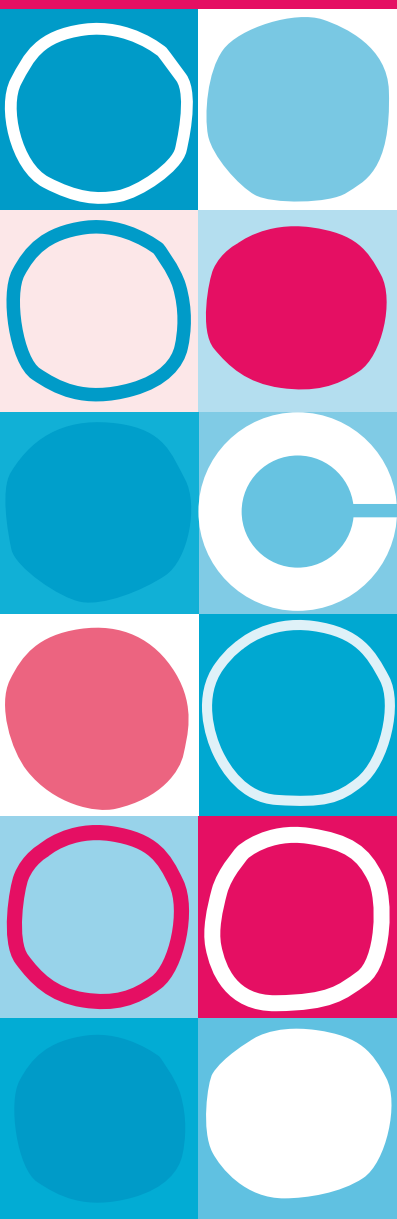


Učni načrt

GIMNAZIJA

MATEMATIKA



Učni načrt

GIMNAZIJA



MATEMATIKA

Splošna, klasična in strokovna gimnazija

OBVEZNI PREDMET IN MATURA (56o UR)

Učni načrt

MATEMATIKA

Gimnazija; Splošna, klasična in strokovna gimnazija
Obvezni predmet in matura (560 ur)

Predmetna komisija:

dr. **Amalija Žakelj**, Zavod RS za šolstvo, predsednica

mag. **Mirjam Bon Klanjšček**, Gimnazija Nova Gorica, članica

dr. **Marjan Jerman**, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko, član

Silva Kmetič, Zavod RS za šolstvo, članica

Samo Repolusk, Univerza v Mariboru, Fakulteta za naravoslovje in matematiko, član

Andrej Ruter, Gimnazija Ravne na Koroškem, član

Pri posodabljanju učnega načrta je Predmetna komisija za posodabljanje učnega načrta za matematiko izhajala iz veljavnega učnega načrta za matematiko za gimnazijo iz leta 1998.

Recenzenta:

dr. **Peter Legiša**, Fakulteta za matematiko in fiziko, Univerza v Ljubljani

Darka Hvastja, Gimnazija Bežigrad, Ljubljana.

Izdala: Ministrstvo za šolstvo in šport, Zavod RS za šolstvo

Za ministrstvo: dr. **Milan Zver**

Za zavod: mag. **Gregor Mohorčič**

Uredili: **Katja Križnik** in **Nataša Purkat**

Jezikovni pregled: **Katja Križnik**

CIP - Kataložni zapis o publikaciji
Narodna in univerzitetna knjižnica, Ljubljana

371.214.1:51

UČNI načrt. Matematika [Elektronski vir] : gimnazija : splošna, klasična in strokovna gimnazija : obvezni predmet in matura (560 ur) / predmetna komisija Amalija Žakelj ... [et al.]. - Ljubljana : Ministrstvo za šolstvo in šport : Zavod RS za šolstvo, 2008

Način dostopa (URL): http://www.mss.gov.si/fileadmin/mss.gov.si/pageuploads/podrocje/ss/programi/2008/Gimnazije/UN_MATEMATIKA_gimn.pdf

ISBN 978-961-234-693-5 (Zavod RS za šolstvo)

1. Žakelj, Amalija

239213056

Sprejeto na 110. seji Strokovnega sveta RS za splošno izobraževanje 14. 2. 2008.

Kazalo

1 OPREDELITEV PREDMETA	5
2 SPLOŠNI CILJI/KOMPETENCE	6
3 CILJI IN VSEBINE	9
3.1 Osnove logike	10
3.2 Množice	10
3.3 Številске množice	11
3.4 Algebrski izrazi, enačbe in neenačbe	15
3.5 Potence in koreni	16
3.6 Geometrija v ravnini in prostoru	17
3.7 Geometrijski liki in telesa	18
3.8 Vektorji v ravnini in prostoru	19
3.9 Pravokotni koordinatni sistem v ravnini	21
3.10 Funkcije	21
3.11 Stožnice	29
3.12 Zaporedja in vrste	30
3.13 Diferencialni račun	31
3.14 Integralni račun	32
3.15 Kombinatorika	33
3.16 Verjetnostni račun	34
3.17 Statistika	35
4 PRIČAKOVANI DOSEŽKI/REZULTATI	37
4.1 Vsebinska znanja	37
4.2 Procesna znanja	38
5 MEDPREDMETNE POVEZAVE	40
5.1 Cilji in dejavnosti medpredmetnih povezav	40
5.2 Dejavnosti za razvoj kompetenc	42
6 DIDAKTIČNA PRIPOROČILA	45
6.1 Informacijsko-komunikacijska tehnologija (IKT)	45
6.2 Domače naloge	46
7 VREDNOTENJE DOSEŽKOV	47

1 OPREDELITEV PREDMETA

Matematika je znanost in umetnost, je rezultat radovednosti in ustvarjalnosti človeškega uma. Razkriva lepoto in ozadje procesov v naravi. Pomembna je tudi njena vloga podpore ostalim naravoslovno-tehničkim in družboslovno-humanističnim znanostim, zato matematiko srečujemo na večini področij človekovega življenja in ustvarjanja. Z razvojem informacijsko-komunikacijske družbe je prisotnost matematike na ostalih predmetnih področjih vedno manj vidna, saj se skriva v tehnologiji. Za opravljanje določenih dejavnosti je zato manj pomembno zgolj rutinsko obvladovanje računskih postopkov, vedno pomembnejši pa so razumevanje, medpredmetno povezovanje in uporaba matematičnega znanja ter zmožnost reševanja problemov.

Predmet matematika je eden od temeljnih splošnoizobraževalnih predmetov na gimnaziji. Pri pouku matematike si dijak/dijakinja oblikuje predvsem osnovne matematične pojme in strukture, kritično mišljenje, miselne procese, sposobnosti za ustvarjalno dejavnost, formalna znanja in spretnosti ter spozna praktično uporabnost matematike.

Osnovno vodilo matematičnega mišljenja je izpeljevanje sklepov na podlagi poznavanja vzročno-posledičnih povezav med obravnavanimi matematičnimi objekti in z upoštevanjem pravil logike. Pouk matematike vzpodbuja tudi smiselno uporabo neformalnih oblik mišljenja, kot je na primer intuicija, zato matematika ni le zbirka navodil, s katerimi rešimo zastavljene naloge. Z vsebino in strukturo dokazovanja usmerja dijake/dijakinje k natančnosti in urejenosti pri delu ter jih navaja k sistematičnemu in kritičnemu mišljenju.

Za dijake/dijakinje v gimnazijskem izobraževanju je pomembno dvoje: na eni strani naj jim pridobljena matematična znanja in zmožnosti, ki jih razvijejo, nudijo stabilno oporo pri mišljenju in odločanju v vsakdanjih življenjskih situacijah in pri učenju ostalih srednješolskih predmetov, po drugi strani pa jim nudijo temeljno znanje za nadaljnje izobraževanje.

2 SPLOŠNI CILJI/ KOMPETENCE

S splošnimi cilji opredelimo namen učenja in poučevanja matematike. Dijaki/dijakinje naj se pri pouku matematike učijo:

- razvijati matematično mišljenje: abstraktno-logično mišljenje in geometrijske predstave;
- spoznavati zgradbo matematičnih teorij in spoznati osnovne standarde matematičnega sklepanja;
- prepoznavati vprašanja, na katera matematika lahko ponudi odgovor;
- spoznavati pomen matematike kot univerzalnega jezika in orodja;
- izražati se v matematičnem jeziku, ustno, pisno ali v drugih izraznih oblikah;
- uporabiti matematiko v kontekstih in povezovati znanje znotraj matematike in tudi širše (medpredmetno);
- postavljati ključna vprašanja, ki izhajajo iz življenjskih položajev ali pa so vezana na raziskovanje matematičnih problemov;
- spoznavati matematiko kot proces, razvijati ustvarjalnost ter zaupati v lastne matematične sposobnosti;
- spoznavati in uporabljati različne informacijsko-komunikacijske tehnologije (IKT) kot pomoč za učinkovitejše učenje in reševanje problemov;
- presojati, kdaj je smiselno uporabiti določeno informacijsko-komunikacijsko tehnologijo in razviti kritičen odnos do informacij na spletu.

Kompetence so opredeljene kot kombinacija znanja, spretnosti in odnosov, ustrežajočih okoliščinam (Uradni list EU št. 394/10, 2006). Pouk matematike kot eden temeljnih splošnoizobraževalnih predmetov v gimnaziji razvija osnovno matematično kompetenco, nujno za izražanje matematičnih idej, sprejemanje in doživljanje matematike kot kulturne vrednote ter pripomore tudi k samostojnemu odločanju in presoji.

Matematična kompetenca je sposobnost uporabe matematičnega načina razmišljanja za reševanje različnih matematičnih in interdisciplinarnih problemov, sposobnost doživljanja matematike kot kulturne vrednote ter sposobnost doživljanja in interpretacije sveta. Pri tem je pomembno, da so intuitivni procesi reševanja podkrepļeni s pravili logike (razmišljanje in izpeljevanje zaključkov, argumentiranje, oblikovanje modelov, formuliranje in reševanje problemov). Matematična kompetenca vključuje:

- poznavanje, razumevanje in uporabo matematičnih pojmov in povezave med njimi ter izvajanje in uporabo postopkov;
- sklepanje, posploševanje, abstrahiranje in reflektiranje na konkretni in splošni ravni;
- razumevanje in uporabo matematičnega jezika (branje, pisanje in sporočanje matematičnih besedil, iskanje in upravljanje z matematičnimi viri);
- zbiranje, urejanje, strukturiranje, analiziranje, predstavljanje podatkov ter interpretiranje in vrednotenje podatkov oz. rezultatov;
- sprejemanje in doživljanje matematike kot uporabnega orodja in kulturne vrednote;

- uporabo informacijsko-komunikacijske tehnologije pri usvajanju novih matematičnih pojmov, izvajanju matematičnih postopkov, preiskovanju in reševanju matematičnih problemov in uporabi v naravoslovju;
- raziskovanje in reševanje problemov.

Poleg matematične kompetence, ki je pri pouku matematike seveda najbolj poudarjena, pa učitelji in učiteljice matematike lahko z ustreznimi načini dela spodbujajo razvoj še drugih kompetenc:

- sporazumevanje v maternem jeziku (slušno razumevanje, govorno sporočanje, bralno razumevanje, pisno sporočanje);
- sporazumevanje v tujih jezikih (predstaviti osnovno matematično besedilo v enem tujem jeziku);
- učenje učenja (načrtovanje lastnih aktivnosti, odgovornost za lastno znanje, samostojno učenje, razvijanje metakognitivnih znanj, delovne navade);
- samoiniciativnost in podjetnost (ustvarjalnost, dajanje pobud, ocena tveganj, sprejemanje odločitev);
- razvijanje osebnostnih kvalitete (socialnost, medsebojne vrednote, obvladovanje čustev) in razvijanje pozitivne samopodobe.

V povezavi z naravoslovnimi predmeti spodbujamo naravoslovno-matematične zmožnosti za razvoj kompleksnega mišljenja:

- iskanje, obdelava in vrednotenje podatkov iz različnih virov:
 - zmožnost presoje, kdaj je informacija potrebna,
 - načrtno spoznavanje načinov iskanja, obdelave in vrednotenja podatkov,
 - načrtno opazovanje, zapisovanje in uporaba opažanj/meritev kot vira podatkov,
 - razvijanje razumevanja in uporabe simbolnih/grafičnih zapisov,
 - uporaba IKT za zbiranje, shranjevanje, iskanje in predstavljanje informacij;
- uporaba osnovne strokovne terminologije pri opisovanju pojavov, procesov in zakonitosti:
 - razvijanje eksperimentalnih spretnosti in metod raziskovanja,
 - navajanje na izbiro in uporabo primerne in varne opreme,
 - opredelitev dejavnikov poskusov (eksperimentov); razlikovanje med konstantami in spremenljivkami,
 - presoja zanesljivosti pridobljenih rezultatov,
 - navajanje na argumentirano zaključevanje pri predstavitvi;
- odnosna in odločitvena zmožnost:
 - zavedanje, kako naravoslovno-matematične znanosti in tehnologija vplivajo na življenje in okolje,
 - prepoznavanje in preprečevanje nevarnosti v skrbi za zdravje,
 - posobnost za odgovorno in aktivno sodelovanje pri razreševanju problemov in trajnostnem sonaravnem razvoju.

Pomembni dejavniki pri vseh ključnih kompetencah so: kritično mišljenje, ustvarjalnost, dajanje pobud, reševanje problemov, ocena tveganj, sprejemanje odločitev, konstruktivno obvladovanje čustev.

Natančneje so dejavnosti za razvoj kompetenc razdelane v razdelku 5.2 *Dejavnosti za razvoj kompetenc*.

