

ISTRUZIONE MEDIA TECNICA (IMT)

CATALOGO DELLA MATERIA

MATEMATICA

383 - 408 ore di lezione

Il catalogo è stato approvato dal Consiglio degli Esperti della Repubblica di Slovenia per l'istruzione generale nella sua 99a riunione del 15 febbraio 2007.

INDICE

I. INTRODUZIONE	3
II. IMPLEMENTAZIONE DELLE COMPETENZE CHIAVE DELLA MATERIA MATEMATICA	3
III. OBIETTIVI GUIDA, COMPETENZE CHIAVE, ORIENTAMENTI PER LO SVILUPPO DELLE COMPETENZE CHIAVE	3
3.1 Obiettivi guida.....	3
3.2 Competenze chiave	4
3.3 Linee guida per lo sviluppo e la valutazione delle competenze chiave	5
Approccio.....	5
Sviluppo e valutazione delle competenze chiave.....	6
Differenziazione.....	9
Collegamento alla professione e ad altre materie.....	9
Uso delle tecnologie	10
Ruolo dell'insegnante di matematica.....	10
IV. OBIETTIVI OPERATIVI.....	11
Argomento 1: I NUMERI	12
1.1 Conoscenze di base sugli insiemi numerici	12
1.2 Numeri complessi (modulo tematico opzionale)	16
Argomento 2: GEOMETRIA	17
2.1 Concetti fondamentali della geometria nel piano e nello spazio.....	17
2.2 Trasformazioni nel piano	19
2.3 Figure geometriche.....	20
2.4 Funzioni goniometriche di angoli acuti.....	22

2.5 Solidi geometrici	23
2.6 Curve di secondo ordine (modulo tematico opzionale)	25
2.7 Vettori (modulo tematico opzionale)	26
Argomento 3: FUNZIONI, EQUAZIONI E CALCOLO DIFFERENZIALE.....	27
3.1 Funzione ed equazione	27
3.2 Funzione lineare ed equazione lineare	29
3.3 Funzioni potenza ed equazioni contenenti funzioni potenza	31
3.4 La funzione quadratica e l'equazione quadratica	33
3.5 Polinomi	35
3.6 Funzioni razionali.....	36
3.7 La funzione esponenziale e l'equazione esponenziale	36
3.8 Logaritmo, funzione logaritmica ed equazione logaritmica.....	39
3.9 Funzioni goniometriche (o circolari) (ampliamento).....	41
3.10 Funzioni circolari inverse ed equazioni goniometriche (modulo tematico opzionale)	42
3.11 Calcolo differenziale	44
3.12 Successioni.....	46
Argomento 4: FONDAMENTI DI LOGICA, ELABORAZIONE DEI DATI E BASI DEL CALCOLO DELLE PROBABILITÀ.....	47
4.1 Fondamenti di logica.....	47
4.2 Elaborazione dei dati.....	48
4.3 Nozioni base del calcolo delle probabilità	51
V. STANDARD MINIMI DI APPRENDIMENTO	52
VI. INDICAZIONI DIDATTICHE	52
VII. FORME DI VERIFICA E VALUTAZIONE DELL'APPRENDIMENTO.....	52

I. INTRODUZIONE

La matematica, in quanto strettamente legata alle altre scienze e a tutti gli ambiti della vita, svolge un ruolo importante nella formazione generale dell'individuo. L'insegnamento della matematica è importante perché introduce e sviluppa, negli allievi modi di pensare più complessi (ad esempio, il ragionamento deduttivo), avviandoli allo stesso tempo a concetti e procedure matematiche, indispensabili per l'inserimento e l'intraprendenza nella società.

L'insegnamento della matematica nell'istruzione media tecnica tiene conto delle caratteristiche del singolo campo professionale e delle esigenze degli allievi.

Tutti i campi professionali sono sempre più matematizzati, ma la matematica è sempre meno visibile in essi, poiché è nascosta nella tecnologia (nei programmi informatici, modelli matematici, nelle macchine e prodotti). Pertanto, la padronanza del calcolo e di alcune procedure matematiche è sempre meno importante per lo svolgimento di determinate attività, mentre la comprensione dei concetti matematici, la capacità di mettere in relazione le conoscenze matematiche in un dato campo professionale e la capacità di risolvere problemi, sono sempre più importanti. Questo fatto costituisce la base per un uso competente degli strumenti tecnologici oggi disponibili, che sono in grado di svolgere gran parte delle operazioni matematiche di base.

Per gli allievi che completano l'istruzione media tecnica sono importanti due cose. Da un lato, le conoscenze e le abilità matematiche, che acquisiscono e le competenze che sviluppano dovrebbero fornire loro un supporto stabile per proseguire le attività nel proprio campo professionale, dall'altro, dovrebbero essere sufficientemente generali da consentire loro di proseguire gli studi. Nell'insegnamento della matematica si deve tener conto anche delle attitudini degli allievi, delle loro specificità e delle loro capacità. Le attività devono essere organizzate in modo da essere sufficientemente vicine agli allievi, legate alle specificità della loro professione e ad altri campi della vita. Agli allievi viene inoltre insegnato a essere precisi, sistematici, coerenti, ordinati e persistenti nel lavoro.

II. IMPLEMENTAZIONE DELLE COMPETENZE CHIAVE DELLA MATERIA MATEMATICA

Le competenze chiave sono implementate attraverso le competenze chiave della materia Matematica, che derivano dagli obiettivi generali della disciplina e sono esposte nel Capitolo III, Sezione 3.2.

III. OBIETTIVI GUIDA, COMPETENZE CHIAVE, ORIENTAMENTI PER LO SVILUPPO DELLE COMPETENZE CHIAVE

3.1 Obiettivi guida

1. Raggiungere il più alto livello possibile di alfabetizzazione matematica degli allievi. Per "alfabetizzazione matematica" si intende:
 - a. conoscere, comprendere e utilizzare i concetti inerenti ai numeri e alla geometria, le operazioni e le relazioni;

- b. comprendere le informazioni presentate in termini matematici (diagrammi, tabelle, formule) e utilizzare la matematica e strumenti matematici nella comunicazione;
- c. possedere la capacità di percepire e spiegare diversi fenomeni e di interpretare la realtà;
- d. essere in grado di risolvere problemi matematici e di applicare in maniera critica concetti, strumenti tecnologici e modelli matematici in altri campi;
- e. avere un atteggiamento positivo verso la conoscenza, l'apprendimento e l'applicazione della matematica ed essere consapevoli dell'importanza della matematica come valore culturale.

2. Sviluppare e padroneggiare le competenze matematiche, necessarie per l'apprendimento di altre discipline e per svolgere con successo le attività inerenti alla loro futura professione.

3. Sviluppare il pensiero matematico astratto e deduttivo, importante per il proseguimento degli studi.

3.2 Competenze chiave

Gli obiettivi della matematica, nelle scuole medie tecniche, si raggiungono attraverso lo sviluppo di alcune competenze chiave, esposte di seguito, assieme alle linee guida per il loro raggiungimento.

Competenze	Le lezioni devono includere
1. Comprensione e capacità di applicare i concetti matematici di base, le relazioni fra loro e lo svolgimento delle procedure 2. Capacità di indagare e risolvere problemi matematici 3. Capacità di generalizzare e astrarre, e di risolvere problemi a livello generale o astratto 4. Capacità di interpretare e giudicare in maniera critica l'applicazione della matematica sia in ambito professionale sia in altri campi.	Contenuti: <ul style="list-style-type: none"> • numeri e operazioni, • relazioni tra grandezze (funzioni), • algebra (espressioni con variabili, equazioni), • misurazioni, geometria piana e dei solidi, funzioni goniometriche, • utilizzo di dati. Utilizzo: <ul style="list-style-type: none"> • utilizzare una calcolatrice numerica, una calcolatrice grafica e programmi informatici per eseguire procedure matematiche, indagare e risolvere problemi matematici.

<p>5. Capacità di utilizzare strumenti matematici nella comunicazione</p> <p>6. Capacità di utilizzare la tecnologia per eseguire procedure matematiche e per indagare e risolvere problemi matematici.</p> <p>7. Capacità di raccogliere, organizzare e analizzare i dati</p> <p>8. Capacità di pianificare e organizzare le attività</p> <p>9. Capacità di lavorare in modo collaborativo, lavorare in team</p> <p>10. Consapevolezza delle proprie conoscenze e capacità di apprendere le conoscenze matematiche in modo autonomo.</p> <p>11. Accettare e percepire la matematica come valore culturale</p> <p>12. Acquisire fiducia nelle proprie capacità matematiche e sviluppare l'autostima.</p>	<p>Situazioni in cui gli allievi sviluppano:</p> <ul style="list-style-type: none"> • giudizio sull'uso appropriato degli strumenti matematici (modelli) nella professione e in altri campi, • la capacità di interpretare i risultati matematici e le analisi in ambito professionale e non, • giudizio critico nell'applicazione dei calcoli matematici nella professione e in altri campi, • conoscenza delle strategie di risoluzione di problemi matematici chiusi e aperti, • la capacità di generalizzare, di pensare in modo astratto e di utilizzare il linguaggio matematico simbolico, • la capacità di pianificare la risoluzione di problemi in un contesto matematico e professionale, • la capacità di esplorare i problemi in contesti matematici e non, • perseveranza, sistematicità, accuratezza, senso critico, responsabilità e capacità di inserimento nel mondo delle informazioni in continua evoluzione. <p>Attività e situazioni:</p> <ul style="list-style-type: none"> • in cui gli allievi lavorano in gruppo per risolvere compiti matematici, • in cui gli allievi risolvono problemi matematici nel contesto di situazioni complesse di lavoro e della quotidianità, percepite come rilevanti e interessanti dagli studenti, e in cui possono eccellere.
--	--

3.3 Linee guida per lo sviluppo e la valutazione delle competenze chiave

Approccio

Nelle scuole medie tecniche si applicano diversi approcci all'insegnamento, scegliendo quello più idoneo all'argomento trattato:

- Un approccio induttivo, che parte da situazioni concrete ben comprese dagli allievi, sulle quali possano ragionare in modo matematico con sicurezza. Si utilizzano anche materiali didattici e, dal livello concreto, si passa poi al livello astratto;
- Un approccio deduttivo che si concentra sulle basi teorico-matematiche, sulla dimostrazione e sulla successiva applicazione;
- Intreccio di approcci induttivi e deduttivi, in cui partendo da situazioni reali e includendo il ragionamento deduttivo, gli studenti possano compiere astrazioni e dimostrare proprietà.

