, amely a szabályok és törvények nem ismerése miatt következett be, pl.:

$$2^3 = 6, \quad \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5}{8}, \quad \log x + \log 3 = \log(x + 3), \quad \sqrt{16 - x^2} = 4 - x.$$

Ha a feladat n pontot ér, akkor a következő módon járunk el:

- Botlás vagy hiba esetén 1 pontot levonunk.
- Ha a súlyos hiba a megoldási eljárás elején van, a feladatot 0 ponttal értékeljük, egyébként a súlyos hibáig értékeljük (ha lehetségesek a részpontok).
- Az összetett feladatok mindegyik részében külön-külön figyelembe vesszük mindkét fenti szabályt.

6.5 Szóbeli vizsga

A szóbeli vizsga kérdéseinek a listáját és a feladatlapokat az iskolában tanító tanárok állítják össze a tantárgyi vizsgakatalógus alapján. A listán elkülönítve vannak felsorolva az elméleti kérdések és a különféle, főképp szakmai, ill. a mindennapi életből merített szituációk. A szóbeli vizsga minden feladatlapja a következőket tartalmazza: 1 szituáció a szakterületről ill. a mindennapi életből, valamint 3 elméleti kérdés, amelyek ebből erednek ill. hozzá kapcsolódnak. A kérdések felölelik a különféle matematikai ismereteket és a különféle témakörök céljait.

► Vizsgalapminták

1. vizsgalapminta:

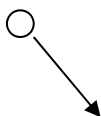
Az A taxis minden fuvaránál 4 € indulási díjat számol, és 1,50 €-t kér minden megtett kilométerért, a B taxis pedig 2 € -val indul, és minden megtett kilométerre 1,75 €-t számít fel az utasnak.

1. Írja le a számtani sorozat jellegzetességeit!
Írja fel azt a számtani sorozatot, amelynek az n . tagja egyenlő az A taxis árával az n megtett kilométerre. Ugyanígy a B taxis esetében is.
2. Írja le a lineáris függvény jellegzetességeit, valamint a lineáris függvény grafikonjának jellegzetességeit is!
Írja fel a lineáris függvényt, amely az A taxis ajánlatát mutatja be. Ugyanígy a B taxis esetében is!
A megfelelő technológiai segédeszköz segítségével mutassa be mindkét lineáris függvény grafikonját!
3. Írja le, miképpen oldjuk meg a kétismeretlenes lineáris egyenletrendszer! Hogyan lehet geometriailag megmagyarázni a rendszer megoldását?
Hasonlítsa össze mindkét taxis ajánlatát!

2. vizsgalapminta:

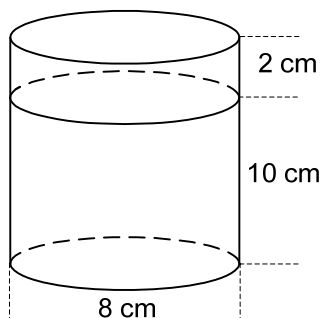
Egy fémgolyót, amelynek súlya 500 g és sugara 3 cm görgetünk egy vízszintes alapon.

1. Írja le a másodfokú függvény és grafikonjának a jellegzetességeit!
Az m súlyú és v sebességű test kinetikus energiája W_k adott a $W_k = \frac{1}{2}mv^2$ egyenlettel. A megfelelő technológiai segédeszköz használatával grafikusán mutassa be a golyó kinetikus energiájának változását e sebesség függvényében!
2. Mikor egybevágók a szögek, és mikor mellékszögek, pótszögek, szomszédos szögek és társszögek a szögek?
A golyó a faltól való visszaverődése után eltalálja-e a másik golyót? Válaszát indokolja meg!



3. Mekkora a henger és mekkora a gömb téfogata?

Az ábrán levő, vízzel telt hengerbe beleengedjük a golyót. Kifröccsen-e a víz? Válaszát indokolja meg!



► A szóbeli vizsga értékelése

A jelölt összesen 30 pontot kaphat, ebből legalább 10 pontot ér összesen a szituáció, az elméleti kérdések értelemszerű összekapcsolása a szituációval és a technológiai segédeszköz helyes használata.

Ennél a következő kritériumokat vesszük figyelembe:

- a megfelelő matematikai nyelv alkalmazása a kommunikációban,
- a helyzetek összekapcsolása a matematikai fogalmakkal, eljárásokkal és stratégiákkal,
- az eljárások kiválasztása és ezek helyes kivitelezése,
- a diák absztrakt és szisztematikus elemzési szintje, a deduktív következtetés elemei,
- a technológiai segédeszközök megfelelő alkalmazása,
- a kiválasztott eljárások indokolása, a megoldás stratégiájának és helyességének indokolása.

7 AJÁNLOTT FORRÁSOK ÉS IRODALOM

Az érettségi vizsgára való felkészülésben a jelöltek a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa által jóváhagyott tankönyveket és taneszközöket használják. A jóváhagyott tankönyvek és taneszközök jegyzéke a Középiskolai tankönyvkatalógusban található, amely a Szlovén Köztársaság Oktatási Intézete honlapján (www.zrss.si) olvasható.