3 CILJI IN VSEBINE

Cilji in vsebine so urejeni po tematskih sklopih in ne predvidevajo časovne razporeditve snovi. Obseg ur po sklopih in razporeditev sklopov po letnikih sta orientacijska in za učitelja nista obvezna. O individualnih razporeditvah učnih sklopov se učitelji posvetujejo znotraj aktiva matematikov iste šole. Predlagani obseg ur vključuje obravnavo nove snovi (splošna znanja, posebna znanja), utrjevanje, uporabo IKT, preverjanje in ocenjevanje. Cilji in vsebine so postavljeni tako, da pri obravnavi novih pojmov in vsebin znotraj sklopa in med sklopi izhajajo iz predhodno usvojenih ciljev in vsebin, jih nadgradijo in poglobijo. Cilji sklopov vodijo v razumevanje bistvenih matematičnih pojmov in vsebin. Učitelji in učiteljice strokovno avtonomno v letni pripravi in pripravi na pouk predvidijo obseg časa za njihovo doseganje glede na zmožnosti dijakov/diakinj ter izbrane načine poučevanja, preverjanja in ocenjevanja. Prav tako v svoji letni pripravi in pripravi na pouk razporejajo zaporedje ciljev, vključujejo kompetence in cilje medpredmetnih področij ter cilje kroskurikularnih tem, kot so: informacijsko-komunikacijska tehnologija, okoljska vzgoja, vzgoja za zdravje (npr. matematika v športu), poklicna orientacija, vzgoja potrošnika, prometna vzgoja, knjižnično-informacijska znanja (delo z viri) idr.

Učni načrt navaja delitev znanj na *splošna znanja (SZ)*, *posebna znanja (PZ)* in *izbirne vsebine (I)*.

Splošna znanja (SZ) so opredeljena kot znanja, potrebna za splošno izobrazbo, in so namenjena vsem dijakom/diakinj, zato jih mora učitelj obvezno obravnavati. Posebna znanja (PZ) opredeljujejo dodatna ali poglobljena znanja, ki jih učitelj obravnava glede na zmožnosti in interese dijakov/diakinj ter glede na strokovne zahteve gimnazijskega programa. V poglavju *Cilji in vsebine* so:

- splošna znanja zapisana v pokončnem tisku,
- *posebna znanja pa pisana v poševnem tisku.*

Izbirne vsebine (I) so tiste vsebine, ki presegajo splošni nivo gimnazijskega matematičnega znanja in jih razvijamo samo pri posameznikih in razredih, ki kažejo poseben matematični interes. Obravnavamo jih samo v primeru, ko nam realizacija učnega procesa časovno dopušča tako poglobljen pristop, ki naj ne bo le informativne narave.

Izvajajo se lahko v okviru pouka, krožkov ali projektnih tednov. V poglavju *Cilji in vsebine* so:

- *izbirne vsebine pisane poševno in označene z (I).*

Medpredmetne povezave in uporaba informacijsko-komunikacijske tehnologije (IKT) so v didaktičnih priporočilih zapisane *ležeče*.

Učitelj prilagaja cilje in pričakovane dosežke učnega načrta tudi dijakom s posebnimi potrebami glede na njihove zmožnosti po navodilih za delo z dijaki s posebnimi potrebami (ZRSŠ, 2003) oziroma v skladu z individualiziranim programom po odločbi.

Matura

Osnovna raven mature zajema cilje in vsebine splošnih znanj. Predmetna komisija za matematiko se z maturitetno komisijo za matematiko posvetuje in strokovno uskladi o obsegu znanj, ki se lahko preverjajo na višji ravni mature.

3.1 Osnove logike (7 ur)

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- zapišejo izjavo,
- določijo logično vrednost izjave,
- zapišejo sestavljeno izjavo s simboli,
- izračunajo logično vrednost sestavljene izjave pri vseh vrednostih enostavnih izjav,
- ugotovijo enakovrednost dveh izjav.

Vsebine

- Izjave in povezave med njimi
- Sestavljene izjave
- Vrstni red operacij
- Tautologija
- Enakovredne izjave

Didaktična priporočila

Dijaki/dijakinje ugotavljajo pravilnost sestavljenih izjav s pravilnostnimi tabelami. Veljavnost izjav lahko formalno preverimo z uporabo pravil sklepanja in s pomočjo predstavitev z množicami in operacijami med njimi. *Predlagamo medpredmetno povezavo s slovenščino (pripredja) in filozofijo.* Priporočamo obravnavo vsebin v 1. letniku.

3.2 Množice (8 ur)

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- poznajo osnovne pojme in s simboli označujejo odnose med elementi in množicami,
- uporabljajo različne načine predstavitev množic,
- računajo z množicami,
- poiščejo potenčno množico končne množice,
- narišejo graf kartezičnega produkta dveh množic,
- uporabljajo formule za moč unije dveh ali treh množic ter moč kartezičnega produkta končnih množic.

Vsebine

- Osnovni pojmi: element, množica, pripadnost elementa množici, podmnožica, prazna množica, univerzalna množica
- Simbolni zapisi
- Vennov diagram
- Presek, unija, razlika, komplement množic
- *Lastnosti operacij z množicami*
- Potenčna množica
- Kartezični produkt množic
- Moč množice
- *Moč potenčne množice*

Didaktična priporočila

Pri obravnavi vsebin upoštevamo predznanje dijakov iz osnovne šole. Predstavitve množic obravnavamo z različnih vidikov: z naštevanjem elementov, opisom splošnega elementa, vennovim diagramom. Dejavnosti pri določanju potenčne množice dane končne množice povežemo z osnovnim kombinatoričnim znanjem. Pri obravnavi kartezičnega produkta navedemo primere kartezičnih produktov končnih množic in primere neskončnih množic. Pravila za operacije z množicami naj dijaki odkrivajo čim bolj samostojno. Načelo vključitve-izključitve uporabimo pri nalogah iz kombinatorike in verjetnostnega računa. Priporočamo obravnavo vsebin v 1. letniku, formulo za moč potenčne množice v 1. letniku le navedemo, izpeljemo pa jo pri obravnavi binomskega izreka.

3.3 Številске množice (55 ur)

Naravna števila in cela števila

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- poznajo pomen naravnih števil in razloge za vpeljavo celih števil ter primere njihove uporabe,
- uporabljajo računske operacije v množici naravnih in celih števil in na primerih utemeljijo njihove lastnosti,
- predstavijo naravna in cela števila na številski premici,
- *induktivno sklepajo, posplošujejo, posplošitev dokažejo ali ovržejo in dokazujejo z matematično indukcijo,*
- uporabljajo desetiški mestni zapis celega števila,
- utemeljijo in uporabljajo osnovne kriterije za deljivost,
- poznajo in uporabljajo lastnosti relacije deljivosti,
- določijo največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik dveh ali več celih števil,
- uporabljajo osnovni izrek o deljenju celih števil,
- *uporabljajo evklidov algoritem za iskanje največjega skupnega delitelja,*
- *v problemskih nalogah uporabljajo zvezo $Dv = ab$,*
- *pretvarjajo med desetiškim in dvojiškim številskim sestavom.*

Vsebine

- Računske operacije in njihove lastnosti
- Praštevila in sestavljena števila
- *Matematična indukcij*
- Desetiški mestni zapis
- Kriteriji deljivosti z 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 in 10
- Relacija deljivosti
- Največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik
- Osnovni izrek o deljenju
- *Evklidov algoritem in zveza med D in v*
- Desetiški številski sestav
- *Dvojiški številski sestav*

Didaktična priporočila

Upošteevamo predznanje dijakov iz osnovne šole, znanje poglobimo in ga nadgradimo. Pri iskanju praštevil predstavimo eratostenovo sito. Obravnavo praštevil povežemo z *uporabo IKT* (npr. uporaba spleta pri iskanju trenutno največjega praštevila). Intuitivno izpeljane sklepe dokazujemo z matematično indukcijo. Razen matematične indukcije priporočamo obravnavo vsebin v 1. letniku.

Razloge za vpeljavo celih števil in njihovo uporabo naj dijaki/dijakinje utemeljujejo z iskanjem primerov iz vsakdanjega življenja. Pri obravnavi lastnosti računskih operacij poudarimo skupne lastnosti pri celih in naravnih številih. Na primerih razložimo različne pomene znaka »minus« v matematiki. Razumevanje desetiškega mestnega zapisa gradimo na predznanju in ga preverjamo tudi ob besedilnih nalogah. Nekatere kriterije deljivosti izpeljemo, druge pa prepustimo dijakom/dijakinjam za samostojno preiskovanje. Poleg relacije deljivosti lahko predstavimo tudi primere drugih relacij in njihove lastnosti. Pri obravnavi največjega skupnega delitelja in najmanjšega skupnega večkratnika je poudarek na razumevanju postopkov iskanja D in v, saj je dobro razumevanje predpogoj uporabe teh postopkov tudi na algebrskih izrazih. Zaradi uporabe osnovnega izreka o deljenju pri racionalnih funkcijah že pri celih številih ali najkasneje pri racionalnih številih pokažemo zapis $14 : 3 = 4 + \frac{2}{3}$, namesto poenostavljenega dogovornega zapisa $14 : 3 = 4, \text{ost. } 2$. Evklidovega algoritma ni nujno potrebno dokazati na splošni ravni. Učitelji naj kot zanimivost predstavijo nerešene probleme iz teorije števil. Poudarimo pomen dvojiškega številkega sestava – medpredmetno povezovanje z informatiko. Priporočamo obravnavo vsebin v 1. letniku.

Racionalna števila

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- poznajo in utemeljijo razloge za vpeljavo racionalnih števil,
- predstavijo racionalna števila na številski premici,
- računajo z racionalnimi števili,

- uporabljajo in utemeljijo decimalni zapis racionalnega števila ter razlikujejo med desetiški in nedesetiški ulomki,
- računajo z decimalnimi števili,
- uporabljajo deleže in odstotke ter procentni račun v nalogah iz vsakdanjega življenja in spretno uporabljajo žepno računalno.

Vsebine

- Računske operacije in njihove lastnosti
- Desetiški zapis racionalnih števil
- Deleži in odstotki
- Procentni račun

Didaktična priporočila

Upoštevamo predznanje dijakov iz osnovne šole in gradimo na njem. Prepoznamo in nadgradimo pojmovne predstave dijakov/dijakinj o racionalnih številih. Dijakom/dijakinjam pomagamo, da razlikujejo pojma racionalno število in ulomek. Pri obravnavi racionalnih števil poudarimo, da ima vsako racionalno število več različnih predstavitev. Delitev daljice v izbranem razmerju utemeljimo s talesovim izrekom pri evklidski geometriji. Poudarimo, da je množica racionalnih števil sestavljena iz števil, ki imajo bodisi končen decimalni zapis bodisi periodičen decimalni zapis. Pozorni smo na možnosti različnih zapisov (ekvivalentnost končnega in neskončnega periodičnega zapisa v primeru desetiških ulomkov). Pri zapisu decimalk poudarimo več dogovorjenih načinov zapisov (decimalna pika zgoraj ali decimalna vejica v Sloveniji, decimalna pika spodaj npr. v ZDA). Vsebine procentnega računa nadgradimo še pri obrestno-obrestnem računu. Pri reševanju nalog dijak/dijakinja zna oceniti velikost količin. *Obravnavo procentnega računa načrtujemo medpredmetno, npr. s kemijo (kemijsko računanje) ali pri projektni nalogi. Pri teh vsebinah je poudarek tudi na spretni uporabi žepnih računal. Priporočamo obravnavo vsebin v 1. letniku.*

Realna števila

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- poznajo in utemeljijo razloge za vpeljavo realnih števil,
- navedejo nekaj primerov iracionalnih števil,
- konstruirajo nekatere kvadratne korene kot primere iracionalnih števil z uporabo pitagorovega izreka,
- interpretirajo številsko premico kot realno os,
- zaokrožujejo decimalna števila,
- povežejo geometrijsko in analitično predstavitev absolutne vrednosti realnih števil,
- poenostavljajo izraze z absolutno vrednostjo ter rešijo preproste enačbe,
- *rešijo preproste neenačbe z absolutno vrednostjo realnih števil,*
- primerjajo pomen absolutne in relativne napake ter ocenijo absolutno in relativno napako vsote, razlike, produkta in kvocienta dveh podatkov.

Vsebine

- Iracionalna števila
- Realna števila na številski premici
- Intervali
- Končni decimalni približki
- Absolutna vrednost realnega števila in njene lastnosti
- Enačbe z absolutno vrednostjo
- *Neenačbe z absolutno vrednostjo*
- Absolutna in relativna napaka

Didaktična priporočila

Pri vpeljevanju iracionalnih števil poiščemo avtentične situacije iz življenja, kjer racionalna števila več ne zadoščajo. Dokažemo iracionalnost števila $\sqrt{2}$ in razložimo način dokazovanja s protislovjem. Decimalni zapis realnih števil ni enoličen, npr. $1 = 0,9999 \dots = 1,0000 \dots$. Pri prikazovanju realnih števil na številski premici poleg konstrukcije s pitagorovim izrekom lahko pokažemo tudi konstrukcijo korenov naravnih števil z višinskim izrekom, oba pa dokažemo pri evklidski geometriji. Analitično obravnavo absolutne vrednosti naj spremlja njen geometrijski pomen (vsebine povežemo s predznanjem iz osnovne šole o računanju razdalj). Navajamo primere uporabe absolutne vrednosti v vsakdanjem življenju. *Obravnavo absolutne in relativne napake načrtujemo medpredmetno (fizika) in v povezavi z obdelavo podatkov.* Izpeljavo absolutne in relativne napake produkta in kvocienta dveh podatkov prilagodimo zmožnosti dijakov in potrebam programa. Priporočamo obravnavo vsebin v 1. letniku.