Sviluppo e valutazione delle competenze chiave

Competenze chiave	Sviluppo delle competenze	Valutazione delle competenze
<ul style="list-style-type: none"> • Comprensione e capacità di applicare i concetti matematici di base, le relazioni fra loro e lo svolgimento delle procedure • Capacità di esplorare e risolvere problemi matematici • Capacità di generalizzare e astrarre, di risolvere problemi a livello generale o astratto. 	<p>Nell'insegnamento della matematica, nelle scuole medie professionali, vengono sviluppate sia conoscenze astratte-deduttive attraverso applicazioni successive, sia apprendimenti esperienziali-riflessivi attraverso generalizzazioni e astrazioni successive. Alcuni contenuti e conoscenze matematiche vengono quindi sviluppati in un contesto matematico (se si tralasciano eventuali elementi di motivazione), per poi dimostrarne l'applicazione con esempi realistici semplici e anche più impegnativi.</p> <p>Nella trattazione di nuovi contenuti matematici, si parte da situazioni note e comprensibili agli allievi. La generalizzazione e l'astrazione dei concetti matematici è di norma legata al contesto della situazione trattata. La risoluzione di problemi che gli allievi affrontano, comprende sia situazioni puramente matematiche che situazioni legate alle conoscenze professionali o a contesti familiari agli allievi.</p> <p>Da evidenziare: la comprensione dei concetti matematici semplici e di quelli più complessi, la comprensione e lo svolgimento di procedure semplici, il collegamento dei concetti e delle procedure con i contesti professionali e non, la conoscenza di strategie comprensibili agli allievi, lo</p>	<p>I modi adeguati per valutare le competenze sono:</p> <ul style="list-style-type: none"> • le prove scritte, • l'interrogazione orale o verifica tramite colloquio, • compiti di ricerca (tesine). <p>Nel valutare una competenza, si presta particolare attenzione:</p> <ul style="list-style-type: none"> • alla descrizione del contenuto con l'utilizzo dei concetti matematici appropriati, • al collegamento del contenuto ai concetti matematici (anche più impegnativi), alle procedure e strategie, • alla scelta e all'applicazione corretta delle procedure • al livello di astrazione adottato dall'allievo, agli elementi di ragionamento deduttivo e alla sistematicità del procedimento, • alla scelta e attuazione di procedure o strategie complesse con l'utilizzo di ausili tecnologici, • all'argomentazione della scelta delle procedure, delle strategie di risoluzione del problema e alla correttezza della soluzione.

	svolgimento di procedure complesse con ausili tecnologici.	
<ul style="list-style-type: none"> • Capacità di raccogliere, organizzare e analizzare i dati • Capacità di utilizzare strumenti matematici nella comunicazione 	<p>Gli allievi affrontano compiti complessi in cui i dati da esaminare vengono forniti e/o i rappresentati in modi diversi (in tabelle, in vari diagrammi, in un testo).</p> <p>Gli allievi affrontano compiti che contengono un numero elevato di dati, compiti con eccedenza e carenza di dati, da individuare autonomamente.</p> <p>Gli allievi affrontano compiti in cui devono raccogliere e organizzare i dati ottenuti dalle misurazioni o da altre fonti.</p> <p>Queste competenze sono acquisite nell'apprendimento precedente e vengono rafforzate principalmente attraverso compiti appropriati, nell'ambito di indagini durante le lezioni di matematica o nelle attività interdisciplinari.</p>	<p>I modi appropriati per valutare le competenze sono:</p> <ul style="list-style-type: none"> • compiti complessi nelle prove scritte • indagini matematiche ed empiriche (affrontare problemi aperti - dalla raccolta dei dati e la formulazione delle domande, alla presentazione della relazione), • progetti. <p>Nella valutazione delle competenze si presta particolare attenzione:</p> <ul style="list-style-type: none"> • alla completezza del prodotto, all'idoneità del piano scelto per l'operato, • alle conoscenze procedurali nelle diverse parti del prodotto, • alla rilevanza e complessità degli approcci utilizzati per raccogliere e analizzare i dati, • all'argomentazione dei risultati e all'approccio critico nell'elaborazione dei dati raccolti e nell'interpretazione dei risultati ottenuti.

<ul style="list-style-type: none"> • Capacità di utilizzare la tecnologia per eseguire procedure matematiche e per indagare e risolvere problemi matematici. 	<p>Agli allievi viene insegnato come utilizzare diversi strumenti tecnologici in modo opportuno. Lo scopo fondamentale dell'utilizzo della tecnologia è quello di supportare la soluzione di problemi più complessi e lo svolgimento di compiti più impegnativi. Non è previsto l'uso della tecnologia per superare le difficoltà nello svolgimento di operazioni matematiche di routine (ad esempio, disegnare il grafico di una funzione lineare).</p> <p>La tecnologia viene utilizzata per affrontare problemi più complessi, realistici o concettualmente impegnativi che gli allievi possono risolvere soltanto in tale modo. Agli allievi vanno presentate situazioni professionali reali in cui utilizzare la tecnologia per risolvere problemi matematici.</p>	<p>I modi appropriati per valutare la competenza sono:</p> <ul style="list-style-type: none"> • indagini matematiche ed empiriche • progetti, • prove scritte, • interrogazione orale o verifica tramite colloquio.
<ul style="list-style-type: none"> • Capacità di interpretare e formulare giudizi critici nell'applicazione della matematica in ambito professionale e non solo. • Capacità di pianificare e organizzare il procedimento del lavoro • Capacità di lavorare in modo collaborativo e come parte di un team 	<p>Gli allievi incontrano esempi di modellazione più o meno impegnativi, soprattutto quelli legati alla loro professione. In tale attività, si mette in risalto l'aspetto matematico del modello, l'utilizzo e il giudizio critico della sua adeguatezza.</p> <p>Gli allievi affrontano problemi più ampi (non necessariamente più complessi) nell'ambito della matematica e di altre materie. La risoluzione dei problemi avviene tramite il lavoro di gruppo e include la pianificazione del lavoro.</p>	<p>I modi appropriati per valutare le competenze includono:</p> <ul style="list-style-type: none"> • risolvere compiti più impegnativi, legati alla professione durante le lezioni di matematica, • elaborare progetti nell'ambito della materia matematica o di altre discipline.

<ul style="list-style-type: none"> • Consapevolezza delle proprie conoscenze e capacità di apprendere le conoscenze matematiche in modo autonomo • Consapevolezza del valore culturale della matematica • Fiducia nelle proprie capacità matematiche e sviluppo dell'autostima 	<p>Durante le lezioni di matematica, gli allievi si confrontano anche con situazioni rilevanti, interessanti e stimolanti, in cui si rendono conto che la conoscenza della materia permette loro di comprendere meglio il mondo e, in questo senso, di migliorare la qualità di vita.</p>	
---	---	--

Differenziazione

Nell'insegnamento della matematica, nelle scuole medie tecniche, vengono introdotti due tipi di differenziazione.

1) Scelta dei moduli tematici in base al programma di formazione

Il Catalogo delle conoscenze definisce i moduli tematici **OBBLIGATORI** e quelli **OPZIONALI**. I moduli tematici obbligatori vengono trattati in tutti i programmi di istruzione media professionale, mentre i moduli tematici opzionali possono essere scelti dalla scuola, in base alle esigenze del programma di istruzione o ad altre circostanze. **Nel curricolo operativo è necessario prevedere ore di lezione aggiuntive per la realizzazione dei moduli tematici opzionali.**

2) Differenziazione delle conoscenze in base alla scelta della materia alla maturità professionale

Per gli allievi che scelgono la matematica, come una delle materie alla maturità professionale, la scuola garantisce che le conoscenze acquisite siano approfondite e consolidate, preferibilmente attraverso una differenziazione esterna nell'ultimo anno. Agli allievi vengono assegnate ore di lezione di matematica aggiuntive.

Collegamento alla professione e ad altre materie

L'insegnamento della matematica deve tenere conto dei collegamenti con la professione e altri campi di attività. Questi collegamenti sono molteplici e stratificati:

- Alcuni concetti matematici vengono affrontati in altre materie, prima di essere trattati nelle lezioni di matematica. Ciò consente agli allievi di coglierne il senso, per poi comprenderli meglio e più approfonditamente durante le lezioni di matematica.
- Alcuni concetti vengono introdotti per la prima volta nel corso delle lezioni di matematica. In questo caso, studiare lo stesso contenuto in un'altra materia, aiuta a riconoscere l'utilità nelle applicazioni della matematica.
- In alcuni casi, i contenuti matematici vengono trattati contemporaneamente nel corso delle lezioni di matematica e in quelle inerenti ad altre discipline (ad esempio nell'elaborazione di progetti).

In tutte le modalità di apprendimento dei concetti, ma soprattutto nell'ultimo caso, è essenziale la collaborazione tra l'insegnante di matematica e gli altri insegnanti, basata sui principi del lavoro di squadra.

Uso delle tecnologie

La capacità di utilizzare con competenza la tecnologia, per risolvere problemi matematici, è importante sia per una affermazione nel settore professionale prescelto, che per il successo nella formazione successiva. Per questo motivo, durante le lezioni di matematica, gli allievi imparano a utilizzare le calcolatrici numeriche e grafiche, nonché programmi informatici. Vengono utilizzati diversi strumenti informatici, ad esempio: programmi di geometria dinamica, programmi di calcolo simbolico, fogli elettronici, programmi di modellazione tridimensionale, programmi per lo studio di contenuti didattici specifici e altri programmi applicabili nei singoli settori professionali, che facilitano l'apprendimento o l'applicazione della matematica.

L'uso della tecnologia permette di affrontare situazioni più complesse e realistiche, e di apprendere strategie matematiche più sofisticate. La capacità di usare la tecnologia è importante anche per ottenere buoni risultati nelle altre materie. La tecnologia viene utilizzata in matematica anche per supportare gli allievi con modeste abilità di calcolo o i cui deficit, in determinate conoscenze, potrebbero ostacolare l'ulteriore formazione.

Ruolo dell'insegnante di matematica

L'insegnante di matematica, nella scuola media professionale, dovrebbe far parte "dell'ambiente professionale" della scuola, in quanto deve conoscere bene il settore professionale in cui gli allievi vengono formati. Deve conoscere la tecnologia utilizzata nello svolgimento delle attività, la terminologia, le modalità, le forme e l'organizzazione del lavoro, ecc.; in questo modo sarà in grado di integrare elementi del settore professionale nell'insegnamento della matematica, in modo autentico e credibile. L'insegnante potrà comprendere meglio i suoi allievi, i quali - a loro volta - saranno in grado di apprezzarlo e capire che la matematica costituisce una parte importante della loro professione e della loro vita.

L'insegnante di matematica deve lavorare in team con i docenti di materie professionali e di altre discipline per pianificare e svolgere le lezioni. In qualità di membro del team, approfondisce la propria conoscenza della disciplina e delle altre materie e introduce gli altri insegnanti agli aspetti dell'educazione matematica e alle competenze matematiche, importanti per il successo e la promozione degli allievi nell'istruzione, nel campo professionale e nella vita quotidiana. La pianificazione delle attività e delle lezioni risulta così coerente e significativa, e consente agli studenti di sviluppare le conoscenze e competenze matematiche, in modo appropriato.

Per uno sviluppo efficace delle competenze, è importante che vi sia un rapporto rispettoso ed equo tra i partecipanti al processo di apprendimento, in cui i diritti e le responsabilità dell'insegnante e degli allievi siano chiaramente definiti. Gli allievi dovrebbero avere la possibilità di partecipare alla pianificazione delle attività per le lezioni di matematica e dovrebbero essere coinvolti anche nella preparazione di tali attività (preparazione di materiali o reperimento di materiali didattici). Gli insegnanti di matematica dovrebbero guidare gli allievi verso attività di riflessione e pensiero critico, dando loro la possibilità di fare scelte e prendere delle decisioni. Questo approccio aiuta gli studenti a sviluppare un maggior grado di responsabilità per le proprie decisioni e conoscenze.