Kompleksna števila

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- poznajo in utemeljijo razloge za vpeljavo kompleksnih števil,
- predstavijo kompleksno število v kompleksni ravnini,
- analitično in grafično seštevajo in odštevajo kompleksna števila,
- množijo kompleksna števila,
- izpeljejo pravilo za računanje potenc števil i ,
- poiščejo povezavo med analitičnim in geometrijskim pomenom konjugiranega števila,
- poiščejo povezavo med analitičnim in geometrijskim pomenom absolutne vrednosti kompleksnega števila,
- izpeljejo in uporabljajo pravilo za deljenje kompleksnih števil,
- izračunajo obratno vrednost kompleksnega števila,
- poiščejo tudi kompleksne rešitve enačbe,
- *primerjajo polarni in pravokotni koordinatni sistem in pretvarjajo med koordinatami,*
- *uprabljajo polarni zapis kompleksnega števila pri računanju potenc in korenov kompleksnih števil.*

Vsebine

- Geometrijska predstavitev kompleksnih števil v ravnini
- Računske operacije in njihove lastnosti
- Reševanje enačb z realnimi koeficienti
- *Reševanje polinomskih enačb z realnimi koeficient*
- *Polarni zapis kompleksnega števila (polarni koordinatni sistem, moivrova formula ...) (I)*

Didaktična priporočila

Vsebine lahko obravnavamo po usvojitvi vektorjev (kot model uporabe vektorjev) in pred kvadratno funkcijo. Dijaki/dijakinje sami poiščejo razloge za vpeljavo kompleksnih števil in geometrijske interpretacije. Poudarek je na računskih operacijah s kompleksnimi števili. Definicijo absolutne vrednosti kompleksnih števil primerjamo z definicijo absolutne vrednosti realnih števil in dolžino vektorjev. Dijaki/dijakinje naj pravila za računanje s kompleksnimi števili izpeljejo samostojno. Poudarek naj bo na razumevanju postopka in ne na učenju formul na pamet. Kvadratno enačbo oblike $ax^2 + bx + c = 0$, $D < 0$ rešujemo po obravnavi kvadratne enačbe. Priporočamo obravnavo vsebin v 2. letniku, *polarni zapis kompleksnega števila* v 3. letniku.

3.4 Algebrski izrazi, enačbe in neenačbe (30 ur)

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- primerjajo in razlikujejo zapis in pomen izraza in enačbe ter spremenljivke in neznanke,
- seštevajo in množijo algebrske izraze,
- uporabljajo in utemeljijo pravili za kvadrat in kub dvočlenika,
- s pomočjo pascalovega trikotnika določijo pravila za višje potence dvočlenika in jih tudi uporabljajo,
- prepoznajo in uporabljajo ustrezn način razstavljanja danega izraza: izpostavljanje, razlika kvadratov, vsota in razlika kubov, vietovo pravilo, razstavljanje štiričlenikov,
- *razstavljanje izrazov $a^n \pm b^n$,*
- računajo z algebrskimi ulomki (vse štiri računске operacije in izrazi z oklepaji),
- uporabljajo pravila za tvorbo ekvivalentnih enačb in enačbe spretno rešujejo,
- prepoznajo in rešijo linearno enačbo,
- prepoznajo in rešijo razcepne enačbe,
- spretno izražajo neznanke iz različnih fizikalnih ali kemijskih enačb,
- *obravnavajo linearne enačbe s parametrom,*
- uporabljajo pravila za tvorbo ekvivalentnih neenačb ter korake reševanja neenačb utemeljijo,
- prepoznajo in rešijo linearno neenačbo,
- *obravnavajo preproste linearne neenačbe s parametrom.*

Vsebine

- Računske operacije z izrazi
- Potenciranje izrazov
- Razstavljanje izrazov

- Računanje z ulomki
- Enačbe in neenačbe
- Linearna enačba
- Razcepna enačba
- *Linearna enačba s parametrom*
- Linearna neenačba
- *Linearna neenačba s parametrom*

Didaktična priporočila

Nekatere algebraične postopke lahko podkrepimo z geometrijsko interpretacijo (npr. kvadrat dvočlenika). Nekatere lastnosti pascalovega trikotnika lahko dijaki/dijakinje spoznajo tudi s preiskovalno aktivnostjo. Vsebine kasneje nadgradimo ob binomskem izreku. Ne dajemo prevelikega poudarka računanju z zapletenimi algebrskimi ulomki. *Priporočamo medpredmetno povezavo s fiziko (računanje z enotami)*. Enačbe in neenačbe lahko obravnavamo tudi v okviru linearne funkcije. Poudarek je na razumevanju pravil za tvorbo ekvivalentnih enačb. *Izbiramo primere enačb iz fizike (enakomerno in enakomerno pospešeno gibanje) in kemije. Obravnavo snovi načrtujemo medpredmetno. Priporočamo obravnavo vsebin v 1. letniku.*

3.5 Potence in koreni (24 ur)

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- utemeljijo in uporabljajo pravila za računanje s potencami z naravnim eksponentom,
- utemeljijo in uporabljajo pravila za računanje s potencami s celim eksponentom in jih primerjajo s pravili za računanje s potencami z naravnim eksponentom,
- razložijo pomen zapisov in a^{-1} in a^{-n} ,
- uporabljajo pravila za računanje s kvadratnimi koreni,
- rešijo kvadratno enačbo $x^2 = a$, $a > 0$, $a \in \mathbb{R}$, z razstavljanjem in s korenjenjem,
- primerjajo in utemeljujejo reševanje preprostih enačb $x^n = a$, $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, v množici realnih števil s korenjenjem in z razstavljanjem,
- razložijo in uporabljajo zvezo $\sqrt{x^2} = |x|$,
- računajo kubične korene realnih števil natančno (na pamet) in z žepnim računalom,
- razlikujejo med določilnimi pogoji za obstoj n -tega korena realnega števila (glede na korenski eksponent in korenjenec),
- spretno uporabljajo žepno računalno za računanje n -tih korenov,
- preoblikujejo zapis n -tega korena v zapis potence z racionalnim eksponentom,
- povezujejo in primerjajo reševanje nalog z n -timi koreni z reševanjem s potencami z racionalnim eksponentom,
- *prepoznajo iracionalno enačbo ter rešijo in utemeljijo korake pri reševanju iracionalnih enačb in interpretirajo rezultate.*

Vsebine

- Potence z naravnim eksponentom

- Potence s celim eksponentom
- n -ti koreni
- Potence z racionalnim eksponentom
- *Iracionalne enačbe*

Didaktična priporočila

Poudarek je na razumevanju (izpeljavi) pravil za računanje s potencami z naravnim eksponentom. Obravnavo kvadratnega korena povežemo z absolutno vrednostjo. Korene definiramo enolično. Pri reševanju enačb vzpodbujamo reševanje z razstavljanjem. Kubični koren obravnavamo že v 1. letniku zaradi povezave s prostornino kocke. *Dijake/dijakinje učimo spretne uporabe žepnih računal pri računih s kvadratnimi koreni, s kubičnimi koreni ter z n -timi koreni realnih števil.* Poudarimo, da so pravila za računanje s potencami z racionalnim eksponentom enaka pravilom za računanje s potencami s celimi eksponenti (le utemeljitev je drugačna). Poudarek ni na reševanju številnih zgledov, ampak na pretvarjanju med zapisoma s korenom in s potenco. *Poiščemo primere uporabe potenc v fiziki in kemiji (pretvarjanje enot).* Rešujemo iracionalne enačbe s kvadratnim in kubičnim korenom, pri čemer je bolj kot na zahtevnosti zgledov poudarek na prepoznavanju (ne)ekvivalentnosti enačb in posledični potrebi po preizkusu ali pisanju določilnih pogojev. Priporočamo obravnavo vsebin v 1. letniku, n -te korene, potence z racionalnim eksponentom v 2. letniku, iracionalne enačbe v 3. letniku.

3.6 Geometrija v ravnini in prostoru (32 ur)

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- usvojijo pojme elementarne evklidske geometrije,
- razvijejo geometrijsko predstavo in skozi prakso spoznajo temeljne standarde matematične teorije,
- poznajo definicije in uporabljajo lastnosti geometrijskih likov,
- uporabljajo zveze med notranjimi in zunanji koti trikotnika ter odnose med stranicami in koti trikotnika,
- uporabljajo zvezo med obodnim in središčnim kotom nad istim lokom,
- znajo ločiti med skladnima in podobnima trikotnikoma,
- uporabijo izreke v pravokotnem trikotniku,
- načrtajo geometrijske like z geometrijskim orodjem in s programi za dinamično geometrijo,
- usvojijo in uporabljajo zveze med stranicami in koti v poljubnem trikotniku, pri tem uporabljajo kosinusni in sinusni izrek,
- preiskujejo geometrijske probleme z uporabo IKT,
- razvijejo predstave o odnosih med točkami, premicami in ravninami v prostoru.

Vsebine

- Točke, premice in krožnice v ravnini
- Razdalja, daljica, nosilka daljice, simetrala, poltrak, kot
- Vrste kotov in odnosi med koti

- Trikotnik, večkotnik
- Znamenite točke trikotnika
- Togi premiki in skladnost
- Vzporedni premik, zrcaljenje, vrtež, orientacija trikotnika
- Pravokotna projekcija
- Središčni in obodni koti
- Kot v polkrogu
- Središčni razteg, podobnost
- Izreki v pravokotnem trikotniku
- Paralelogram, romb, trapez
- Načrtovalne naloge
- Kosinusni in sinusni izrek
- *Množice točk v prostoru*
- Vzporednost in pravokotnost premic in ravnin v prostoru
- Pravokotna projekcija premice na ravnino

Didaktična priporočila

Te vsebine so zelo dobra priložnost, da dijaki/dijakinje spoznajo osnovna načela matematične teorije, pravila sklepanja in standarde dokazovanja. Učitelj lahko dokazovanje prilagodi doje-manju dijakov/dijakinj in ga izvede na formalen ali intuitiven način. Kosinusni in sinusni izrek je mogoče dokazati brez vektorskega računa: kosinusni izrek le s pomočjo pitagorovega izreka, sinusni izrek pa s pomočjo povezave med središčnim in obodnim kotom. Obravnavo odnosov med množicami točk v prostoru lahko razvijamo na intuitivni ravni (grafično). Če vemo, da bomo kasneje uspeli obravnavati vsaj temelje analitične geometrije, lahko medsebojne lege ravnin in premic opišemo tudi formalno s pomočjo normalnih in smernih vektorjev (I). *Priporočljiva je uporaba računalniških programov za dinamično geometrijo in drugih e-gradiv, npr: raziskovanje odnosov med geometrijskimi pojmi, kot so znamenite točke trikotnika.* Priporočamo obravnavo vsebin v 1. ali 2. letniku.

3.7 Geometrijski liki in telesa (34 ur)

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- razvijejo in izboljšajo geometrijsko predstavo,
- uporabljajo obrazce za izražanje posameznih količin,
- kritično ocenijo in presodijo dobljene vrednosti ter pazijo na merske enote,
- uporabijo usvojeno znanje ravninske geometrije ter rešujejo probleme v povezavi s polmerom trikotniku včrtanega in očrtanega kroga,
- opišejo geometrijsko telo,
- uporabijo usvojeno znanje kotnih funkcij in geometrije na modelih geometrijskih teles,
- rešujejo geometrijske probleme v povezavi s površino in prostornino teles ter kritično ocenijo in presodijo dobljene rezultate ter merske enote,
- *rešujejo geometrijske probleme s poševnimi in prisekanimi telesi,*

- določijo os vrtenja in analizirajo nastalo vrtenino glede na izbiro osi,
- rešujejo probleme v povezavi s prostornino rotacijskih teles,
- prepoznajo geometrijski problem, ga predstavijo, ugotovijo, s katerimi pojmi, spremenljivkami in zvezami med njimi se ga da reševati, problem rešijo, rešitve predstavijo in razmislijo o njihovi smiselnosti,
- pri reševanju geometrijskih problemov samostojno izberejo in uporabljajo ustrezne strategije in povezujejo vsebine iz ravninske in prostorske geometrije,
- rešujejo geometrijske probleme z uporabo trigonometrije.

Vsebine

- Ploščine geometrijskih likov, heronova formula
- Polmer trikotniku včrtanega in očrtanega kroga
- Geometrijska telesa: prizma, valj, piramida, stožec, krogla
- Površina in prostornina pokončne prizme, valja, piramide, stožca in krogle
- Cavalierijevo pravilo
- Poševna telesa
- Vrtenine
- Geometrijski matematični problemi

Didaktična priporočila

Priporočamo obravnavo vsebine z uporabo modelov geometrijskih teles ali ustreznih interaktivnih programov. Vsebino lahko povežemo z različnimi, predhodno usvojenimi matematičnimi vsebinami: z merjenjem (merjenje modelov) ter pretvarjanjem enot, s trigonometrijo, s ploščino likov – površino telesa povežemo s ploščino likov, ki tvorijo mrežo telesa. Dijaki/dijakinje naj sami poiščejo modele teles iz okolja in v zvezi z njimi računajo različne količine. Dijakom/dijakinjam predstavimo pomen načrta za rešitev geometrijske naloge. Pri reševanju geometrijskih problemov in tudi pri drugih problemih razvijamo uporabo matematike v matematičnih kontekstih in v primerih iz realnega življenja ter navajamo uporabo osnovnih strategij (izdelava skice, analiza odnosov, vključevanje pojmov iz ravninske geometrije in geometrije teles ...). Priporočamo, da dijaki/dijakinje samostojno preiskujejo in raziskujejo ter *pri tem uporabljajo tudi programe za dinamično geometrijo. Uporaba žepnega računalja in IKT. Predlagamo medpredmetno povezavo s kemijo (molekule, kristali)*. Priporočamo obravnavo vsebin v 2. ali 3. letniku.

3.8 Vektorji v ravnini in prostoru (28 ur)

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- narišejo vektorje, grafično seštevajo in razstavljajo vektorje ter množijo vektorje s skalarjem,
- usvojijo računanje z vektorji na grafičnem in računskem nivoju,
- presodijo kolinearnost in koplanarnost vektorjev,
- presodijo linearno neodvisnost vektorjev,
- računajo z vektorji, zapisanimi po komponentah,

- izračunajo kot med vektorjema, dolžino vektorja in pravokotno projekcijo vektorja,
- utemeljijo pravokotnost in vzporednost vektorjev,
- razumejo pravokotnost v prostoru,
- *razumejo fizikalno interpretacijo vektorskega produkta,*
- *spoznajo temelje analitične geometrije v prostoru (I).*

Vsebine

- Opredelitev vektorjev
- Seštevanje, množenje s skalarjem (sile) – grafična interpretacija
- Kolinearnost, koplanarnost – grafična interpretacija
- Razvoj vektorjev po bazi (razstavljanje sile na komponente), pravokotna projekcija – grafična interpretacija
- Linearna kombinacija vektorjev
- *Linearna neodvisnost vektorjev*
- Baza v ravnini in prostoru
- Pravokotni koordinatni sistem v ravnini in prostoru; krajevni vektor točke
- Zapis vektorja s komponentami
- Računske operacije z vektorji, zapisanimi po komponentah
- Pravokotna projekcija vektorja na drug vektor
- Skalarni produkt, kot med vektorjema in dolžina vektorja
- *Uporaba vektorskega računa v trikotniku in paralelogramu, razmerja, težišče*
- Povezava med skalarnim produktom in kosinusnim izrekom
- *Vektorski produkt, ploščina paralelograma (I)*
- *Parametrična enačba premice in ravnine v prostoru (I)*
- *Normalna enačba ravnine (I)*
- *Preseki premic in ravnin (I)*

Didaktična priporočila

Pojem baze je dovolj uvesti v ravninskem in prostorskem primeru preko pojmov kolinearnosti in koplanarnosti. Tudi v primeru obravnave *splošne linearne odvisnosti in neodvisnosti vektorjev*, se je treba močno opirati na *geometrijsko predstavo v ravnini in prostoru*. Izražanje krajevnih vektorjev točk povežemo s poznavanjem obstoječega kartezičnega koordinatnega sistema. Pri obravnavanju baze je priporočljivo poudariti fizikalno interpretacijo, npr. razstavljanje sile na komponente. Poudarimo povezavo med računanjem skalarnega produkta po komponentah in geometrijskim pomenom skalarnega produkta. Priporočljiv je prikaz uporabnosti pri računanju kota med vektorjema, računanju koordinat nožišč višin v trikotniku in *povezava s fiziko*. Kosinusni izrek lahko izpeljemo tudi z vektorji. *Predlagamo medpredmetno povezavo s fiziko (razstavljanje sil, skalarni produkt pri definiciji dela ...)*. *Priporočljiva je uporaba računalniških programov za dinamično geometrijo in drugih e-gradiv*. Vsebine lahko obravnavamo na intuitivni geometrijski ravni že v 1. letniku glede na usmeritev in potrebe programa, sicer v 2. letniku ali kasneje. *Obravnavo vektorskega produkta je priporočljivo izvesti v tehničnih in naravoslovnih programih in poudariti geometrijsko in fizikalno interpretacijo (npr. navor, sila na vodnik v magnetnem polju, sila na nabite delce v magnetnem polju)*.

Obravnavana analitične geometrije v prostoru je izbirna in priporočljiva za intenzivne matematične oddelke. V primeru obravnave priporočamo izvedbo ali nadgradnjo vsebine o legi premic in ravnin v prostoru (iz 3.6) s pomočjo zvez med smernimi vektorji premic in normalnimi vektorji ravnin (I)

3.9 Pravokotni koordinatni sistem v ravnini (8 ur)

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- uporabljajo pravokotni koordinatni sistem v ravnini,
- odčitajo in narišejo množico točk v koordinatni ravnini ob danih pogojih,
- uporabljajo zvezo med urejenimi pari števil in točkami na ravnini,
- izračunajo razdaljo med točkama, izračunajo ploščino trikotnika ter uporabijo formuli v matematičnih problemih.

Vsebine

- Množice točk v ravnini
- Razdalja med točkama v koordinatni ravnini
- Ploščina trikotnika

Didaktična priporočila

Upoštevamo predznanje dijakov/dijakinj iz osnovne šole. Pripravimo ustrezne dejavnosti za samostojno delo doma, pri katerih dijaki/dijakinje osnovno znanje obnovijo in dopolnijo. Priporočamo obravnavo vsebin v 1. letniku, ploščino in orientacijo trikotnika lahko tudi kasneje (npr. »Kot med premicama«, vektorji, geometrija).

3.10 Funkcije (190 ur)

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- usvojijo in uporabljajo pojem funkcije,
- usvojijo in uporabljajo pojme: definicijsko območje in zaloga vrednosti funkcije, injektivna, surjektivna, bijektivna funkcija,
- narišejo, analizirajo graf funkcije s pomočjo vzporednega premika in raztega,
- uporabljajo vzporedni premik, zrcaljenja in raztege pri reševanju problemskih nalog,
- ugotovijo obstoj inverzne funkcije na preprostih primerih, zapišejo njen predpis in narišejo graf inverzne funkcije k dani funkciji,
- *analizirajo predpis in narišejo graf funkcije z absolutno vrednostjo,*
- narišejo graf stopničaste funkcije,
- razložijo pojem limite v dani točki na ustrezno izbranih primerih, ki so grafične, tabelarične ali analitične prezentacije funkcij,
- izračunajo limito funkcije in razložijo pomen dobljene limitne vrednosti,
- razložijo pomen limite v neskončnosti,

- ločijo limito funkcije v neskončnosti od neskončne limite,
- uporabljajo limito pri računanju asimptot funkcij,
- prepoznajo zveznost funkcije, ki je podana s svojim grafom,
- *razložijo zveznost s predpisom podane funkcije,*
- poiščejo intervale, na katerih je dana funkcija zvezna,
- *sklepajo o lastnostih konkretne zvezne funkcije na zaprtem intervalu,*
- *poiščejo ničlo ali točko na krivulji na predvideno natančnost z uporabo tehnologije.*

Vsebine

- Definicija funkcije
- Definicija realne funkcije in lastnosti realnih funkcij realne spremenljivke (injektivnost, surjektivnost, bijektivnost, naraščanje, padanje, sodost, lihost ...)
- Sestavljene funkcije (kompozitum) funkcij
- Inverzna funkcija
- Transformacije v ravnini
- Limita funkcije
- Posebni primeri limit
- *Zveznost funkcije*
- Lastnosti zveznih funkcij na zaprtem intervalu
- *Iskanje ničel z uporabo tehnologije*
- *Numerično računanje limit (I)*

Didaktična priporočila

Upošteevamo predznanje dijakov/dijakinj iz osnovne šole, dijaki/dijakinje pojmovne predstave nadgradijo in dopolnijo (primer funkcije ilustriramo z že znanima pojma premo in obratno sorazmerje). Različne primere funkcij vpeljemo kot modele realističnih pojavov iz drugih predmetnih področij ali življenja. Posebej predstavimo stopničasto funkcijo (npr. cena parkiranja, dohodninska lestvica). Pred obravnavo posameznih vrst funkcij ponovimo bistvene lastnosti funkcij. *Dijaki/dijakinje raziskujejo premike, raztege in zrcaljenja grafov funkcij z uporabo primernih računalniških programov ali e-gradiv.* Računanje zahtevnih limit funkcij naj ne preglasi razumevanja temeljnega matematičnega pomena limite. *Razumevanje pojma limite in zveznosti lahko podkrepimo z uporabo dinamičnih programov in tabeliranjem (IKT).* Dijaki/dijakinje lahko na primerih raziskujejo lastnosti zveznih funkcij na zaprtem intervalu in z *izbrano numerično metodo iščejo ničle zvezne funkcije na danem intervalu.* Obravnava pojmov injektivna, bijektivna in surjektivna je namenjena kasnejši vpeljavi inverznih funkcij (korenska, logaritemska, krožne). *Z medpredmetnimi povezavami (fizika, kemija, biologija) osmislimo pojem spremenljivke, funkcijske odnose in prikazovanje spremenljivk ter odnosov.* Predlagamo, da lastnosti funkcij obravnavamo spiralno v vseh letnikih, sestavljene funkcije, inverzno funkcijo in transformacije v ravnini prvič v 2. letniku, limito in zveznost v 4. letniku.

Linearna funkcija

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- zapišejo predpis za linearne funkcije in narišejo graf,
- poznajo in uporabijo pomen koeficientov v linearni funkciji,
- interpretirajo in uporabljajo graf linearne funkcije v praktičnih situacijah,
- izračunajo kot med premicama,
- poznajo pomen različnih oblik enačbe premice,
- v besedilu prepoznajo linearen odnos in zapišejo linearno enačbo,
- rešujejo linearne enačbe,
- *obravnavajo preproste linearne enačbe, neenačbe in sisteme linearnih enačb,*
- izrazijo problem kot sistem enačb in ga rešijo,
- rešijo preproste probleme iz vsakdanjega življenja in jih ustrezno interpretirajo,
- modelirajo preproste probleme iz vsakdanjega življenja z linearno funkcijo.

Vsebine

- Definicija in lastnosti linearne funkcije, graf linearne funkcije
- Enačbe premice v ravnini
- Kot med premicama
- Linearna enačba
- Linearna neenačba
- Sistem linearnih enačb
- *Gaussova eliminacijska metoda*
- *Sistem linearnih neenačb*
- *Linearno programiranje (I)*
- Modeliranje preprostih primerov iz vsakdanjega življenja z linearno funkcijo

Didaktična priporočila

Preverimo predznanje dijakov/dijakinj iz osnovne šole in ugotovimo pojmovne predstave o linearni funkciji. Poudarjeno naj bo prevajanje problema v matematični jezik (besedilne naloge). Poljuben kot med premicama lahko obravnavamo šele po obravnavi adicijskega izreka za tangens. Gaussovo eliminacijsko metodo lahko uporabljamo brez matričnega zapisa. Pri linearnem programiranju rešujemo praktične optimizacijske primere. *Obravnavo linearne funkcije in enačb povežemo z obravnavo pojmov v fiziki (enakomerno in enakomerno pospešeno gibanje).* Dijaki/dijakinje raziskujejo premike, raztege in zrcaljenja grafov funkcij z uporabo primernih računalniških programov. Priporočamo obravnavo vsebin v 1. letniku.

Potenčna funkcija

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- prepoznajo potenčno odvisnost in jo razlikujejo od drugih odvisnosti (premosorazmernost ...),

- narišejo in analizirajo graf potenčne funkcije s pomočjo transformacij,
- *zapišejo in modelirajo realistične pojave s potenčno funkcijo in jih kritično izberejo.*

Vsebine

- Definicija in lastnosti potenčne funkcije z naravnim eksponentom
- Definicija in lastnosti potenčne funkcije z negativnim celim eksponentom
- Modeliranje primerov iz vsakdanjega življenja s potenčno funkcijo

Didaktična priporočila

Dijaki/dijakinje obravnavajo primere iz vsakdanjega življenja, ki se jih da smiselno modelirati s potenčno funkcijo. *Dijaki/dijakinje pri raziskovanju lastnosti potenčne funkcije uporabljajo IKT. Priporočamo medpredmetno povezavo s fiziko (Gravitacijska sila, stefanov zakon, plinska enačba ...).* Priporočamo obravnavo vsebin v 2. letniku.

Korenska funkcija

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- obravnavajo korensko funkcijo kot inverzno funkcijo k potenčni funkciji.

Vsebine

- Definicija, lastnosti in graf korenske funkcije

Didaktična priporočila

Poudarjen je pojem inverzne funkcije in pogoji za njen obstoj, zato pred tem ponovimo injektivnost, surjektivnost in bijektivnost. Vsebino obravnavamo v 2. letniku.

Kvadratna funkcija

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- zapišejo kvadratno funkcijo pri različnih podatkih in narišejo graf,
- interpretirajo in uporabijo graf kvadratne funkcije v praktičnih situacijah,
- rešijo kvadratno enačbo in neenačbo,
- prevedejo problem v enačbo ali neenačbo in ga rešijo,
- berejo matematično besedilo, ga analizirajo in predstavijo,
- *zapišejo in modelirajo primere iz vsakdanjega življenja s kvadratno funkcijo.*

Vsebine

- Definicija, lastnosti in graf kvadratne funkcije
- Načini podajanja predpisa kvadratne funkcije
- *Uporaba kvadratne funkcije – ekstremalni problemi*

- Vietovi pravili
- Kvadratna enačba
- Presečišče parabole in premice
- Presečišče dveh parabol
- Kvadratna neenačba
- *Sistem kvadratnih neenačb*
- *Modeliranje primerov iz vsakdanjega življenja s kvadratno funkcijo*

Didaktična priporočila

Poudarimo povezovanje analitičnih lastnosti z lastnostmi, ki jih odčitamo z grafa. Lastnosti kvadratnih funkcij uporabimo pri reševanju nekaterih ekstremalnih problemov. Dijaki/dijakinje preberejo matematična besedila (npr. o zlatem rezu), jih analizirajo in predstavijo. Dijaki/dijakinje obravnavajo primere iz vsakdanjega življenja, ki se jih da smiselno modelirati s kvadratno funkcijo. *Priporočamo medpredmetno povezavo s fiziko (enakomerno pospešeno gibanje) in s kemijo (zakon o vplivu koncentracij). Z uporabo IKT lahko obravnavamo vsebine: risanje grafov, pomen konstant v posameznih oblikah enačb, medsebojna lega premice in parabole, modeliranje s kvadratno funkcijo.* Priporočamo obravnavo vsebin v 2. letniku.