IV. OBIETTIVI OPERATIVI

Questo capitolo è suddiviso in quattro argomenti principali, ovvero:

1. Argomento: I NUMERI
2. Argomento: GEOMETRIA
3. Argomento: FUNZIONI, EQUAZIONI E CALCOLO DIFFERENZIALE
4. Argomento: FONDAMENTI DI LOGICA, ELABORAZIONE DEI DATI E BASI DEL CALCOLO DELLE PROBABILITÀ.

I singoli argomenti contengono diversi moduli tematici. Alcuni moduli tematici sono obbligatori per tutti i programmi IMT, mentre altri sono opzionali.

I moduli tematici opzionali sono specificati e vengono affrontati a discrezione della scuola e coerentemente con il programma, in base alle specificità delle diverse discipline. Per l'attuazione dei moduli tematici facoltativi devono essere previste per la materia, ore di lezione aggiuntive.

Poiché la struttura delle conoscenze matematiche costituisce un corpo coerente, per l'insegnamento e l'apprendimento della disciplina, nell'istruzione media professionale è fondamentale che le nuove conoscenze si basino su quelle precedenti. È particolarmente importante, collegare le nuove conoscenze matematiche con quelle pregresse, nel passaggio dalla scuola elementare a quella media. Per questo motivo, i concetti, i contenuti e i simboli matematici, rientranti nelle conoscenze matematiche di base degli alunni, alla fine della scuola elementare, sono elencati all'inizio dei moduli tematici. Questi concetti e contenuti sono stati già affrontati dagli alunni nella scuola elementare, ma è ragionevole aspettarsi che alcuni non li abbiano acquisiti sufficientemente o li abbiano dimenticati. L'insegnante non tratta nuovamente i contenuti che rientrano nelle conoscenze pregresse degli alunni, ma prepara attività adeguate sulle quali possano lavorare autonomamente a casa e/o a scuola, rivedendo e ampliando le suddette conoscenze. L'insegnante individua i concetti non compresi correttamente e aiuta gli allievi a correggerli, così come a colmare le eventuali lacune pregresse.

All'inizio dell'anno scolastico, l'insegnante prepara attività appropriate per il lavoro autonomo degli allievi, che consentano loro di rivedere e sistematizzare le proprie conoscenze matematiche. All'inizio di un nuovo modulo tematico o di una nuova unità didattica, le attività autonome sono progettate per riprendere i contenuti basilari, rilevanti per l'apprendimento di quelli nuovi. L'insegnante individua i concetti non compresi correttamente e aiuta gli allievi a correggerli, così come a colmare le eventuali lacune pregresse.

Argomento 1: I NUMERI

1.1 Conoscenze di base sugli insiemi numerici

Obiettivi collegati alla Scuola elementare:

L'allievo conosce i numeri naturali, interi, razionali e reali, distingue tra questi insiemi numerici e ne comprende le relazioni ($N \subset Z \subset Q \subset R$). Rappresenta i numeri in modi diversi (con cifre, a parole, con punti sulla retta numerica). Ordina i numeri sulla retta numerica. Conosce i nomi e le proprietà delle operazioni aritmetiche e calcola i valori di espressioni numeriche. Utilizza la calcolatrice numerica. Dato un numero, determina l'opposto e l'inverso del numero. Esprime una frazione in forma decimale, distingue tra decimali finiti e infiniti periodici e converte numeri decimali in frazioni e viceversa.

Conosce i concetti di divisore e multiplo. Determina i divisori, i multipli, il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo di numeri "piccoli". Distingue i numeri pari e dispari e conosce i criteri di divisibilità per 2, 5, 3, 9, 10 e 10^n . Conosce le potenze con esponente naturale e le relative regole utilizzandole nei calcoli.

Risolve semplici disequazioni.

Calcola con espressioni contenenti variabili: somma, sottrae, moltiplica polinomi, calcola il quadrato di un binomio, il prodotto della somma e della differenza di due termini. Raccoglie a fattore comune e scompone la differenza di due quadrati. Calcola il valore di un'espressione contenente variabili per i rispettivi valori assegnati alle stesse.

L'allievo conosce il concetto di percentuale. Conosce quantità direttamente e inversamente proporzionali. Utilizza il calcolo per deduzione.

L'allievo conosce il concetto di radice quadrata e determina le radici quadrate (dei quadrati perfetti) a mente e con una calcolatrice numerica. L'allievo conosce il concetto di valore assoluto e determina il valore assoluto di un numero.

Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo ripassa i concetti di base, le procedure e le operazioni con i numeri (appresi alla scuola elementare).		L'insegnante, crea un piano di attività per consentire agli allievi di ripassare autonomamente i concetti di base, le procedure e le operazioni con i numeri. L'insegnante individua le conoscenze pregresse degli allievi, colmando le eventuali lacune o aiutandoli a correggere i concetti compresi non correttamente.
L'allievo conosce i numeri naturali, interi, razionali e reali e utilizza diverse rappresentazioni dei numeri.	Gli allievi convertono i numeri decimali periodici in frazioni ridotte ai minimi termini.	Gli allievi utilizzano i concetti e le diverse rappresentazioni dei numeri nelle risoluzioni di problemi, nelle discussioni, nei dibattiti e nelle spiegazioni. Si noti che gli allievi non hanno esperienze nella conversione di decimali periodici in frazioni.

<p>L'allievo conosce il concetto di potenza e calcola le potenze con esponenti naturali e interi.</p>	<p>L'allievo conosce le regole di calcolo con le potenze e le applica per calcolare i valori delle espressioni numeriche. L'allievo applica le regole di calcolo con le potenze nelle espressioni algebriche.</p> <p>Comprende il significato della potenza 10^{-n} e impiega la notazione decimale nella forma di potenza. (ad esempio: $0,1 = 10^{-1}$, $0,02 = 2 \cdot 10^{-2}$).</p> <p>L'allievo arrotonda un numero decimale con precisione prestabilita (ad esempio al numero intero, a due cifre decimali, ai millesimi, a due cifre significative).</p>	<p>Gli allievi individuano esempi di rappresentazione di numeri in forma di potenze in altre materie, nella professione e in vari contesti. Individuano il significato, la rilevanza, la correttezza e l'utilità delle potenze. Utilizzano una calcolatrice numerica per calcolare i valori di espressioni numeriche.</p>
<p>L'allievo opera negli insiemi N, Z, Q, R</p>	<p>L'allievo comprende e utilizza i nomi delle operazioni aritmetiche, nel calcolo del valore di espressioni applica le regole fondamentali, considera l'ordine di precedenza delle operazioni e utilizza in modo corretto e affidabile la calcolatrice numerica.</p> <p>Distingue i vari significati del segno meno.</p> <p>Dà una stima del risultato e valuta criticamente la soluzione ottenuta.</p>	<p>Particolare attenzione dovrebbe essere posta sulle esercitazioni di calcolo con le operazioni note, sulla stima del risultato atteso e sulla valutazione critica della soluzione ottenuta. L'allievo esegue i calcoli per iscritto, a mente e con la calcolatrice numerica.</p> <p>L'allievo risolve problemi tratti dal contesto quotidiano e di lavoro.</p>
<p>L'allievo ordina i numeri per grandezza e calcola con le disuguaglianze.</p>	<p>L'allievo ordina i numeri per grandezza e li rappresenta sulla retta numerica (asse reale). L'allievo comprende il significato dei simboli di disuguaglianza: maggiore di, maggiore o uguale a, minore di, minore o uguale a ($>$, \geq, $<$, \leq) e li utilizza. L'allievo applica le proprietà della relazione d'ordine e le regole di calcolo con le disuguaglianze. Risolve semplici disequazioni.</p>	<p>L'attenzione va rivolta alla rappresentazione ordinata dei numeri sull'asse reale.</p> <p>Gli allievi utilizzano i simboli di disuguaglianza.</p>

<p>L'allievo calcola il valore di espressioni algebriche.</p>	<p>L'allievo calcola il valore di un'espressione letterale. Semplifica un'espressione letterale (somma, sottrae e moltiplica monomi e polinomi). Calcola il quadrato e il cubo di un binomio e scompone semplici espressioni algebriche. Utilizza il raccoglimento a fattore comune, scompone la differenza di due quadrati, la differenza e la somma di cubi, scompone i trinomi quadratici con la regola di Viète. Esegue operazioni con semplici frazioni algebriche. Semplifica le frazioni doppie e le utilizza nei calcoli.</p>	<p>Si deve tener conto che gli allievi conoscono - dalla scuola elementare - soltanto il quadrato della somma e della differenza di due termini. Dapprima si cerca di consolidare il calcolo di semplici espressioni. L'allievo dovrebbe saper calcolare anche il valore di espressioni più complesse (elevamento al quadrato, al cubo, moltiplicazione, scomposizione...) Le esercitazioni possono svolgersi efficacemente tramite lavoro di gruppo. Gli allievi dovrebbero conoscere anche i programmi informatici per il calcolo simbolico. L'attenzione va rivolta alla riduzione e allo sviluppo delle frazioni algebriche.</p>
<p>L'allievo determina i divisori e i multipli di un dato numero.</p>	<p>L'allievo utilizza i concetti di divisore e multiplo, determina i divisori e i multipli di un dato numero e scompone un numero in fattori primi. Distingue tra numeri primi e numeri composti. Applica i criteri di divisibilità per i numeri 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 e 10^n.</p>	<p>Gli allievi devono ripassare autonomamente i concetti noti dalla scuola elementare (compito per casa), prima di trattarli in classe. Da sottolineare la distinzione fra le notazioni dei termini na (multiplo) e a^n (potenza).</p>
<p>L'allievo conosce il teorema fondamentale della divisione.</p>	<p>L'allievo conosce la relazione di divisibilità e comprende il teorema fondamentale della divisione. Applica il teorema fondamentale della divisione per risolvere problemi relativi a vari contesti.</p>	<p>Agli allievi viene chiesto di risolvere problemi testuali, tratti dalla vita quotidiana utilizzando il teorema fondamentale della divisione.</p>
<p>L'allievo determina i divisori e i multipli comuni dei numeri</p>	<p>L'allievo determina i divisori comuni e il massimo comun divisore di due o più numeri a mente e per scomposizione. Determina i multipli comuni e il minimo comune multiplo di due o più numeri a mente o per scomposizione. Conosce la relazione di divisibilità e comprende il significato di "numeri primi fra loro".</p>	<p>Gli allievi ripassano in modo autonomo i concetti già noti dalla scuola elementare. A discrezione dell'insegnante, gli allievi apprendono e utilizzano anche l'algoritmo di Euclide per calcolare il massimo comune divisore. Calcolano il minimo comune multiplo con la formula $m(a, b) = \frac{a \cdot b}{D(a, b)}$.</p>