EkspONENTNA FUNKCIJA

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- razlikujejo, prepoznajo eksponentno odvisnost od drugih vrst odvisnosti,
- poznajo in uporabljajo lastnosti eksponentne funkcije,
- narišejo graf eksponentne funkcije,
- uporabijo vzporedne premike in raztege grafa eksponentne funkcije,
- primerjajo potenčno in eksponentno rast,
- prepoznajo in rešijo eksponentne enačbe,
- zapišejo in modelirajo primere iz vsakdanjega življenja z eksponentno funkcijo.

Vsebine

- Definicija, lastnosti in graf eksponentne funkcije
- Eksponentne enačbe
- *Grafično reševanje eksponentne neenačbe*
- Eksponentna rast
- Modeliranje realističnih pojavov z eksponentno funkcijo

Didaktična priporočila

EkspONENTNO RAST ILUSTRIRAMO S PRIMERI IZ VSAKDANJEGA ŽIVLJENJA (biologija, kemija, fizika, finance). Dijaki/dijakinje analitično reševanje eksponentnih enačb povezujejo z grafičnim. Dijaki/dijakinje obravnavajo primere iz vsakdanjega življenja, ki se jih da smiselno modelirati z eksponentno funkcijo. *Z uporabo IKT lahko raziščemo lastnosti eksponentne funkcije. Priporočamo medpredmetno povezavo z biologijo (npr. rast populacije).* Priporočamo obravnavo vsebin v 2. letniku, eksponentno rast tudi v 4. letniku.

Logaritemska funkcija

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- poznajo in uporabljajo lastnosti logaritemske funkcije,
- narišejo graf logaritemske funkcije,
- uporabljajo zvezo med eksponentno in logaritemsko funkcijo,
- uporabijo vzporedne premike in raztege grafa logaritemske funkcije,
- uporabljajo pravila za računanje z logaritmi,
- spoznajo število e in naravni logaritem,
- prepoznajo in rešijo logaritemske enačbe,
- primerjajo eksponentno in logaritemsko rast,
- *zapišejo in modelirajo primere iz vsakdanjega življenja z logaritemsko funkcijo.*

Vsebine

- Definicija, lastnosti in graf logaritemske funkcije
- Logaritem in pravila za računanje z logaritmi
- Desetiški in naravni logaritem
- *Prehod k novi osnovi*
- Logaritemske enačbe
- *Branje logaritemske skale*
- *Modeliranje primerov iz vsakdanjega življenja z logaritemsko funkcijo*

Didaktična priporočila

Poudarimo, da sta logaritemska in eksponentna funkcija inverzni. Pri reševanju logaritemskih enačb upoštevamo definicijsko območje logaritma. Dijaki/dijakinje analitično reševanje logaritemskih enačb povezujejo z grafičnim (*uporaba IKT*). Dijaki/dijakinje obravnavajo primere iz vsakdanjega življenja, ki se jih da smiselno modelirati z logaritemsko funkcijo. *Dijake/dijakinje naučimo uporabljati žepno računalno. Z uporabo IKT lahko raziščemo lastnosti logaritemske funkcije. Predlagamo medpredmetno povezavo s kemijo (npr. merjenje pH vrednosti vodnih raztopin) in fiziko (npr. potresna jakost, zvočna jakost). Priporočamo obravnavo vsebin v 2. letniku.*

Polinomske funkcije

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- linearno in kvadratno funkcijo prepoznajo kot posebna primera polinomske funkcije,
- računajo s polinomi,
- uporabljajo osnovni izrek o deljenju polinomov,
- uporabljajo izrek o deljenju polinoma z linearnim polinomom,
- uporabljajo hornerjev algoritem za iskanje ničel polinomske funkcije,
- v problemskih nalogah uporabljajo lastnosti polinomov,
- narišejo in interpretirajo graf polinomske funkcije,

- uporabljajo metodo bisekcije,
- rešijo polinomske enačbe in neenačbe.

Vsebine

- Definicija, lastnosti in graf polinomske funkcije
- Računske operacije s polinomi
- Osnovni izrek o deljenju polinomov
- Ničle polinomske funkcije
- Osnovni izrek algebre in posledice
- Hornerjev algoritem
- Analiza grafa polinomske funkcije
- Polinomske enačbe
- Polinomske neenačbe
- *Metoda bisekcije*
- *Modeliranje realističnih pojavov s polinomi*

Didaktična priporočila

Za polinomske funkcije lahko uporabljamo izraz *polinom*. Primere polinomskih funkcij vpeljemo kot posplošitev že znanih funkcij (linearne, potenčne, kvadratne). Obravnavo osnovnega izreka o deljenju polinomov povežemo z osnovnim izrekom o deljenju celih števil. Hornerjev algoritem lahko navedemo brez dokaza. Povezujemo analitične lastnosti z lastnostmi, ki jih odčitamo z grafa. Po obravnavi diferencialnega računa lahko iščemo tudi stacionarne točke in natančneje analiziramo graf polinomske funkcije. Dijaki/dijakinje obravnavajo primere iz vsakdanjega življenja, ki se jih da smiselno modelirati s polinomi. *Z uporabo IKT raziščemo lastnosti polinomov, rišemo grafe polinomov, rešujemo polinomske enačbe in neenačbe ter modeliranje s polinomi.* Priporočamo obravnavo vsebin v 3. letniku.

Racionalne funkcije

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- poznajo in uporabljajo lastnosti racionalnih funkcij,
- narišejo in interpretirajo graf racionalne funkcije,
- rešijo racionalne enačbe,
- *rešijo racionalne neenačbe.*

Vsebine

- Definicija, lastnosti in graf racionalne funkcije
- Ničle, poli in asimptote
- Racionalne enačbe
- *Racionalne neenačbe*

Didaktična priporočila

Vključimo tudi primere racionalnih funkcij, kjer asimptota ni premica. Racionalne neenačbe rešujemo tudi grafično. *Z uporabo IKT raziščemo lastnosti racionalnih funkcij, rišemo grafe racionalnih funkcij in rešujemo racionalne enačbe in neenačbe.* Priporočamo obravnavo vsebin v 3. letniku.

Kotne funkcije

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- zapišejo in uporabijo kotne funkcije v pravokotnem trikotniku,
- izpeljejo vrednosti kotnih funkcij za kote 0° , 30° , 45° , 60° , 90° ,
- izpeljejo in uporabijo zveze med kotnimi funkcijami istega kota,
- uporabljajo računalno,
- uporabljajo vrednosti kotnih funkcij za poljubne kote,
- poznajo in uporabijo lastnosti kotnih funkcij,
- poznajo in razložijo pojme na različnih reprezentacijah (tabela vrednosti, graf, na enotski krožnici, analitično),
- uporabijo transformacije grafov kotnih funkcij,
- narišejo in interpretirajo grafe kotnih funkcij,
- uporabijo adicijske izreke,
- uporabijo kotne funkcije dvojnih kotov,
- uporabljajo kotne funkcije dvojnih in *polovičnih kotov* pri trigonometrijskih enačbah in problemskih nalogah,
- *faktorizirajo izraze in jih znajo uporabiti pri enačbah,*
- računajo vrednosti krožnih funkcij,
- *skicirajo graf krožne funkcije,*
- rešijo trigonometrijsko enačbo,
- interpretirajo in analizirajo analitične rešitve glede na dani problem,
- uporabijo kotne funkcije v problemskih situacijah, kjer je treba izračunati kot,
- rešujejo preproste, sestavljene, avtentične in izvirne probleme.

Vsebine

- Definicije in lastnosti kotnih funkcij v pravokotnem trikotniku
- Definicije kotnih funkcij na enotski krožnici
- Lastnosti in grafi kotnih funkcij
- Transformacije grafov kotnih funkcij
- Adicijski izreki
- Problemske naloge
- *Faktorizacija in razčlenitev produkta*
- Računanje vrednosti krožnih funkcij
- *Grafi in lastnosti krožnih funkcij*
- Trigonometrijske enačbe

- *Kotne funkcije v tehniki in naravoslovju*
- *Parametrična enačba krožnice (I)*

Didaktična priporočila

Z izbranimi dejavnostmi uvodoma ponazorimo povezavo med spreminjanjem kota in razmerjem stranic v pravokotnem trikotniku. Poudarimo povezavo med kotom in dolžino loka na enotski krožnici (radiani, definicija vrednosti kotnih funkcij za realna števila). Lastnosti in vrednosti kotnih funkcij opazujemo z geometrijsko interpretacijo vrednosti kotnih funkcij na enotski krožnici. Dijaki/dijakinje naj samostojno spoznava nove pojme, lastnosti in zveze ter jih geometrijsko interpretirajo. Pred obravnavo krožnih funkcij ponovimo pojem inverzne funkcije. Omejimo se na reševanje preprostih trigonometrijskih enačb. Poleg analitičnega reševanja lahko vključujemo grafično reševanje in uporabo IKT. *Z uporabo IKT raziščemo vrednosti kotnih funkcij na enotski krožnici in rišemo grafe. Priporočamo medpredmetno povezavo s fiziko (npr. nihanje, valovanje ...).* Kotne funkcije ostrih kotov uvedemo v 1. ali 2. letniku, ostale vsebine obravnavamo v 3. letniku.

3.11 Stožnice (20 ur)

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- poiščejo primere stožnic v naravi,
- primerjajo in uporabljajo analitično in geometrijsko definicijo stožnice,
- interpretirajo krožnico kot poseben primer elipse in *izpeljejo enačbe elipse iz enačbe krožnice z raztegom vzdolž izbrane osi,*
- analizirajo enačbo in grafično predstavijo krožnice in elipse v središčni in v premaknjeni legi,
- analizirajo enačbo in grafično predstavijo hiperbole in parabole v temenski legi,
- analizirajo različne oblike enačbe parabole,
- *konstruirajo stožnice,*
- *narišejo stožnico tudi z uporabo primernega računalniškega programa,*
- *analizirajo grafično predstavitev hiperbole in parabole v premaknjeni legi,*
- *analizirajo enačbo hiperbole in parabole v premaknjeni legi,*
- *analitično in grafično obravnavajo tangento stožnice,*
- analitično in grafično določijo presečišča stožnice s premico in določijo presečišča stožnic v središčni legi,
- utemeljijo smiselnost rezultatov pri analitični obravnavi presečišč,
- *rešujejo problemske naloge.*

Vsebine

- Algebrski zapis krivulj II. reda
- Krožnica v središčni in premaknjeni legi
- Elipsa v središčni in premaknjeni legi
- Hiperbola v središčni legi

- Parabola v temenski legi
- Hiperbola in parabola v premaknjeni legi
- Tangente stožnic

Didaktična priporočila

Pokažemo, da ni vsaka krivulja graf neke funkcije. Ponovimo transformacije v ravnini (vzporedni premik, raztegi). Obravnavamo posamezne primere presečišč ravnine s stožcem(a) in razložimo izvor imen stožnic. Vse krivulje obravnavamo nezavrtene. Dijakom ponudimo možnost kratke predstavitve izbrane teme ob predhodni pripravi doma. Vrtnarsko konstrukcijo elipse izvedemo tudi v praksi, kjer je možno, poleg običajnih geometrijskih konstrukcij stožnic pokažemo še konstrukcije s prepogibanjem papirja. *Obravnavo in izvedbo ure lahko načrtujemo medpredmetno npr. s fiziko (kroženje, optika, gibanje nebesnih teles, tir nabitih delcev v električnem in magnetnem polju ...) ali z zgodovino.* Pri obravnavi stožnice v premaknjeni legi povežemo algebrasko dopolnjevanje do popolnih kvadratov z geometrijskim razumevanjem vzporednega premika. Pri obravnavi hiperbol omenimo že znano hiperbolo $y = x^{-1}$. Dijaki/dijakinje naj ugotovijo tudi povezavo med parabolo $y = ax^2$, $a \neq 0$, in parabolo $x^2 = 2py$. Pri reševanju sistemov enačb je poudarek na razumevanju analitičnega in grafičnega določanja presečišč in ne na iskanju zapletenih in računsko zahtevnih zgledov (zadoščajo stožnice v središčnih legah). *Tema ponuja možnosti za matematična preiskovanja z uporabo IKT.* Priporočamo obravnavo vsebin v 3. letniku, tangente stožnic tudi v 4. letniku.

3.12 Zaporedja in vrste (32 ur)

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- navedejo primer, induktivno sklepajo, posplošujejo in nadaljujejo zaporedje,
- najdejo in zapišejo zvezo med členi zaporedja,
- zapišejo člene zaporedja pri danih začetnih členih in rekurzivni formuli,
- ugotovijo in analizirajo lastnosti različno predstavljenih zaporedij (številске predstavitve, grafični prikaz, analitični zapis ...),
- berejo in ponazorijo različno podana oziroma predstavljena zaporedja,
- uporabijo lastnosti zaporedij,
- napovejo in izračunajo limito zaporedja,
- razlikujejo vrsto od zaporedja,
- razlikujejo pojma konvergentne in divergentne vrste,
- izračunajo vsoto n členov zaporedja,
- izračunajo vsoto geometrijske vrste,
- razlikujejo navadno in obrestno obrestovanje,
- razlikujejo med konformno in relativno obrestno mero,
- uporabijo načelo ekvivalence glavníc,
- poiščejo realne primere obrestovanja, napovejo pričakovanja in se odločijo na osnovi simulativnih izračunov,
- izračunajo anuiteto in izdelajo amortizacijski načrt.

Vsebine

- Definicija zaporedja
- Lastnosti zaporedij (končno, neskončno, monotonost, omejenost, konvergentnost ...)
- Aritmetično zaporedje
- Geometrijsko zaporedje
- Vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja in vsota členov geometrijskega zaporedja
- Limita zaporedja
- Vrste
- Konvergenca geometrijske vrste
- Obrestni račun
- Anuitete
- Amortizacijski načrt

Didaktična priporočila

Pri uvajanju zaporedij lahko izhajamo iz prepoznavanja različnih vzorcev. Izberemo tudi primer, pri katerem zaporedje lahko razumno nadaljujemo na več načinov. Kjer je mogoče, povežemo in osmislimo teorijo z realnimi primeri. Zaporedja ponazarjamo na različne načine in razvijamo pojme do abstraktnega nivoja. Tehnika računanja limit naj ne prevlada nad razumevanjem pojma. *Z uporabo IKT lahko dijaki/dijakinje razvijajo predstave o zahtevnih matematičnih pojmih. Pri izdelavi amortizacijskega načrta dijaki/dijakinje uporabljajo računalniške preglednice. Načrtovanje prilagodimo vsebinsko in časovno glede na strokovne predmete strokovnih gimnazij. Predlagamo medpredmetno povezavo z zgodovino umetnosti (npr. fibonaccijevo zaporedje).* Priporočamo obravnavo vsebin v 3. ali 4. letniku.

3.13 Diferencialni račun (30 ur)

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- opišejo pojme diferencialnega računa z uporabo grafičnih, številskih ali analitičnih prezentacij,
- izračunajo vrednost diferenčnega količnika,
- izračunajo limito diferenčnega količnika,
- razložijo geometrijski pomen odvoda,
- *izpeljejo preprosta pravila odvajanja z uporabo definicije odvoda,*
- *izpeljejo odvode funkcij z uporabo pravil za odvajanje,*
- odvajajo elementarne funkcije in kompozitum funkcij,
- *računajo odvod implicitno podanih funkcij,*
- ugotovijo točke (ne)odvedljivosti iz grafa,
- povezujejo lastnosti funkcij in njen odvod (napovedujejo lastnosti, skicirajo graf ...),
- *izračunajo približno vrednost funkcije z uporabo tangente,*
- zapišejo enačbi tangente in normale v dani točki krivulje,
- izračunajo presečni kot med krivuljama,
- analizirajo funkcijo z odvodom (razložijo ekstreme, določijo intervale naraščanja in padanja) in narišejo graf,

- povežejo pojma zveznosti in odvedljivosti funkcije na danem intervalu,
- rešijo preprost ekstremalni problem,
- rešijo realen ekstremalni problem in ga ustrezno interpretirajo.

Vsebine

- Diferenčni količnik, odvod, geometrijski pomen odvoda
- Pravila za odvajanje, odvodi osnovnih funkcij
- *Aproksimacija z odvodom (I)*
- Uporaba odvoda
- Ekstremi, naraščanje in padanje funkcije
- *Drugi odvod funkcije*
- *Prevoj, konveksnost in konkavnost funkcije*
- *Zveznost odvedljivih funkcij*
- Ekstremalni problemi
- *Modeliranje realnih problemov in njihovo reševanje z uporabo metod diferencialnega računa*
- *Pot, hitrost in pospešek točke ter parametrično podane krivulje v ravnini (I)*

Didaktična priporočila

Diferenčni količnik linearne funkcije razširimo do pojma diferenčnega količnika funkcije. Raziskujemo, kako premik in razteg vplivata na diferenčni količnik. Odvod funkcije osmislimo s primeri uporabe. Drugi odvod in višje odvode pa lahko dijaki/dijakinje raziskujejo samostojno. Razen grafične in analitične predstavitve pojmov naj se ukvarjajo tudi z numeričnimi predstavitvami (tabele vrednosti), kar omogoča uporaba učne tehnologije. Reševanju ekstremalnih problemov se posvetimo v okviru matematičnega preiskovanja. Nekatere pojme (npr. geometrijski pomen odvoda) lahko dobro vizualiziramo z dinamičnimi programi. *Predlagamo medpredmetno povezavo s fiziko (npr. premo in krivo gibanje)*. Priporočamo obravnavo vsebin v 4. letniku.

3.14 Integralni račun (20 ur)

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- razložijo zvezo med odvodom funkcije in nedoločenim integralom,
- poznajo tabelo osnovnih integralov in njeno povezavo s tabelo odvodov,
- uporabljajo lastnosti nedoločenega integrala,
- *integrirajo z uvedbo nove spremenljivke,*
- *integrirajo »per partes«,*
- *integrirajo racionalne funkcije (z razcepom na parcialni ulomki),*
- poznajo geometrijski pomen določenega integrala,
- uporabljajo lastnosti določenega integrala,
- uporabijo zvezo med določenim in nedoločenim integralom,
- rešijo preproste matematične in realne probleme,
- *razložijo, uporabijo in interpretirajo numerično metodo ter dobljeni rezultat.*

Vsebine

- Nedoločeni integral (primitivna funkcija)
- Lastnosti nedoločenega integrala
- Uvedba nove spremenljivke
- Integracija »per partes«
- Integracija racionalnih funkcij
- Določeni integral
- Lastnosti določenega integrala
- Zveza med določenim in nedoločenim integralom
- Izrek o povprečni vrednosti (I)
- Uporaba določenega integrala (ploščine, prostornine vrtenin ...)
- Numerične metode za izračun določenega integrala (I)

Didaktična priporočila

Obravnavo integralskega računa lahko pričnemo z določenim ali nedoločenim integralom. Integracijsko prakso dopolnimo z uporabnimi nalogami. S primerno izbiro matematičnih in primerov iz realnega življenja osmislimo vpeljane pojme (ploščina, vrtenine, delo, produktivnost ...). Predlagamo medpredmetno povezavo s fiziko (npr. pot, delo). Pri vpeljavi določenega integrala priporočamo uporabo IKT. Priporočamo obravnavo vsebin v 4. letniku.

3.15 Kombinatorika (20 ur)

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- izračunajo $n!$,
- ločijo posamezne kombinatorične pojme,
- izračunajo vrednost binomskega simbola,
- razvijejo potenco dvočlenika.

Vsebine

- Osnovni izrek kombinatorike, kombinatorično drevo
- Pravilo vsote
- Permutacije
- Permutacije s ponavljanjem
- Variacije
- Variacije s ponavljanjem
- Kombinacije
- Binomski izrek
- Pascalov trikotnik

Didaktična priporočila

Predstavimo zgodovinske razloge za razvoj kombinatorike in verjetnostnega računa in sodobne primere uporabe: igralništvo, zavarovalništvo idr. Pokažemo povezavo med kombinatoriko in

preslikavami med množicami. Dijaki/dijakinje se naučijo prevesti problem v matematični jezik in ga predstaviti z ustreznim matematičnim modelom. Poudarek je na uporabi pravila produkta in vsote, formalno poimenovanje in simbolno označevanje permutacij in variacij ni nujno. Uvajamo primere iz vsakdanje življenjske prakse (loto, športna napoved, karte, igralni avtomati, morsejeva abeceda). Z namenom boljšega razumevanja pojme obravnavamo z različnih predmetnih perspektiv: npr. matematike in biologije (dedovanje, populacijska genetika). *Uporabljamo interaktivne programe in žepna računala.* Ponovimo pascalov trikotnik in preiskujemo njegove lastnosti. Nadgradimo potenciranje dvočlenikov iz 1. letnika z lastnostmi binomskega simbola. Priporočamo obravnavo vsebin v 3. ali 4. letniku.

3.16 Verjetnostni račun (12 ur)

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- zapišejo dogodke in računajo z njimi,
- poiščejo vse dogodke nekega poskusa,
- razlikujejo med subjektivno, empirično in matematično verjetnostjo,
- razumejo in povežejo empirično in matematično verjetnost,
- poznajo in uporabljajo definicijo matematične verjetnosti,
- iz danih verjetnosti posameznih dogodkov računajo verjetnosti drugih dogodkov,
- ločijo med pojmom nezdružljiva in neodvisna dogodka,
- uporabljajo vzorčni prostor,
- rešujejo naloge s pomočjo formule.

Vsebine

- Osnovni pojmi verjetnostnega računa: poskus, dogodek, vzorčni prostor
- Računanje z dogodki
- Subjektivna verjetnost, empirična verjetnost, matematična verjetnost, verjetnost dogodka
- Računanje verjetnosti nasprotnih dogodkov, vsote dogodkov
- *Pogojna verjetnost*
- *Verjetnost produkta, neodvisna dogodka*
- *Zaporedje neodvisnih poskusov*
- *Popolna verjetnost (I)*
- *Dvofazni poskusi (I)*
- Normalna porazdelitev

Didaktična priporočila

Uvod v verjetnostni račun začnemo z analizo verjetnosti dogodkov iz vsakdanjega življenja na intuitivni ravni. Dogodke in operacije z njimi povežemo z množicami. Na konkretnih primerih dijaki/dijakinje spoznajo empirično verjetnost (kovanec, kocka, valj, žeblički): opazujejo gibanje relativnih frekvenc ter stabiliziranje relativne frekvence (empirična ali statistična verjetnost) ter primerjajo z matematično verjetnostjo. Izbiramo primerne dejavnosti in problemske naloge, pri katerih dijaki/dijakinje razvijajo zmožnosti interpretiranja in kritičnega presojanja rezultatov. Pri pogojni

verjetnosti si razmišljanje olajšamo z vzorčnim prostorom. Pri pouku smo pozorni na pojma nezdruljiva in neodvisna dogodka. Pri zaporedju neodvisnih poskusov se omejimo na Bernoullijevo zaporedje. Na primerih spoznamo in interpretiramo graf normalne porazdelitve. Priporočamo medpredmetno povezavo z biologijo (geni in dedovanje). Priporočamo obravnavo vsebin v 4. letniku.

3.17 Statistika (10 ur)

Cilji

Dijaki/dijakinje:

- ločijo med preučevano značilnostjo (spremenljivko), enoto, vrednostjo spremenljivke, vzorcem, populacijo,
- prepoznajo preučevano značilnost enote,
- razlikujejo med opisnimi ali kvalitativnimi podatki, vrstnimi ali ordinalnimi ter številskimi ali kvantitativnimi podatki,
- zberejo podatke, jih uredijo in strukturirajo,
- izberejo ustrežni diagram za prikaz podatkov,
- berejo, izdelajo in interpretirajo statistične diagrame,
- razvijajo kritični odnos do interpretacije rezultatov,
- poznajo in uporabljajo različne načine povzemanja podatkov,
- izberejo primeren način povzemanja podatkov glede na vrsto podatkov,
- izračunajo, ocenijo in interpretirajo srednjo vrednost, modus in mediano kot mere osredinjenosti podatkov,
- ocenjujejo preproste povezave med statističnimi spremenljivkami,
- izračunajo, ocenijo in interpretirajo variacijski razmik, standardni odklon in medčetrtnski razmik kot mere razpršenosti podatkov,
- uporabijo znanje o delu s podatki v celovitem postopku empiričnega preiskovanja (izberejo temo, postavijo preiskovalno vprašanje, zberejo podatke, jih uredijo in strukturirajo, analizirajo, prikažejo in interpretirajo rezultate).

Vsebine

- Osnovni statistični pojmi
- Vrste podatkov
- Zbiranje podatkov
- Urejanje in strukturiranje podatkov
- Prikazovanje podatkov (stolpčni, pozicijski, tortni diagram, histogram, razsevni diagram, linijski in krivuljni diagram, škatla z brki)
- Aritmetična sredina, mediana, modus
- Variacijski razmik, standardni odklon, medčetrtnski razmik
- Statistična naloga

Didaktična priporočila

Preverimo predznanje dijakov/dijakinj iz osnovne šole in vsebino nadgradimo in razširimo s kompleksnejšimi primeri. Priporočamo obravnavo že v prvem letniku, saj gre za nadgradnjo

pojmov, usvojenih v osnovni šoli, ter možnost medpredmetnih povezav, zlasti s psihologijo in sociologijo, biologijo in kemijo (izdelava raziskovalne naloge, seminarske naloge, projektni teden). Teme preiskovanja naj bodo iz vsakdanjega življenja (šport, glasba, šola ...). Razvijamo zmožnosti interpretiranja rezultatov in tudi zmožnosti kritičnega odnosa do interpretacije rezultatov. *Uporaba programov za statistično obdelavo podatkov.* Poudarek je na razumevanju potrebnosti meril za osrednjost in razpršenost. Standardni odklon lahko obravnavamo kasneje pri izdelavi zahtevnejše statistične naloge. Dijak/dijakinja naj bi znal samostojno izdelati statistično nalogo pri različnih predmetih oz. v okviru projektnega tedna na šoli. Obravnavamo realistične probleme, ki so vzeti iz konteksta resničnega življenja, niso rešljivi z uporabo rutinskih postopkov in zahtevajo povezovanje med različnimi vsebinskimi področji (npr. psihologija, sociologija, biologija, športna vzgoja, IKT). Priporočamo medpredmetno povezavo s fiziko in kemijo pri merjenjih (standardni odklon, povprečje) ter z biologijo (ekologija, raziskovanja in poskusi) in pri obdelavi podatkov (prikazovanje podatkov in interpretacija). Priporočamo obravnavo vsebin v 1. letniku.