L'allievo applica il calcolo percentuale.	L'allievo conosce e comprende i concetti di percentuale e per mille e li collega al rapporto fra parte e intero. Calcola le percentuali, le quote, la base e utilizza il calcolo percentuale nelle situazioni di vita e nella professione.	Si verificano le conoscenze acquisite nella scuola elementare. Agli allievi viene chiesto di cercare esempi di utilizzo delle percentuali nella vita quotidiana e nella professione. L'argomento va trattato anche tramite progetti interdisciplinari. L'uso di una calcolatrice numerica rende più efficiente il calcolo.
L'allievo utilizza il concetto di proporzione. L'allievo distingue tra quantità direttamente e inversamente proporzionali.	L'allievo conosce, comprende e applica il concetto di proporzione in diversi contesti e situazioni. Analizza la relazione tra due quantità e determina se le quantità sono direttamente o inversamente proporzionali, e risolve i problemi nel modo prescelto (ad esempio per deduzione).	L'insegnante verifica le conoscenze pregresse ponendo l'accento sulla risoluzione di problemi inerenti la professione. L'allievo risolve problemi tratti da situazioni di vita e di lavoro.
L'allievo comprende l'ampliamento dell'insieme dei numeri razionali con i numeri irrazionali.	L'allievo apprende l'esistenza di numeri che non possono essere scritti come frazioni. Rappresenta un numero irrazionale sull'asse reale.	A discrezione dell'insegnante, è possibile compiere la dimostrazione dell'esistenza di numeri che non possono essere scritti come frazioni.
L'allievo comprende la relazione tra la radice quadrata e il quadrato di un numero.	L'allievo comprende la relazione tra la radice quadrata e il quadrato di un numero. Calcola a mente le radici quadrate dei quadrati perfetti (fino a 20), dà la stima della radice quadrata di qualsiasi numero e calcola le radici quadrate con una calcolatrice numerica.	Si verificano le conoscenze pregresse.
L'allievo comprende la relazione tra la radice cubica e il cubo di un numero.	L'allievo comprende la relazione tra la radice cubica e il cubo di un numero e calcola le radici utilizzando una calcolatrice numerica.	Si considera che gli allievi non hanno conoscenze pregresse.
L'allievo calcola con le radici.	L'allievo calcola i valori di espressioni che contengono radici quadrate e cubiche, dà una stima ragionevole del risultato atteso e valuta criticamente la soluzione. Utilizza una calcolatrice numerica in modo corretto e affidabile ed esegue calcoli con precisione prestabilita. Utilizza l'estrazione parziale della radice e la razionalizzazione del denominatore per semplificare i radicali. Semplifica espressioni algebriche con radici.	Si dà importanza alla valutazione critica dei risultati intermedi e finali.
L'allievo conosce il concetto di intervallo.	L'allievo conosce il concetto di intervallo e lo rappresenta o descrive in diversi modi: graficamente	Gli allievi utilizzano notazioni simboliche diverse per gli intervalli.

	sull'asse reale, con i simboli di disuguaglianza, con gli insiemi. L'allievo rappresenta la soluzione di una disequazione mediante intervalli.	
L'allievo conosce e comprende il concetto di valore assoluto di un numero reale	L'allievo conosce e comprende la definizione di valore assoluto. Conosce le proprietà del valore assoluto e calcola il valore di espressioni contenenti valori assoluti. Risolve semplici equazioni e disequazioni contenenti il valore assoluto. Distingue tra errore assoluto e relativo.	Si mette in rilievo la rappresentazione "geometrica" del valore assoluto. Si risolvono solo espressioni numeriche con il valore assoluto e semplici equazioni e disequazioni. Si evidenzia l'uso dell'errore assoluto e dell'errore relativo nel contesto della disciplina.
L'allievo conosce le radici di indice qualunque e le utilizza nei calcoli.	L'allievo calcola le radici di indice superiore a mente e con una calcolatrice numerica. Semplifica espressioni numeriche e algebriche che contengono radici di indice superiore.	L'allievo impara a usare una calcolatrice numerica per calcolare le radici di indice superiore.
L'allievo utilizza nei calcoli le potenze a esponente razionale.	L'allievo trasforma la radice in una potenza con esponente razionale e viceversa. Risolve espressioni numeriche e algebriche contenenti potenze con esponente razionale.	L'allievo impara a utilizzare una calcolatrice numerica per il calcolo di potenze con esponente razionale.

1.2 Numeri complessi (modulo tematico opzionale)		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo comprende la necessità di introdurre i numeri complessi e sa scrivere un numero complesso.	L'allievo conosce e comprende la notazione $z = a + bi$. Rappresenta un numero complesso (con un punto, con un vettore) nel piano complesso. L'allievo rappresenta insiemi di numeri complessi nel piano complesso.	Si evidenzia la necessità dell'utilizzo dei numeri complessi e la loro importanza nella matematica e nelle scienze.
L'allievo utilizza i numeri complessi per il calcolo.	L'allievo somma, sottrae, moltiplica e divide numeri complessi. Determina le potenze dell'unità immaginaria. Determina il coniugato complesso e il valore assoluto di un numero complesso e rappresenta entrambi nel piano complesso.	Connessione - confronto: calcolo con i binomi, (calcolo con i vettori)
L'allievo utilizza i numeri complessi per risolvere un'equazione quadratica.	L'allievo risolve un'equazione quadratica a coefficienti reali e discriminante negativo. Scompono espressioni nell'insieme dei numeri complessi.	

Argomento 2: GEOMETRIA

2.1 Concetti fondamentali della geometria nel piano e nello spazio

Obiettivi collegati alla Scuola elementare:

L'allievo descrive le relazioni tra punti, rette e piani nello spazio tramite modelli, le rappresenta graficamente e scrive in forma simbolica.

Utilizza simboli per punti (A, B, ...), rette (p, q, ...), segmenti (AB, CD, ...), angoli ($\angle ABC$, α , β ...), piani ($\mathfrak{R}, \Sigma, \Pi, \Phi$), relazioni ($\parallel, \perp, \in, \notin, \cap, \subset, \cong, \sim$) e lunghezze o distanze ($|AB| = d(AB), d(A, p), d(p, q)$ con $p \parallel q$...).

Gli allievi applicano i concetti appresi in classe settimana SE: vertice di un angolo, lato di un angolo (semiretta), interno di un angolo, esterno di un angolo, tipi di angoli (angolo nullo, angolo giro, piatto, retto; angoli acuti e ottusi) e le relazioni tra angoli (angoli adiacenti, angoli opposti al vertice, angoli dai lati paralleli concordi e discordi).

L'allievo misura le ampiezze degli angoli ed esegue calcoli (in gradi e primi di grado), costruisce gli angoli con squadra con goniometro e compasso ($60^\circ, 30^\circ, 15^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 120^\circ$).

Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo ripassa i concetti sugli enti geometrici fondamentali (punti, rette e piani), appresi alla scuola elementare.		L'insegnante non tratta nuovamente i contenuti che dovrebbero rientrare nelle conoscenze pregresse degli allievi, ma prepara attività appropriate su cui gli studenti possano lavorare autonomamente a casa e/o a scuola; in tal modo ripetono e ampliano le loro conoscenze. L'insegnante aiuta gli allievi a correggere i concetti non compresi in maniera corretta e colma le eventuali lacune.
L'allievo conosce gli assiomi della geometria.	L'allievo conosce gli assiomi che collegano punti, rette e piani.	Per definire i concetti geometrici e le loro relazioni l'insegnante, utilizza i diversi linguaggi della materia: spiegazioni adeguate, presentazioni di modelli spaziali, costruzioni o immagini e la notazione simbolica.
L'allievo distingue tra assiomi, teoremi e definizioni.	L'allievo sa che i teoremi sono derivati dagli assiomi e che con le definizioni si descrivono ulteriori concetti, ad	L'allievo comprende che gli assiomi sono gli assunti fondamentali alla base della geometria.

	esempio punti collineari, punti complanari, insiemi di punti convessi.	
L'allievo utilizza il linguaggio matematico.	L'allievo utilizza il linguaggio matematico e la terminologia specifica della disciplina per definire concetti, descrivere relazioni, per presentare e interpretare in maniera logica le dimostrazioni basilari. Presenta e interpreta una dimostrazione di base (ad esempio i teoremi sulla individuazione di un piano). Distingue tra modelli e concetti.	L'allievo utilizza il linguaggio specifico nella comunicazione con e sulla matematica. Le forme di attività appropriate includono esposizioni individuali, presentazioni, lavori di gruppo e lavori di progetto.
L'allievo comprende il concetto di angolo.	L'allievo dimostra l'acquisizione delle conoscenze attraverso verifiche scritte e orali.	Gli allievi ripetono autonomamente i concetti basilari sugli angoli, ad esempio creando un poster, scrivendo una sintesi, una tesina, preparando una presentazione con lucidi elettronici... L'insegnante accerta e, se necessario, colma le lacune pregresse.
L'allievo conosce i tipi di angoli e le relazioni tra di essi.	L'allievo calcola gli angoli complementari e supplementari di un angolo assegnato. Riconosce e applica le relazioni tra angoli con lati paralleli e angoli con lati perpendicolari.	
L'allievo conosce le unità di misura per le ampiezze degli angoli ed esegue calcoli.	L'allievo approfondisce le conoscenze sulle unità di misura angolari: calcola anche con i secondi di grado, conosce il radiante e sa convertire i gradi in radianti e viceversa. Utilizza con sicurezza una calcolatrice numerica. Converte a mente i gradi in radianti e viceversa per alcuni angoli (es. 60° , 30° , 45° , 90° , 120°). Calcola con sicurezza le ampiezze degli angoli.	Gli allievi imparano a utilizzare una calcolatrice numerica per convertire le ampiezze di angoli dal sistema decimale a quello sessagesimale e viceversa, e da gradi a radianti e viceversa.
L'allievo costruisce gli angoli con compasso e squadretta (geosquadra).	L'allievo costruisce angoli fino all'angolo giro con il goniometro o compasso, a seconda della disciplina o della professione. L'allievo conosce il concetto di simmetria e costruisce l'asse di un segmento e la bisettrice di un angolo, utilizzando anche un programma di geometria dinamica.	Solo le costruzioni geometriche classiche più semplici (angoli, asse del segmento, bisettrice dell'angolo) vengono eseguite con strumenti geometrici e nella misura rilevante per la disciplina.