4 PRIČAKOVANI DOSEŽKI/REZULTATI

Pričakovani dosežki izhajajo iz zapisanih ciljev, vsebin in kompetenc. Za to, da dijak/dijakinja doseže pričakovani dosežek, poskrbi učitelj/učiteljica z načrtovanjem in izvedbo pouka, dijak/dijakinja pa s svojim delom in odgovornostjo. Pričakovani dosežki so zapisani splošno, kar pomeni, da jih bodo dijaki/dijakinje dosegli v različnem obsegu in na različnih taksonomskih stopnjah.

Pričakujemo, da bodo dijaki/dijakinje pri pouku matematike, v času izobraževanja in po končanem srednjem šolanju obvladali temeljna matematična znanja ter tudi veščine oz. tiste spretnosti, ki so potrebne za ustvarjalnost in učinkovito uporabo (matematičnega) znanja ter da bodo razvili zaupanje v lastne matematične sposobnosti in sprejemali matematiko kot kulturno vrednoto. Pričakujemo tudi, da bodo pripravljeni na univerzitetni študij in da bodo razvili kompetence, ki vodijo k sposobnostim za vseživljenjsko učenje. Neodvisno od okoliščin (predhodno znanje dijakov/dijakinj, intelektualne sposobnosti, interes, pripravljenost na delo, spodbude okolja, različna motivacija, potrebnost dobrega znanja matematike na bodočem študiju) pričakujemo, da bodo vsebine zelo dobro razumeli, jih znali povezovati in uporabiti pri sestavljenih matematičnih problemih in medpredmetno.

4.1 Vsebinska znanja

Števila, algebrski izrazi, enačbe in neenačbe

Dijak/dijakinja:

- obvlada osnovne računske spretnosti in pozna odnose med številskimi množicami,
- pozna in uporablja lastnosti številskih množic in razloge za njihovo vpeljavo,
- s števili in izrazi spretno računa (osnovne računske operacije, potenciranje in korenjenje), jih uporablja v matematičnih problemih ter v življenjskih situacijah,
- uporablja pravila za reševanje enačb in neenačb ter enačbe grafično utemelji.

Množice in matematična logika

Dijak/dijakinja:

- pozna osnovne pojme teorije množic, odnose med njimi in njihove lastnosti ter uporablja matematično logiko (prepoznavanje vzročno-posledičnih povezav),
- matematično logiko prepozna kot orodje moderne matematike in razume njen pomen pri logičnem sklepanju in utemeljevanju v vsakdanjem življenju.

Funkcije

Dijak/dijakinja:

- razvije razumevanje splošnega pojma funkcije,
- pozna in uporablja elementarne funkcije: linearna, potenčna, korenska, kvadratna, eksponentna, logaritemska, polinomska, racionalna, kotne funkcije ter računa z njimi,

- riše grafe elementarnih funkcij, jih uporablja ter obravnava tudi njihove vsote, razlike, produkte, kvociente in kompozitume,
- v problemih prepozna in predstavi, katera elementarna funkcija lahko modelira problem (npr. opis rasti človeka od rojstva do mature).

Geometrija

Dijak/dijakinja:

- razvije ravninsko in prostorsko predstavo,
- pozna in uporablja osnovne pojme in postopke ravninske in prostorske geometrije,
- pozna lastnosti geometrijskih likov (posebej natančno pozna lastnosti kroga in trikotnika),
- uporablja znanje evklidske geometrije in njeno povezavo s kotnimi funkcijami,
- evklidsko geometrijo pozna kot primer matematične teorije,
- poveže klasični evklidski model geometrije in analitični pristop: koordinatni sistem in vektorji.

Analiza

Dijak/dijakinja:

- pozna in uporablja enostavne stožnice in zveze med njihovo geometrijsko in algebrsko predstavitevjo,
- pozna in uporablja zaporedja, še posebej aritmetično in geometrijsko zaporedje ter geometrijsko vrsto,
- uporablja zaporedja in geometrijsko vrsto v povezavi s finančno matematiko in naravno rastjo,
- uporablja lastnosti funkcij,
- pozna odvod funkcije in njegov geometrijski pomen,
- odvod uporablja pri iskanju tangent in reševanju enostavnih ekstremalnih problemov,
- pozna pojem nedoločenega integrala in pomen določenega integrala,
- v enostavnih primerih zna poiskati nedoločene integrale, pozna zvezo med določenim in nedoločenim integralom in zna uporabiti določeni integral pri računanju ploščin in vrtenin.

Kombinatorika, verjetnostni račun in statistika

Dijak/dijakinja:

- razume in zna uporabljati osnovni izrek kombinatorike in ostale kombinatorične pojme,
- pozna klasično definicijo verjetnosti in zna v enostavnih primerih izračunati verjetnosti sestavljenih dogodkov,
- pozna osnovne statistične pojme in jih uporablja pri medpredmetnih povezavah,
- analizira in izdela statistično nalogo.

4.2 Procesna znanja

V času izobraževanja naj bi dijaki/dijakinje razvili tudi veščine oz. procesna znanja, ki so sicer tesno povezana z matematičnim znanjem, vendar nekoliko bolj splošna, prenosljiva tudi na druga področja. To so znanja, ki omogočajo uporabo specifičnih (npr. matematičnih) znanj.

Dijak/dijakinja:

- abstraktno razmišlja,
- razume razliko med formalnim matematičnem sklepanjem in intuitivnimi izpeljavami,
- analitično zastavi reševanje problemov in jih reši z uporabo različnih strategij,
- uporablja matematiko v vsakdanjem življenju (uporaba geometrije, merjenja, ocenjevanje, obdelava podatkov, varčevanje, krediti ...),
- razvije učinkovite bralne strategije za nadaljnje učenje in izobraževanje (sporazumevanje v maternem jeziku),
- izraža se ustno, pisno in v drugih izraznih oblikah,
- komunicira v matematičnem jeziku (branje in sporočanje matematičnih vsebin, uporaba matematičnega jezika pri predstavitvi projektov),
- razume in predstavi (ustno, pisno) osnovno matematično besedilo v enem tujem jeziku (sporazumevanje v tujih jezikih),
- načrtuje in samostojno ali v skupini izvede raziskovalno nalogo ter jo predstavi, kritično analizira delo, rezultate in možne interpretacije rezultatov,
- postavlja ključna raziskovalna vprašanja, hipoteze,
- kritično razmišlja o potrebnih in zadostnih pogojih,
- uporablja informacijsko-komunikacijsko tehnologijo, sposoben je kritičnega odnosa do informacij na spletu in drugje,
- kritično reflektira lastno znanje (učenje učenja),
- je ustvarjalen, daje pobude, sprejema odločitve, podaja ocene tveganj (samoiniciativnost in podjetnost),
- konstruktivno obvlada čustva, spoštuje sebe in soljudi, razvije integriteto (poštenost in odkritost), razvije zmožnosti za delo v skupinah, odgovoren odnos in vrednote, razvije in izboljša kritičen in pošten odnos do sveta (socialne in državljanske kompetence).

5 MEDPREDMETNE POVEZAVE

Namen medpredmetnega ali interdisciplinarnega povezovanja je večja povezanost in prenosljivost znanja, s čimer ustvarjamo pogoje za večjo ustvarjalnost in podjetnost na vseh predmetnih področjih. Večja prenosljivost znanja oblikuje tudi suverenejšo osebnost, ki se lažje sooča z različnimi izzivi v življenju, hkrati pa zmožnost povezovanja različnih znanj in spretnosti prispeva k večji kulturni in etični zavesti posameznika.

Medpredmetno povezovanje pomeni iskanje povezav svojega predmeta z drugimi predmetnimi področji, sodelovanje učiteljev z različnih predmetnih področij, skupno načrtovanje obravnave sorodnih vsebin, izmenjava primerov in nalog, oblikovanje projektnega tedna in podobno. Medpredmetno načrtovanje lahko izvedemo s samostojno obravnavo medpredmetnih vsebin pri posameznem predmetu ali pa z medpredmetno izvedbo pouka (timsko poučevanje). Ker slednje zahteva veliko izkušenj in samoiniciativnosti, prav tako pa je organizacijsko zahtevnejše, poskušamo vsaj medpredmetno načrtovati in usklajevati.

5.1 Cilji in dejavnosti medpredmetnih povezav

Medpredmetne povezave lahko pri pouku uresničujemo na različnih ravneh:

- a) Na ravni vsebin: Obravnava interdisciplinarnih problemov.
- b) Na ravni procesnih znanj: Učenje in uporaba procesnih znanj (npr. iskanje virov, oblikovanje poročila ali miselnega vzorca, govorni nastop, delo v skupini).
- c) Na konceptualnem nivoju: Pri pouku matematike dijaki/dijakinje tudi na osnovi izkušenj in spoznanj iz drugih predmetov obravnavajo ključne pojme z različnih predmetnih perspektiv, z namenom poglobljanja in razumevanja pojmov (npr. naravna rast pri biologiji v povezavi z eksponentno funkcijo). Primeri služijo kot pomembni *zgledi*, ki so namenjeni razumevanju matematike in osmišljanju matematičnih vsebin.

Problemi naj ustrezajo znanju dijakov/dijakinj in njihovim sposobnostim razmišljanja. Predstavljajo naj nove tipe vprašanj, ki niso omejeni na eno samo vsebinsko področje. Realistični problemi naj bodozeti iz konteksta resničnega življenja, iz situacij, ki bi se resnično lahko pojavile v življenju dijaka/dijakinje, ali ki jih dijaki/dijakinje lahko prepoznajo kot pomembne za družbo. V okviru medpredmetnega povezovanja lahko izdelajo raziskovalno nalogo (družboslovni in naravoslovni predmeti) ali izdelajo nalogo, s katero bi povezali matematiko z umetnostjo. Priporočamo, da dijaki/dijakinje samostojno preiskujejo in raziskujejo ter pri tem uporabljajo IKT.

Npr. matematično modeliranje je ena od oblik dejavnega učenja pri uporabi ali izgrajevanju znanja. Matematično modeliranje pomeni najti matematično predstavitev za nematematični objekt ali proces. To pomeni sestaviti matematični opis, ki vključuje lastnosti objekta, sistema ali procesa. Matematični model predstavlja fizično ali abstraktno situacijo, ki ju dijaki/dijakinje

spoznajo pri pouku matematike. Ob opazovanju in izdelavi geometrijskih modelov dijaki/dijakinje reflektirajo svoje geometrijsko znanje, razvijajo analitično mišljenje, ustvarjalnost, sposobnost sintetiziranja in posploševanja ter se učijo preprostih argumentacij.

V spodnji tabeli navajamo cilje in primere dejavnosti z opisi za uresničevanje medpredmetnih povezav. Zapisi so splošni, kar pomeni, da omenjene dejavnosti lahko izvajamo v različnih letnikih, če raven zahtevnosti naloge prilagodimo znanju dijakov/dijakinj.

Tabela 1: Cilji in primeri dejavnosti medpredmetnih povezav

CILJI	PRIMERI IN OPISI
<p>Dijaki/dijakinje:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● povežejo vsebine ravninske in prostorske geometrije; ● raziskujejo matematiko, ● povezujejo matematične vsebine, ● izdelajo raziskovalno nalogo in jo predstavijo, ● pri izdelavi raziskovalne naloge uporabljajo IKT, povezujejo se z učiteljem slovenščine (jezikovna pravilnost, npr. izražanje v slovenskem jeziku, citiranje virov idr.); ● povežejo znanje različnih predmetnih področij; 	<p><i>Uporaba geometrije v življenjskih situacijah:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ● konstrukcija strehe, konstrukcija stopnišča, optimalna parcelacija zemljišča, tlakovanja idr., ● računanje površin in prostornin različnih teles, ki jih srečamo v vsakodnevnih situacijah. <p><i>Matematične raziskovalne naloge:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ● število, številka, številka, ● periodične decimalne številke, ● geometrijsko mesto temen parabole, ● kriteriji deljivosti v drugih številskih sestavih, ● verižni ulomki, ● diofantske enačbe, ● eulerjeva premica, ● krožnica devetih točk, ● linearno programiranje, ● metoda kvadratov, ● kriptografija, ● pascalov trikotnik, ● fraktali, ● prepogibanje papirja. <p><i>Interdisciplinarni življenjski problemi:</i></p> <ul style="list-style-type: none"> ● nakup/prodaja hiše (nepremičnine): izračun optimalne rešitve, ● ocena tveganj pri nakupu delnic, vrednostnih papirjev (predvsem na ravni ozaveščanja dijakov/dijakinj), ● varčevanje denarja v banki, ● iskanje informacij na spletu za izdelavo statistične naloge.

- rešujejo realistične probleme in uporabljajo orodja za obdelavo podatkov,
- razvijajo kritični odnos do interpretacije podatkov in tudi do samih informacij v časopisih, na spletu idr.,
- vključujejo kroskurikularne teme pri reševanju statistične naloge (npr. varovanje zdravja, vzgoja potrošnika, podjetnost);
- razvijajo kreativnost, abstraktno mišljenje,
- prepoznajo pravilo v vzorcu, poiščejo posplošitev (npr. z zapisom algebrskega izraza);
- razvijajo geometrijske predstave in abstraktno-logično mišljenje;
- uporabljajo računalniške programe.

Orodja za obdelavo podatkov in merila za sredino in razpršenost:

- branje informacij, diagramov v časopisih in javnih medijih,
- statistična naloga: zdrava prehrana,
- onesnaževanje zraka, načrt za končni izlet, deklaracije izdelkov, informacije na spletu idr..