<p>L'allievo familiarizza con il sistema di coordinate (sistema di coordinate cartesiane ortogonali e polari).</p>	<p>L'allievo individua la posizione di un punto nel piano, date le sue coordinate cartesiane (sistema di coordinate cartesiane ortogonali), o data la distanza dal polo e l'angolo polare. Il sistema di coordinate polari viene utilizzato dall'allievo solo in base alle esigenze della disciplina. Lo studente individua l'orientamento dell'angolo; traccia e determina la posizione di un punto in un sistema di coordinate dato.</p>	<p>Ove si ritenga opportuno, la geometria piana viene trattata analiticamente introducendo un sistema di coordinate (per individuare ad esempio la posizione di un punto, o trattare le trasformazioni geometriche nel piano). Assegnate le coordinate del punto, l'allievo ne individua la posizione nel piano. Il sistema di coordinate polari viene utilizzato solo in base alle esigenze della disciplina. Il software di geometria dinamica viene utilizzato dagli allievi principalmente per ricerche individuali.</p>
---	--	--

<h2>2.2 Trasformazioni nel piano</h2>		
<p>Obiettivi collegati alla Scuola elementare: L'allievo, già dalla settima classe della SE, conosce le proprietà, esegue e indica con i simboli le seguenti trasformazioni: Traslazione Simmetria centrale $S_A : A \rightarrow A'$ Simmetria assiale $S_p : A \rightarrow A'$</p>		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
<p>L'allievo ripete le trasformazioni nel piano, apprese alla Scuola elementare.</p>	<p>L'allievo verifica le proprietà di una figura geometrica (ad esempio, indaga sulle simmetrie).</p>	<p>I concetti di base appresi alla scuola elementare non vengono trattati nuovamente. Gli allievi li ripetono con un lavoro autonomo e l'insegnante verifica le loro conoscenze.</p>
<p>L'allievo conosce e utilizza altre due trasformazioni nel piano: la rotazione e l'omotetia.</p>	<p>L'allievo utilizza le trasformazioni di base per studiare le figure geometriche, le costruzioni geometriche e le misurazioni. Esegue le trasformazioni geometriche di base utilizzando gli strumenti geometrici e descrivendo il procedimento (ad es. simmetria assiale, dilatazione).</p>	<p>Vengono eseguite soltanto le costruzioni geometriche classiche più semplici, con strumenti per il disegno e nella misura rilevante per la professione.</p>

<p>L'allievo comprende e applica i concetti di congruenza e di similitudine.</p>	<p>L'allievo comprende i seguenti concetti: congruenza di segmenti e di angoli. Conosce il concetto di rapporto e di proporzione tra segmenti. L'allievo utilizza strategie appropriate e sa effettuare collegamenti tra i contenuti della geometria piana (ad es. creare uno schizzo, intravedere una situazione geometrica, analizzare le relazioni, suddividere un poligono in triangoli, collegare le figure geometriche e il sistema di coordinate).</p>	<p>Il software di geometria dinamica viene utilizzato principalmente dagli allievi per ricerche autonome.</p> <p>Ove si ritenga opportuno, la geometria piana viene trattata analiticamente introducendo un sistema di coordinate (per individuare ad esempio la posizione di un punto, o trattare le trasformazioni geometriche nel piano).</p>
---	---	--

<h3>2.3 Figure geometriche</h3>		
<p>Obiettivi collegati alla Scuola elementare: Concetti geometrici appresi fino all'ottava classe compresa, della Scuola elementare:</p> <ul style="list-style-type: none"> - cerchio e parti del cerchio (circonferenza, raggio, diametro, arco e settore circolare, angolo al centro), le posizioni reciproche tra retta e circonferenza e tra due circonferenze (corda, secante, tangente, retta esterna, distanza dal centro), costruzione della retta tangente in un punto della circonferenza; - triangolo (somma di angoli interni ed esterni, disuguaglianza triangolare), classificazione dei triangoli in base ai lati e agli angoli, le altezze del triangolo, le mediane e il baricentro, cerchio circoscritto e inscritto, triangoli simili e congruenti, costruzione di triangoli, divisione di un segmento nel rapporto prescritto; - quadrilateri (rettangolo, quadrato, parallelogramma, rombo, trapezio, trapezio isoscele, deltoide), diagonali, somma degli angoli interni, costruzione di un parallelogramma, rombo, trapezio isoscele; - poligono regolare; - orientamento delle figure geometriche; - calcolo di perimetri ed aree di figure geometriche; - unità di misura per la lunghezza, area e volume. 		

Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
<p>L'allievo ripassa le definizioni delle figure geometriche e le loro proprietà, apprese alla Scuola elementare.</p>		<p>Gli allievi ripetono autonomamente i concetti di base sulle figure geometriche, ad esempio creando un poster, scrivendo un riassunto, una tesina, preparando una presentazione con lucidi elettronici...</p>

		L'insegnante accerta la presenza di eventuali lacune e aiuta gli allievi a colmarle.
L'allievo conosce il teorema sulla relazione tra l'angolo alla circonferenza e l'angolo al centro.	L'allievo conosce e applica la relazione tra l'angolo alla circonferenza e l'angolo al centro che insistono sullo stesso arco (compreso il teorema di Talete sull'angolo nel semicerchio) nelle costruzioni e in altri problemi geometrici. Costruisce le rette tangenti alla circonferenza condotte da un punto esterno al cerchio.	Solo le costruzioni geometriche più semplici vengono realizzate con strumenti per il disegno e nella misura rilevante per la professione.
L'allievo conosce le relazioni tra i lati e gli angoli di un triangolo.	L'allievo utilizza le relazioni tra gli angoli interni ed esterni di un triangolo e ne calcola l'ampiezza (ad esempio, in un triangolo l'angolo esterno è uguale alla somma degli angoli interni ad esso non adiacenti). Presenta e interpreta in modo logico una dimostrazione nota (ad esempio, la somma degli angoli interni).	Gli allievi studiano e classificano autonomamente i triangoli in base alle relazioni tra lati e angoli, utilizzando diversi criteri (ad esempio, in base alla disuguaglianza triangolare, alle ampiezze degli angoli, alle lunghezze dei lati).
L'allievo distingue tra triangoli simili e triangoli congruenti.	L'allievo conosce l'assioma e i teoremi di congruenza dei triangoli. Conosce anche la definizione e i teoremi di similitudine dei triangoli.	L'insegnante introduce e applica concetti, relazioni e proprietà per risolvere problemi legati alla professione ed a contesti concreti.
L'allievo costruisce triangoli, quadrilateri e poligoni regolari.	L'allievo costruisce triangoli con i dati a disposizione riguardanti i lati, gli angoli, le altezze, le mediane, e triangoli simili con un dato rapporto di proporzione. Esegue costruzioni di base utilizzando strumenti per il disegno geometrico e descrivendo il procedimento della costruzione.	L'allievo verifica le proprietà di una figura geometrica (ad esempio, individua le condizioni per cui il centro della circonferenza circoscritta sia interno o esterno al triangolo).
L'allievo conosce e utilizza i teoremi di base della geometria piana (teorema di Pitagora, primo e secondo teorema di Euclide, teorema di Talete).	L'allievo utilizza i teoremi di base per determinare diverse grandezze di un triangolo, nei problemi di costruzione e per risolvere problemi geometrici più complessi.	Lo studio delle figure geometriche e dei teoremi si basa, in parte sul metodo deduttivo e in parte su quello induttivo.

2.4 Funzioni goniometriche di angoli acuti		
Contesto: Triangolo rettangolo, teorema di Pitagora		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo conosce le definizioni delle funzioni goniometriche degli angoli acuti di un triangolo rettangolo.	L'allievo calcola i valori delle funzioni goniometriche (seno, coseno, tangente, cotangente) degli angoli acuti di un triangolo rettangolo. Calcola l'ampiezza dell'angolo per un valore dato della funzione goniometrica. Utilizza una calcolatrice numerica. Le ampiezze degli angoli vengono espresse in gradi (primi, secondi) o radianti. Utilizza i valori esatti delle funzioni goniometriche per gli angoli di 60° , 30° , 45° , 90° , 0° . L'allievo utilizza le relazioni tra le funzioni goniometriche degli angoli complementari.	Gli allievi calcolano i valori delle funzioni goniometriche e le ampiezze degli angoli in maniera funzionale alle applicazioni della disciplina.
L'allievo rappresenta le funzioni goniometriche degli angoli da 0° a 360° sulla circonferenza di raggio unitario (o goniometrica).	L'allievo collega il sistema di coordinate cartesiane ortogonali e la circonferenza unitaria. Conosce la rappresentazione geometrica delle funzioni goniometriche. Utilizza una calcolatrice numerica e il sussidio "trigonir".	L'insegnante utilizza diverse tecnologie per la descrizione della circonferenza goniometrica. Si insiste sulla comprensione della relazione tra l'ampiezza dell'angolo ed i valori delle funzioni goniometriche, nonché del segno delle funzioni nei singoli quadranti. Gli allievi indagano ed esplorano in modo autonomo. Utilizzano anche software di geometria dinamica in maniera funzionale alle applicazioni della disciplina.
L'allievo conosce e impiega il teorema del seno e del coseno.	L'allievo utilizza i teoremi del seno e del coseno per calcolare i lati e le ampiezze degli angoli di un triangolo. Comprende l'importanza dei teoremi quali strumenti fondamentali per la risoluzione di un triangolo qualunque e quindi di un poligono qualunque. Utilizza una calcolatrice numerica.	Gli allievi si esercitano nella risoluzione di triangoli qualsiasi e nei compiti e problemi legati alla disciplina.
L'allievo calcola il raggio del cerchio inscritto e del cerchio circoscritto ad un triangolo.	L'allievo utilizza le formule di calcolo del raggio del cerchio inscritto e circoscritto ad un triangolo. Utilizza una calcolatrice numerica.	L'insegnante fornisce esempi tratti da vari contesti (ad esempio, quotidiano, professionale, ...).

<p>L'allievo ripete le unità di misura della lunghezza, dell'area e del volume, apprese alla Scuola elementare.</p>	<p>L'allievo è in grado di convertire le unità di misura della lunghezza, area e volume. A seconda delle esigenze della disciplina, utilizza la notazione scientifica.</p> <p>L'allievo utilizza i prefissi per le unità di misura (ad esempio nano, micro, ..., mega, giga).</p>	
<p>L'allievo calcola le lunghezze dei segmenti, i perimetri e le aree delle figure geometriche.</p>	<p>L'allievo calcola il perimetro e l'area di triangoli qualsiasi e di altre figure geometriche utilizzando formule già note, la formula di Erone e le formule che includono le funzioni goniometriche. Utilizza la notazione (S) per l'area delle figure e risolve anche problemi indiretti per trovare diverse grandezze nelle figure (ad es. l'altezza, la diagonale, ecc.).</p> <p>L'allievo calcola le lunghezze dei lati anche impiegando la proporzionalità. Nell'eseguire i calcoli, l'allievo valuta criticamente i valori ottenuti e presta attenzione alle unità di misura. Utilizza una calcolatrice numerica.</p>	<p>Nella risoluzione di un triangolo qualunque, si utilizzano i teoremi del seno e del coseno e la formula di Erone.</p>
<p>L'allievo risolve problemi geometrici complessi.</p>	<p>L'allievo applica strategie appropriate e collega i contenuti della geometria piana (ad esempio, fare uno schizzo, visualizzare ed esaminare relazioni, scomporre una figura in parti fondamentali - triangoli, utilizzare un sistema di coordinate nello studio delle figure geometriche).</p>	<p>Gli allievi svolgono anche indagini e ricerche in modo autonomo utilizzando software di geometria dinamica.</p>

2.5 Solidi geometrici

Obiettivi collegati alla Scuola elementare:

Poliedri: cubo, parallelepipedo, prisma (regolare), piramide (regolare) a 4 facce, spigolo di base, spigolo laterale, altezza (del solido), faccia di base, faccia laterale, superficie laterale e totale, sviluppo piano della superficie del solido, superficie ($S = 2S_B + S_L$, $S = S_B + S_L$), volume ($V = S_B \cdot h$, $V = \frac{S_B \cdot h}{3}$)

Solidi di rotazione: cilindro ($S = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$), cono ($S = \pi r^2 + \pi r a_p$, $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$), sfera

Altezza e diagonale della faccia laterale, diagonale del solido, sezione assiale.

Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo ripassa i concetti di base sui solidi geometrici, appresi alla Scuola elementare.		Gli allievi ripetono autonomamente i concetti di base sui solidi, ad esempio creando un poster, scrivendo un riassunto, una tesina, preparando una presentazione con lucidi elettronici... L'insegnante individua la presenza di eventuali lacune ed aiuta gli allievi a colmarle.
Prisma e cilindro	L'allievo conosce il prisma come solido avente per basi due poligoni congruenti posti su piani paralleli. L'allievo utilizza i seguenti termini: diagonale della base, diagonale della faccia laterale, diagonale del solido; sezione assiale e diagonale; angolo tra due segmenti e angolo tra due piani. Risolve problemi complessi utilizzando una calcolatrice numerica. Nell'eseguire i calcoli, l'allievo valuta in modo critico i valori ottenuti e presta attenzione alle unità di misura.	Gli allievi realizzano modelli di solidi, esplorano e risolvono problemi con il software di geometria dinamica. Trovano modelli di solidi nei vari contesti della realtà, (nell'ambiente, nell'ambito della professione,) e calcolano diverse quantità che li caratterizzano.
Piramide e cono	L'allievo conosce la piramide quale solido la cui base è un poligono qualsiasi. L'allievo utilizza i seguenti termini: sezione assiale; angolo tra due segmenti e angolo tra due piani. Risolve problemi complessi utilizzando una calcolatrice numerica. Nell'eseguire i calcoli, l'allievo valuta criticamente i valori ottenuti e presta attenzione alle unità di misura.	Gli allievi realizzano modelli di solidi, esplorano e risolvono problemi con il software di geometria dinamica. Trovano modelli di solidi nei vari contesti della realtà, (nell'ambiente, nell'ambito della professione...) e calcolano diverse quantità che li caratterizzano
Solidi di rotazione e sfera	L'allievo identifica un cilindro, un cono e una sfera come solidi di rotazione. Determina l'asse di rotazione e analizza la rotazione in base alla scelta dell'asse.	Gli allievi svolgono indagini e ricerche in modo autonomo, utilizzando anche software di geometria dinamica.
L'allievo risolve problemi complessi relativi alla geometria dello spazio.	L'allievo utilizza strategie appropriate e collega i contenuti della geometria dello spazio (ad esempio, fa uno schizzo, visualizza ed esamina relazioni, collega i concetti della geometria piana e della geometria solida).	Gli allievi svolgono indagini e ricerche in modo autonomo, utilizzando anche software di geometria dinamica.

2.6 Curve di secondo ordine (modulo tematico opzionale)

Contesto:

Concetti geometrici di base: punto, retta, segmento, circonferenza (come luogo geometrico di punti), asse di simmetria,
 Simmetria assiale
 Sistema di coordinate, funzione lineare e quadratica
 Equazioni e sistemi di equazioni

Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo conosce le curve ottenute dall'intersezione di un piano con un cono a due falde (le coniche).	L'allievo individua le curve risultanti dall'intersezione di un cono a due falde con il piano: circonferenza, ellisse, iperbole e parabola, utilizzando le conoscenze acquisite nelle materie tecniche, ad esempio nel disegno tecnico e nelle misurazioni.	L'insegnante aiuta a collegare il background matematico degli allievi con le conoscenze pregresse specifiche della loro professione. Utilizza le possibilità offerte dalla professione, ad es. esempi di attività, prodotti, programmi informatici e altre tecnologie.
L'allievo descrive la circonferenza nel piano cartesiano.	L'allievo scrive l'equazione della circonferenza centrata nell'origine del sistema di coordinate e l'equazione della circonferenza traslata, di centro $C(p, q)$. Analizza le posizioni reciproche di una circonferenza e una retta e di due circonferenze, calcola le distanze e le coordinate dei punti d'intersezione.	Gli allievi indagano e ricercano in modo autonomo. Utilizzano le calcolatrici grafiche, software del calcolo simbolico, della geometria dinamica e software professionali.
L'allievo descrive l'ellisse, l'iperbole, la parabola nel piano cartesiano.	L'allievo applica l'equazione dell'ellisse e dell'iperbole con centro nell'origine e della parabola con vertice nell'origine del sistema delle coordinate. A seconda delle esigenze della disciplina, applica anche le equazioni delle coniche traslate tramite un vettore $v = (p, q)$. Analizza le posizioni reciproche di curve e rette nel sistema di coordinate. Utilizza programmi informatici adeguati.	Gli allievi indagano ed esplorano in modo autonomo. Utilizzano anche programmi informatici appropriati, per esempio, programmi della geometria dinamica e quelli legati alla disciplina.

2.7 Vettori (modulo tematico opzionale)		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo conosce e utilizza la rappresentazione grafica dei vettori.	L'allievo rappresenta graficamente un vettore con un segmento orientato. Traccia un vettore nel sistema di coordinate, note le sue componenti $\vec{a} = (a_1, a_2)$. Nel sistema di coordinate assegna ad un punto le componenti del corrispondente raggio vettore.	L'allievo confronta la rappresentazione dei vettori nel sistema di coordinate con la rappresentazione dei numeri complessi nel piano complesso.
L'allievo somma e sottrae i vettori, moltiplica un vettore per uno scalare.	L'allievo somma e sottrae i vettori algebricamente e graficamente. Moltiplica un vettore per uno scalare algebricamente e graficamente. Applica le proprietà della somma di vettori e del prodotto del vettore per uno scalare per semplificare espressioni.	L'insegnante utilizza diverse tecnologie per la rappresentazione dei vettori (ad es. il software di geometria dinamica).
L'allievo conosce e applica i seguenti concetti: combinazione lineare di vettori, collinearità, complanarità, base.	L'allievo conosce e applica il concetto di combinazione lineare di vettori. L'allievo conosce e applica i concetti di collinearità e complanarità di vettori. Esprime tramite calcolo per componenti e graficamente un vettore quale combinazione lineare di due vettori non collineari (scomposizione di vettori).	L'allievo risolve problemi a livello elementare. L'insegnante collega l'argomento con la scomposizione delle forze in fisica.
L'allievo calcola il prodotto scalare di due vettori.	L'allievo calcola il prodotto scalare di due vettori. Conosce e applica le proprietà del prodotto scalare. Calcola il modulo del vettore. Calcola l'ampiezza dell'angolo tra due vettori. Accerta se due vettori sono paralleli o perpendicolari.	L'insegnante dovrebbe evidenziare i collegamenti interdisciplinari (ad es. le grandezze velocità, accelerazione, forza in fisica) e l'importanza dei vettori nella disciplina.

Argomento 3: FUNZIONI, EQUAZIONI E CALCOLO DIFFERENZIALE

3.1 Funzione ed equazione		
<p>Obiettivi collegati alla Scuola elementare:</p> <p>L'allievo utilizza il sistema di riferimento cartesiano nel piano, rappresenta i punti nel sistema di riferimento e determina le coordinate dei punti.</p> <p>L'allievo descrive la dipendenza funzionale tra due grandezze, la rappresenta con una tabella e un grafico e la esprime simbolicamente. Conosce e utilizza le relazioni di proporzionalità diretta e inversa.</p> <p>L'allievo scrive l'equazione di una funzione lineare, traccia il grafico della funzione lineare, utilizza il grafico per trovare le intersezioni con gli assi delle coordinate e calcola lo zero della funzione lineare.</p> <p>L'allievo distingue le equazioni dalle espressioni. Identifica la relazione lineare in un problema e scrive una semplice equazione lineare. Risolve un'equazione lineare contenente anche parentesi e frazioni numeriche.</p>		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo ripassa le nozioni di base riguardanti il sistema delle coordinate, le relazioni tra grandezze, le rappresentazioni dei dati, le proporzioni, le funzioni e le equazioni (dalla Scuola elementare).		Il docente non insegna nuovamente i contenuti che rientrano nelle conoscenze pregresse degli allievi, ma assegna loro attività appropriate da svolgersi autonomamente a casa e/o a scuola. Gli allievi rivedono e ampliano le loro conoscenze pregresse. L'insegnante individua i concetti appresi in maniera sbagliata e aiuta gli allievi a correggerli.
L'allievo completa le conoscenze sul sistema cartesiano nel piano.	L'allievo descrive le proprietà del sistema cartesiano nel piano. L'allievo lo utilizza per rappresentare la posizione di insiemi di punti nel piano. Conosce il concetto di distanza tra due punti e le sue proprietà. Determina le distanze tra punti.	
L'allievo conosce la definizione di funzione.	L'allievo conosce la definizione generale di funzione e la definizione di funzione reale di variabile reale. L'allievo utilizza diverse rappresentazioni di funzione: tramite equazione (regola della funzione), con una tabella e con il grafico.	Vengono introdotti esempi di funzioni come modelli di fenomeni tratti da vari contesti reali e professionali. Per rappresentare i grafici si utilizzano calcolatrici grafiche e programmi informatici.

<p>L'allievo riconosce le proprietà delle funzioni reali di variabile reale.</p>	<p>L'allievo conosce le definizioni di funzione suriettiva, iniettiva e biiettiva. L'allievo determina l'insieme di definizione (dominio) e l'insieme immagine, esamina la continuità di una funzione, determina gli intervalli su cui una funzione è positiva o negativa, determina gli intervalli in cui la funzione è crescente oppure decrescente, determina gli estremi relativi di una funzione, stabilisce se la funzione è pari o dispari, determina gli intervalli in cui è convessa o concava, scopre se è periodica, determina gli eventuali asintoti.</p>	<p>Questo obiettivo viene perseguito costantemente durante tutto il periodo dell'istruzione media tecnica. Prima di esaminare i diversi tipi di funzione, gli allievi studiano le proprietà delle funzioni, principalmente in base ai loro grafici e in relazione alla comprensione dei fenomeni reali che esse esprimono. Gli allievi utilizzano calcolatrici grafiche e programmi informatici per studiare le proprietà delle funzioni. Le proprietà vengono individuate in modo analitico nello studio di funzione.</p>
<p>L'allievo svolge traslazioni e dilatazioni di funzioni.</p>	<p>L'allievo riconosce il particolare tipo di funzione espressa in forma analitica e identifica la traslazione e/o la dilatazione lungo l'asse delle ascisse o delle ordinate. Con l'ausilio della tecnologia, traccia il grafico della funzione e i grafici della stessa funzione traslata o dilatata.</p>	<p>Questo obiettivo viene perseguito costantemente durante tutta l'istruzione media tecnica. Prima di esaminare i singoli tipi di funzione, gli allievi studiano le traslazioni e le dilatazioni, utilizzando calcolatrici grafiche e programmi informatici, parallelamente all'analisi dei fenomeni reali che le funzioni rappresentano.</p>
<p>L'allievo risolve equazioni, disequazioni e sistemi di equazioni e disequazioni utilizzando la tecnologia.</p>	<p>L'allievo risolve un'equazione, una disequazione o un sistema di equazioni o disequazioni utilizzando la tecnologia. Coglie il significato di soluzione, interpretandolo in modo sia algebrico che grafico, verifica la correttezza della soluzione, comprende il procedimento della risoluzione ed il suo significato.</p>	<p>Questo obiettivo viene perseguito costantemente durante tutto il periodo dell'istruzione media tecnica. Prima di considerare particolari tipi di equazioni, disequazioni e sistemi di equazioni o disequazioni, gli allievi giungono alla soluzione principalmente in modo grafico e tramite la comprensione dei fenomeni reali rappresentati. Utilizzano calcolatrici grafiche e programmi informatici. Il metodo analitico di risoluzione è applicato quando si approfondiscono particolari tipi di funzione, equazioni, disequazioni e sistemi di equazioni e disequazioni.</p>