Transformacije, vzorci:

- simetrija v naravi, zlati rez, slikovna zaporedja z geometrijskimi vzorci, ornamenti idr..

Modeliranje:

- modeliranje fizičnih objektov z geometrijskimi modeli,
- modeliranje abstraktnih (življenjskih) situacij ali procesov (uporaba algebre).

Informacijsko-komunikacijska tehnologija:

- programi za statistično obdelavo podatkov (delo z računalniškimi preglednicami),
- programi za dinamično geometrijo in za simbolno računanje, programi urejevalnikov besedil in matematičnih urejevalnikov ter predstavitev programov,
- uporaba komunikacijske tehnologije (splet, spletna učilnica).

5.2 Dejavnosti za razvoj kompetenc

Cilje pouka matematike dosegamo tudi z razvijanjem določenih kompetenc, ki so zapisane tudi v prvem poglavju, v nadaljevanju pa jih navajamo skupaj z osnovnimi smernicami za doseganje. V tabeli navajamo predloge dejavnosti za razvoj kompetenc. Dejavnosti so zapisane splošno in so seveda vezane na obseg in vsebino gimnazijske matematike.

Tabela: Kompetence in dejavnosti za razvoj kompetenc

MATEMATIČNA KOMPETENCA IN DRUGE KOMPETENCE	DEJAVNOSTI ZA RAZVOJ KOMPETENCE
<ul style="list-style-type: none"> ● poznavanje, razumevanje in uporaba matematičnih pojmov in povezav med njimi ter izvajanje in uporaba postopkov; ● sklepanje, posploševanje, abstrahiranje in reflektiranje na konkretni in splošni ravni; ● razumevanje in uporaba matematičnega jezika (branje, pisanje in sporočanje matematičnih besedil, iskanje in upravljanje z matematičnimi viri); ● zbiranje, urejanje, predstavljanje, analiziranje podatkov ter interpretiranje in vrednotenje podatkov oz. rezultatov.; ● uporaba informacijsko-komunikacijske tehnologije pri usvajanju novih matematičnih pojmov, izvajanju matematičnih postopkov, preiskovanju in reševanju matematičnih problemov; 	<p>Dijaki/dijakinje:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● prepoznajo pojme na modelih, na sliki, v simbolnem zapisu, v besedilu, ● navajajo primere in protiprimere, ● razlagajo in uporabljajo pojme in dejstva, ● izbirajo in uporabljajo formule/postopke za rešitev problema, ● obravnavajo matematične pojme z različnih predmetnih perspektiv, ● prepoznajo matematični kontekst v realističnih situacijah; ● induktivno in deduktivno razmišljajo, izpeljujejo matematične dokaze, ● modelirajo in interpretirajo modele, ● ugotavljajo veljavnost modela (reflektiranje), ● opazujejo numerične, slikovne, algebrske vzorce, ugotavljajo pravilnosti, zakonitosti in posplošujejo; ● uporabljajo formalni in simbolni matematični jezik, matematično terminologijo in simboliko, ● rešujejo besedilne naloge, ● samostojno oblikujejo besedilno nalogo, ● iščejo matematične in druge vire; ● zbirajo, analizirajo, interpretirajo podatke in oblikujejo zaključke pri statistiki in empiričnih nalogah, ● berejo in izdelujejo tabele in diagrame, ● razvijajo kritični odnos do informacij oz. podatkov, ● kritično razmišljajo o interpretaciji rezultatov, ● kritično razmišljajo o orodjih za prikazovanje podatkov; ● kritično uporabljajo informacijsko-komunikacijsko tehnologijo (IKT): numerična računalna, simbolna računalna, računalniški programi, ● e-učenje (uporaba spleta, uporaba e-pošte, videokonference ...);

- **raziskovanje in reševanje problemov;**

- uporabljajo matematiko v matematičnih kontekstih in v realističnih situacijah,
- rešujejo odprte in zaprte probleme: razvijajo sposobnosti za razumevanje problema, opredelijo spremenljivke in povezave med njimi, testirajo, opazujejo, predstavijo problem, rešijo problem, razmislijo o rešitvi ter predstavijo, interpretirajo, utemeljijo, argumentirajo in sporočijo rešitev problema;

- **sporazumevanje v maternem jeziku/slovenščini;**

- tudi pri pouku matematike, v kontekstu matematičnih vsebin, razvijajo slušno razumevanje, govorno sporočanje, bralno razumevanje in pisno sporočanje,
- v povezavi s slovenščino ob branju matematičnega besedila (npr. besedilni problemi, učenje iz učbenika, splet) razvijajo bralne strategije (prelet, postavitve vprašanja, branje, ponovni pregled, poročanje), bralne sposobnosti, odnos do branja, interes za branje, skrb za razvijanje strokovne terminologije;

- **sporazumevanje v tujih jezikih;**

- razvijajo osnovno strokovno besedišče v tujem jeziku (iskanje virov na spletu, matematična besedila, interaktivni programi),
- pokažejo razumevanje matematičnega besedila v tujem jeziku,
- predstavijo (ustno, pisno) osnovno matematično besedilo v enem tujem jeziku;

- **učenje učenja (načrtovanje lastnih aktivnosti, odgovornost za lastno znanje, razvoj metakognitivnih znanj);**

- načrtujejo lastni proces učenja: se spremljajo in usmerjajo v procesu učenja ter evalvirajo lastni učni proces,
- nadzirajo se pri delu,
- reflektirajo lastno znanje, sodelujejo v pogovorih o ocenjevanju znanja,
- razvijajo odgovornost za lastno znanje, razvijajo delovne navade, metakognitivna znanja;

- **samoociativnost in podjetnost (ustvarjalnost);**

- se pri pouku matematike učijo ustvarjalnosti, dajanja pobud, sprejemanja odločitev in podajanja ocen tveganja (projekti);

- **razvijanje osebnostnih kvalitete (socialnost, samospoštovanje, medsebojne vrednote, obvladovanje čustev).**

- sodelujejo pri skupinskem delu in sodelovalnem učenju, v timih (npr. projekti),
- v sodelovanju z drugimi razvijajo lastnosti, kot so: obvladovanja čustev, odgovornost, samospoštovanje, integriteta (poštenost in odkritost).

6 DIDAKTIČNA PRIPOROČILA

Pri pouku matematike se poleg spoznavnega področja dijakove osebnosti ukvarjamo tudi s čustveno-doživljajskim in psihomotoričnim, saj je bistveni razlog za poučevanje in učenje matematike njena pomembnost pri razvoju celovite osebnosti dijaka/dijakinje.

Celostni pristop učenja in poučevanja uresničujemo z raziskovalno dejavnostjo, reševanjem problemov iz vsakdanjega življenja, vključevanjem aktualnih vsebin in sodobnih tehnologij. Pri pouku matematike razvijamo opis pojavov z matematičnim jezikom, ki je univerzalen in ga razumejo tudi drugi.

Dodatno motivacijo in boljše razumevanje lahko dosežemo s primeri, ki osmišljajo matematične vsebine, s sodobnimi gradivi, s pomočjo informacijsko-komunikacijske tehnologije idr. Kljub temu da so podobne in pogoste računske vaje potrebne in koristne za razvijanje matematičnih spretnosti, je treba paziti, da razumevanje vsebin prevladuje nad mehanično manipulacijo s simboli. Poskrbeti moramo za izgradnjo povezav med sklopi in pojmi, ki jih predvideva učni načrt.

Priporočamo, da se vsebine, kjer je to možno, obravnavajo spiralno (isti matematični pojem obravnavamo večkrat, ga ponovimo, poglobimo in nadgradimo). Vsebine naj bodo dobro usvojene, saj bodo le tako lahko dobra podlaga za vsebine, ki sledijo in se navezujejo nanje. Kjer je le mogoče, jih ilustriramo s praktičnimi zgledi.

Če so v razredu posamezni dijaki/dijakinje, ki zmorejo vsebine, označene kot posebna znanja (PZ), moramo pouk organizirati tako, da jim omogočimo usvojitev teh vsebin. Posebej pomembno je, da nekatera posebna znanja obvladajo dijaki/dijakinje, ki ta znanja potrebujejo kot sestavni del svoje stroke.

6.1 Informacijsko-komunikacijska tehnologija (IKT)

Šola naj bi izobraževala za uspešno učenje, delo in življenje. Uporaba tehnologije se zahteva in pričakuje pri nadaljnjem študiju, v vseh poklicih in na vseh delovnih mestih ter je tudi sestavni del vsakdanjega življenja. Zato mora šola usposobiti dijake/dijakinje za njeno uporabo. Pouk matematike usposablja predvsem za uporabo tehnologije pri soočanju z matematičnimi problemi in posredno tudi za uporabo v vsakdanjem življenju.

IKT odpira veliko možnosti za učinkovitejši razvoj matematičnega znanja dijaka/dijakinje in omogoča različne pristope k poučevanju in učenju (npr. raziskovanje in reševanje matematičnih ter avtentičnih problemov).

IKT omogoča hitro in nepristransko povratno informacijo. To lahko opogumlja dijake/dijakinje, da sami predvidevajo, razvijajo svoje ideje, jih testirajo in jih spreminjajo, popravljajo oziroma izboljšujejo.

IKT lahko kompenzira različne učne in grafomotorične primanjkljaje dijakov/dijakinj ter ponuja dodatne možnosti učenja v ustreznem spoznavnem stilu posameznika.

Informacijsko-komunikacijska tehnologija je lahko:

- sredstvo za razvoj matematičnih pojmov,
- sredstvo za ustvarjanje, simuliranje in modeliranje realnih in učnih situacij,
- zgolj učni pripomoček,
- metoda dela,
- komunikacijsko sredstvo.

Vrste tehnologij:

- numerična računala,
- simbolna računala,
- osebni ali prenosni računalnik,
- programi namenjeni razvoju matematičnih pojmov,
- programi namenjeni avtomatiziranju znanj in preverjanju znanj,
- e-gradiva in informacije na spletu (e-učilnica),
- orodja za prenos in zapis ter prikazovanje podatkov, postopkov, rezultatov.

6.2 Domače naloge

Domače naloge so integralni del šolskega dela in so pri matematiki zelo pomembne. Dijake/dijakinje naj bi usposobile za samoizobraževanje, razvile naj bi delovne navade, vztrajnost, natančnost in kritičnost. Domače naloge so osnova samoregulacijskega učenja.

Domača naloga je pomembno izhodišče za delo v naslednji učni uri, zato mora biti skrbno načrtovana. Ima več funkcij: je vaja v spretnostih, z njo utrjujemo in zmanjšujemo pozabljanje, je preverjanje samega sebe, učenje v novih situacijah, raziskovanje. Dobro načrtovana domača naloga upošteva tudi, da imajo dijaki/dijakinje različne učne stile, zmožnosti in interese. Namen domačega dela mora biti jasen, saj je razen urjenja strategij učitelju in dijakom/dijakinjam povratna informacija glede kritičnih točk pri usvajanju snovi.

Pri pregledu domače naloge se ne pogovarjamo samo o rezultatih ampak tudi o strategijah reševanja. Redno in premišljeno opravljanje domačih nalog vpliva na kakovost znanja in posledično tudi na oceno.

7 VREDNOTENJE DOSEŽKOV

Spremljanje znanja je integralni del pouka in daje povratno informacijo dijaku/dijakinji in učitelju. Pri pouku matematike preverjamo in ocenjujemo: razumevanje in uporabo osnovnih matematičnih pojmov in konceptov, razumevanje povezav med njimi, uporabo matematičnih postopkov, zmožnost reševanja matematičnih problemov in zmožnost komuniciranja v matematičnem jeziku.

Poleg že uveljavljenih pisnih nalog in ustnega spraševanja lahko uporabljamo tudi druge oblike ugotavljanja znanja: predstavitve seminarских ali projektnih nalog, empiričnih preiskovanj, raziskovalnih nalog iz matematike, rezultat na tekmovanjih iz matematike, logike in razvedrilne matematike, spremljanje sprotne domačega dela, izdelava mape dijaka/dijakinje (portfolij) in sprotno kratko ustno ali pisno ugotavljanje znanja. V osebni mapi lahko dijak/dijakinja zbira: poprave in analize svojih pisnih nalog, izpolnjene delovne liste, delo z zahtevnejšimi nalogami, matematična preiskovanja, zbrane kratke motivacijske zglede za posamezne vsebinske sklope, rešene posebne matematične izzive in druge samostojne aktivnosti v okviru pouka matematike ter samoevalvacijo svojega dela in načrt za doseganje ciljev.

Pri spremljanju znanja predlagamo nekaj osnovnih smernic:

- preverjanje znanja naj bo v skladu s cilji pouka in ga preverjamo sproti;
- oblike ugotavljanja znanja naj bodo raznolike, s čimer dijakom/dijakinjam ponudimo dovolj priložnosti, da pokažejo kar največ znanja;
- dijak/dijakinja naj v šolskem letu pridobi vsaj štiri pisne ocene in vsaj eno ustno oceno;
- dijake/dijakinje vzpodbujamo k odgovornosti za lastno znanje;
- pri ustnem ocenjevanju znanja preverjamo predvsem tista znanja, ki jih ne moremo vedno dobro preveriti pri pisnih nalogah (uporaba strategij, reševanje problemov, razumevanje konceptov in postopkov, komunikacija), pri čemer moramo ustnemu ocenjevanju posvetiti dovolj časa. Ustnega ocenjevanja ne uporabljamo za preverjanje znanj, ki jih lahko dovolj dobro preverimo s pisno oceno.

GIMNAZIJA



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA ŠOLSTVO IN ŠPORT