<p>L'allievo crea e utilizza un modello matematico.</p>	<p>L'allievo descrive un fenomeno utilizzando il modello matematico più adeguato. L'allievo è critico nella scelta e nell'applicazione del modello.</p>	<p>Questo obiettivo viene perseguito costantemente durante tutta l'istruzione media tecnica. Gli allievi si confrontano con fenomeni reali tratti dalla professione, da altre materie o dalla quotidianità. Utilizzano la calcolatrice grafica e programmi informatici per trovare e creare un modello. La creazione e l'applicazione di modelli matematici ricorre nella maggior parte dei moduli tematici e, in particolar modo, nel modulo "Funzioni, equazioni e calcolo differenziale". Svolge un ruolo importante nel dare senso concreto alle funzioni, equazioni e disequazioni. È opportuno includere l'obiettivo nei progetti interdisciplinari in cui è coinvolto l'insegnante di matematica.</p>
--	---	--

<p>3.2 Funzione lineare ed equazione lineare</p>		
<p>Obiettivi collegati alla Scuola elementare: L'allievo scrive l'equazione che rappresenta una funzione lineare. Conosce il significato dei coefficienti dell'equazione che rappresenta la funzione lineare e li utilizza per tracciare i grafici o dedurre altre informazioni. Calcola l'eventuale zero di una funzione lineare. L'allievo scrive l'equazione di una retta in forma esplicita, ne traccia il grafico e utilizza il grafico per leggere o calcolare le intersezioni della retta con gli assi delle coordinate. Identifica la relazione lineare in un problema e scrive una semplice equazione lineare. Risolve un'equazione lineare, contenente anche parentesi e frazioni numeriche.</p>		
<p>Obiettivi operativi</p>	<p>Descrizione degli obiettivi</p>	<p>Esempi di attività in classe e indicazioni</p>
<p>L'allievo ripassa le proprie conoscenze sulla dipendenza lineare, sulla funzione lineare ed il suo grafico, sulla forma esplicita di una retta e sull'equazione lineare.</p>		<p>Il docente non insegna nuovamente i contenuti appartenenti alle conoscenze pregresse degli allievi, ma prepara per loro attività appropriate, che saranno svolte autonomamente a casa e/o a scuola. L'insegnante individua i concetti appresi in maniera sbagliata e aiuta gli allievi a correggerli.</p>

<p>L'allievo applica le proprietà della funzione lineare.</p>	<p>L'allievo applica le proprietà della funzione lineare e conosce il significato dei coefficienti. In base ai valori dei coefficienti angolari di due rette, l'allievo deduce se queste sono parallele o perpendicolari. Scrive l'equazione di una funzione lineare.</p>	<p>Gli allievi approfondiscono le conoscenze sulle proprietà di una funzione. Utilizzano calcolatrici grafiche o programmi informatici.</p>
<p>L'allievo utilizza le diverse forme dell'equazione della retta.</p>	<p>L'allievo distingue tra la notazione di funzione e l'equazione di una retta. L'allievo conosce la forma esplicita, implicita e segmentaria della retta e il significato dei coefficienti che vi compaiono. Converte le equazioni della retta da una forma all'altra.</p>	<p>Gli allievi risolvono esercizi e problemi che richiedono l'utilizzo delle diverse forme dell'equazione della retta.</p>
<p>L'allievo identifica e risolve un'equazione o una disequazione lineare.</p>	<p>L'allievo risolve algebricamente e con l'aiuto della tecnologia un'equazione o una disequazione lineare. L'allievo comprende il significato della soluzione ottenuta con il metodo algebrico e grafico, verifica la correttezza della soluzione e interpreta il procedimento risolutivo e il significato della soluzione.</p>	<p>Gli allievi utilizzano una calcolatrice grafica o programmi informatici per risolvere equazioni e sistemi di equazioni o disequazioni:</p> <ul style="list-style-type: none"> • quando imparano a risolvere equazioni o disequazioni con la tecnologia, • quando lo scopo dell'attività è comprendere meglio il significato dell'equazione o della disequazione e della soluzione, • quando risolvono equazioni o disequazioni che derivano da problemi reali e sono quindi più complesse e impegnative, • quando la soluzione di un'equazione o di una disequazione non è l'attività principale, ma una fase di un compito più ampio oppure di un progetto.
<p>L'allievo identifica e risolve un sistema di equazioni lineari o un sistema di disequazioni lineari.</p>	<p>L'allievo risolve e comprende il significato della soluzione ottenuta con il metodo algebrico e grafico, verifica la correttezza della soluzione e interpreta il procedimento risolutivo e il significato della soluzione.</p>	<p>Quando lo scopo dell'attività è imparare le procedure per risolvere un'equazione o una disequazione, la tecnologia può essere uno strumento per guidare il procedimento o verificare il risultato. Ove possibile, in un contesto più ampio, la risoluzione di equazioni, disequazioni o dei sistemi di equazioni può essere svolta senza l'aiuto della tecnologia.</p>

L'allievo modella fenomeni realistici con una funzione lineare.	L'allievo descrive un fenomeno utilizzando una funzione lineare. L'allievo è critico nella scelta e nell'uso di un modello.	Gli allievi considerano fenomeni reali tratti da vari contesti (dalla professione, da altre discipline, dal quotidiano), che possono essere modellati in modo soddisfacente da una funzione lineare. Utilizzano una calcolatrice grafica e programmi informatici per trovare e costruire un modello.
--	---	--

3.3 Funzioni potenza ed equazioni contenenti funzioni potenza		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo identifica e distingue la funzione potenza da altri tipi di dipendenza funzionale.	L'allievo identifica la funzione potenza tramite diverse rappresentazioni (formula, tabella, grafico). L'allievo distingue tra la funzione potenza e quella lineare.	Vengono introdotti esempi di funzioni potenza come modelli di fenomeni reali tratti da vari contesti (dalla professione, da altre discipline, dal quotidiano).
L'allievo rappresenta la funzione potenza con un'equazione.	L'allievo scrive la dipendenza delle grandezze in forma simbolica con l'equazione $f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}$	La notazione simbolica dell'equazione viene introdotta utilizzando esempi di fenomeni reali tratti da vari contesti (dalla professione, da altre discipline, dal quotidiano).
L'allievo conosce e utilizza le proprietà della funzione potenza.	L'allievo conosce le proprietà delle funzioni potenza e le utilizza per tracciare i grafici e per risolvere altri compiti: la continuità di una funzione potenza, gli intervalli su cui una funzione è positiva o negativa, gli intervalli di incremento e decremento di una funzione, gli estremi relativi di una funzione, le proprietà di parità o disparità di una funzione, gli intervalli di convessità e concavità di una funzione. L'allievo identifica e verifica le proprietà delle funzioni potenza in modo analitico e grafico.	Inizialmente gli allievi tracciano per punti, senza ricorrere all'uso della tecnologia, almeno un grafico della funzione potenza di base $f(x) = x^n$. Successivamente usano una calcolatrice grafica o un programma informatico per tracciare i grafici delle funzioni potenza di base, e studiarne le proprietà. Infine, individuano anche in modo analitico le proprietà delle funzioni potenza.
L'allievo traccia il grafico della funzione potenza.	L'allievo traccia il grafico della funzione potenza $f(x) = a(x - p)^n + q$, tenendo conto delle proprietà della funzione, delle traslazioni e dilatazioni. Descrive il grafico finale considerando le traslazioni e le dilatazioni del grafico della funzione potenza di base $f(x) = x^n$.	Gli allievi utilizzano le conoscenze pregresse sulle traslazioni e dilatazioni di funzioni per esplorare i grafici delle funzioni potenza traslate e dilatate, usando una calcolatrice grafica o un programma informatico. Successivamente tracciano i grafici anche senza ricorrere all'uso della tecnologia.

<p>L'allievo determina la funzione inversa della funzione potenza e traccia il grafico della funzione radice.</p>	<p>L'allievo determina algebricamente e graficamente la funzione inversa della funzione potenza di base. Conosce le proprietà della funzione radice e traccia il suo grafico.</p>	<p>Gli allievi utilizzano anche calcolatrici grafiche e programmi informatici per esplorare le proprietà della funzione radice. Gli allievi utilizzano la tecnologia per tracciare i grafici della funzione radice traslata e dilatata.</p>
<p>L'allievo identifica e risolve un'equazione o una disequazione contenente la funzione potenza.</p>	<p>L'allievo risolve algebricamente e graficamente un'equazione o una disequazione contenente la funzione potenza. Comprende il significato della soluzione ottenuta con il metodo algebrico e grafico, verifica la correttezza della soluzione e interpreta il procedimento della risoluzione e il significato della soluzione.</p>	<p>Gli allievi collegano la soluzione analitica di equazioni o disequazioni contenenti la funzione potenza con la soluzione grafica. Utilizzano una calcolatrice grafica o programmi informatici per risolvere equazioni o disequazioni, come ad esempio:</p> <ul style="list-style-type: none"> • quando imparano a risolvere equazioni o disequazioni con la tecnologia, • quando lo scopo dell'attività è comprendere meglio il significato dell'equazione o della disequazione e della soluzione, • quando si risolvono equazioni o disequazioni che derivano da problemi reali e quindi sono più complesse e impegnative, • quando la soluzione di un'equazione o di una disequazione non è l'attività principale, ma solo una fase di un compito o di un progetto più ampio. <p>Quando lo scopo dell'attività è imparare le procedure per risolvere un'equazione o una disequazione, la tecnologia può essere uno strumento per guidare il procedimento o verificare il risultato. Ove possibile, l'attività di risoluzione di equazioni o disequazioni senza l'utilizzo della tecnologia, sia svolta in un contesto più ampio.</p>
<p>L'allievo modella fenomeni reali con le funzioni potenza.</p>	<p>L'allievo descrive un fenomeno con una funzione potenza. Confronta diversi modelli (funzione lineare, funzioni potenza) ed è critico nella scelta e nell'uso del modello.</p>	<p>Gli allievi considerano fenomeni reali tratti da vari contesti (dalla professione, da altre discipline, dal quotidiano), che possono essere modellati in modo adeguato con funzioni potenza. Utilizzano una calcolatrice grafica e programmi informatici per trovare e costruire un modello.</p>

3.4 La funzione quadratica e l'equazione quadratica

Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo riconosce la funzione quadratica.	L'allievo comprende la funzione quadratica quale esempio di funzione potenza. Distingue la dipendenza quadratica da altri tipi di dipendenza.	Accanto alla funzione potenza $f(x) = a(x-p)^2 + q$ e al suo grafico, gli allievi apprendono le seguenti definizioni: funzione quadratica, parabola, vertice.
L'allievo conosce e applica le proprietà della funzione quadratica.	Conosce e utilizza le nuove definizioni: vertice, parabola, forma riferita al vertice, forma generica dell'equazione, forma riferita agli zeri. Utilizza tutte e tre le forme dell'equazione della funzione quadratica e converte una forma in un'altra. Conosce il significato dei coefficienti che compaiono in ciascuna forma dell'equazione e li utilizza per determinare il vertice e gli zeri di una funzione quadratica. Conosce e utilizza le proprietà degli zeri.	Gli allievi esplorano le possibili equazioni della funzione quadratica. Dalla forma riferita al vertice della funzione quadratica $f(x) = a(x-p)^2 + q$ ricavano le altre forme della medesima funzione: generica e riferita agli zeri. Esplorano il significato dei coefficienti di ciascuna forma dell'equazione. La ricerca viene svolta sia in modo grafico sia in modo algebrico. Gli allievi utilizzano calcolatrici grafiche o programmi informatici.
L'allievo traccia il grafico della funzione quadratica.	L'allievo trasforma l'equazione della funzione quadratica nelle altre forme appropriate per determinare il vertice e gli zeri della funzione, tracciandone il grafico.	Gli allievi utilizzano calcolatrici grafiche e programmi informatici per tracciare i grafici delle funzioni quadratiche più complesse, finché non apprendono metodi generali per il calcolo degli zeri.

<p>L'allievo identifica e risolve un'equazione o una disequazione quadratica.</p>	<p>L'allievo risolve, algebricamente e con l'aiuto della tecnologia, un'equazione o una disequazione quadratica. L'allievo comprende il significato della soluzione ottenuta con il metodo algebrico e grafico, verifica la correttezza della soluzione, interpreta il procedimento della risoluzione e il significato della stessa. Associa le soluzioni delle equazioni quadratiche con gli zeri della funzione quadratica.</p>	<p>Gli allievi utilizzano una calcolatrice grafica o programmi informatici per risolvere equazioni o disequazioni:</p> <ul style="list-style-type: none"> • quando imparano a risolvere equazioni o disequazioni con la tecnologia, • quando lo scopo dell'attività è comprendere meglio il significato di un'equazione, o di una disequazione, e della soluzione, • quando risolvono equazioni o disequazioni che derivano da problemi reali e sono quindi più complesse e impegnative, • quando la soluzione di un'equazione o di una disequazione non è l'attività principale, ma solo una fase di un compito o di un progetto più ampio. <p>Quando lo scopo dell'attività è imparare le procedure per risolvere un'equazione o una disequazione, la tecnologia può essere uno strumento per guidare il procedimento o verificare il risultato. Ove possibile, l'attività di risoluzione di equazioni o disequazioni senza l'utilizzo della tecnologia, sia svolta in un contesto più ampio.</p>
<p>L'allievo risolve problemi reali e modella fenomeni reali con la funzione quadratica.</p>	<p>L'allievo risolve problemi utilizzando una funzione quadratica e le sue proprietà, oppure un'equazione o una disequazione quadratica. L'allievo descrive un fenomeno utilizzando una funzione quadratica. Confronta diversi modelli (funzione lineare, funzioni potenza, funzione quadratica) ed è critico nella scelta e nell'uso del modello.</p>	<p>Gli allievi considerano fenomeni reali tratti da vari contesti (dalla professione, da altre discipline, dal quotidiano), che possono essere modellati in modo adeguato con una funzione quadratica. Utilizzano una calcolatrice grafica e programmi informatici per trovare e costruire il modello.</p>

3.5 Polinomi		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo identifica l'equazione di un polinomio e mette in relazione il polinomio con le conoscenze delle funzioni lineari, funzioni potenza e delle funzioni quadratiche.	L'allievo interpreta un polinomio come combinazione lineare di funzioni potenza di base (canonica) $f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}$. Sa che i tipi di funzioni che ha studiato finora (funzione lineare, funzione potenza $f(x) = a(x - p)^n + q$, $n \in \mathbb{N}$, funzione quadratica) sono casi particolari di funzioni polinomiali.	Vengono introdotti esempi di polinomi come ampliamenti o generalizzazioni di funzioni note (lineare, potenza, quadratica). La rappresentazione algebrica dei polinomi è supportata da esempi reali tratti dalla disciplina, dalle altre materie o dal quotidiano.
L'allievo conosce e applica le proprietà dei polinomi.	L'allievo conosce le proprietà dei polinomi: la continuità dei polinomi, la proprietà degli zeri dei polinomi, gli intervalli su cui il polinomio è positivo o negativo, gli intervalli di incremento e decremento del polinomio, gli estremi relativi, gli intervalli di convessità e concavità ed il comportamento dei polinomi per valori grandi e piccoli della variabile. Applica le proprietà suddette per tracciare i grafici e per svolgere altri compiti. Le proprietà dei polinomi vengono identificate e verificate graficamente e, in alcuni casi, anche in modo analitico.	Gli allievi utilizzano una calcolatrice grafica o un programma informatico per tracciare i grafici dei polinomi e studiarne le proprietà. Solo in seguito considerano alcune proprietà anche in modo analitico (ad esempio, le proprietà degli zeri).
L'allievo traccia il grafico di un polinomio.	L'allievo determina gli zeri di un polinomio e il comportamento del polinomio per valori grandi e piccoli della variabile, e traccia qualitativamente il grafico considerando il comportamento intorno agli zeri.	Gli allievi determinano gli zeri dei polinomi di grado piccolo e di quelli riducibili principalmente per scomposizione con l'algoritmo di Horner, mentre per gli zeri dei polinomi di grado elevato utilizzano una calcolatrice grafica o programmi informatici.
L'allievo modella fenomeni reali con i polinomi.	L'allievo descrive un fenomeno con un polinomio. L'allievo confronta diversi modelli (funzione lineare, funzione potenza, funzione quadratica, polinomio di grado superiore) ed è critico nella scelta e nell'uso del modello.	Gli allievi considerano fenomeni reali tratti dalla professione, da altre materie o dal contesto quotidiano, che possono essere modellati in modo adeguato con i polinomi. Utilizzano una calcolatrice grafica e programmi informatici per trovare e costruire un modello.

3.6 Funzioni razionali		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo riconosce l'equazione di una funzione razionale.	L'allievo identifica una funzione razionale come quoziente di due polinomi e ne riconosce l'equazione.	
L'allievo conosce e applica le proprietà delle funzioni razionali.	L'allievo conosce le proprietà delle funzioni razionali, in particolare: la proprietà degli zeri, dei poli e degli eventuali asintoti. Applica tali proprietà per tracciare il grafico della funzione o per stabilire le caratteristiche della funzione. L'allievo individua le proprietà di una funzione razionale dal grafico o, in alcuni casi, analiticamente e ne fornisce la descrizione.	Gli allievi utilizzano una calcolatrice grafica o un programma informatico per tracciare i grafici delle funzioni razionali e studiarne le proprietà. Solo in seguito considerano in modo analitico le proprietà degli zeri, dei poli e dell'asintoto. La trattazione analitica serve a migliorare la comprensione delle proprietà di una funzione razionale, ma non è necessario che l'allievo dimostri tale livello di competenza.
L'allievo traccia il grafico di una funzione razionale.	L'allievo, utilizzando la tecnologia, traccia il grafico di una funzione razionale e lo interpreta.	Gli allievi utilizzano calcolatrici grafiche e programmi informatici per tracciare i grafici.
L'allievo modella fenomeni reali con funzioni razionali.	L'allievo descrive un fenomeno con una funzione razionale. Confronta diversi modelli (funzione lineare, funzione potenza, funzione quadratica, polinomio di grado superiore al secondo, funzione razionale fratta) ed è critico nella scelta e nell'uso del modello.	Gli allievi considerano fenomeni reali tratti dalla professione, da altre materie o da altri contesti, che possono essere modellati in modo adeguato da una funzione razionale. Utilizzano una calcolatrice grafica e programmi informatici per trovare e costruire un modello.

3.7 La funzione esponenziale e l'equazione esponenziale		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo distingue la dipendenza esponenziale da altri tipi di dipendenza funzionale.	L'allievo identifica e comprende la crescita esponenziale sulla base di esempi tratti da vari contesti (dalla professione, dal quotidiano, ...) e dalla descrizione di fenomeni, da una rappresentazione tabellare o da un grafico. Distingue tra funzione	Nella lezione introduttiva, l'insegnante fornisce esempi di crescita esponenziale tratti da ambiti vicini agli interessi degli allievi (musica, biologia, ecc.).

	esponenziale e funzione potenza in base alla notazione, dalla rappresentazione tabellare e dal grafico, e spiega le differenze.	
L'allievo rappresenta la dipendenza esponenziale con un'equazione.	L'allievo rappresenta la legge esponenziale in forma simbolica con l'equazione $f(x) = a^x$.	La relazione può essere data da una descrizione verbale, da una tabella o da un grafico.
L'allievo conosce le proprietà della funzione esponenziale.	L'allievo conosce l'equazione della funzione esponenziale $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$ e il significato della costante a . Conosce l'insieme di definizione della funzione, l'insieme immagine, il valore iniziale e l'asintoto. Conosce il ruolo della base a nel determinare se la funzione è crescente o decrescente. Sa che il grafico di una funzione esponenziale è una curva convessa.	Gli allievi applicano le conoscenze pregresse ed esplorano le proprietà della funzione esponenziale. Utilizzano calcolatrici grafiche o programmi informatici.
L'allievo traccia il grafico di una funzione esponenziale.	L'allievo traccia il grafico della funzione esponenziale $f(x) = ka^{x-p} + q$, $a > 0$, $a \neq 1$. Spiega il grafico finale in base alle traslazioni e dilatazioni del grafico della funzione esponenziale di base.	Gli allievi tracciano il grafico della funzione esponenziale $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$, tenendo conto delle proprietà della funzione esponenziale. Il grafico della funzione esponenziale $f(x) = ka^{x-p} + q$, $a > 0$, $a \neq 1$ può essere tracciato utilizzando la tecnologia.

<p>L'allievo identifica e risolve un'equazione o una disequazione esponenziale.</p>	<p>L'allievo risolve, analiticamente e graficamente l'equazione o la disequazione esponenziale. Comprende il significato della soluzione ottenuta in modo algebrico e grafico, verifica la correttezza della soluzione e interpreta il percorso risolutivo e il significato della soluzione.</p>	<p>Gli allievi collegano la soluzione analitica di equazioni o disequazioni esponenziali con la soluzione grafica. Utilizzano una calcolatrice grafica o programmi informatici per risolvere equazioni o disequazioni, ad esempio:</p> <ul style="list-style-type: none"> • quando imparano a risolvere equazioni o disequazioni con la tecnologia, • quando lo scopo dell'attività è comprendere meglio il significato dell'equazione o della disequazione e della soluzione, • quando risolvono equazioni o disequazioni che derivano da problemi reali, quindi più complesse e impegnative, • quando la soluzione di un'equazione o di una disequazione non è l'attività principale, ma solo una fase di un compito o di un progetto più ampio. <p>Quando lo scopo dell'attività è quello di imparare le procedure per risolvere un'equazione o una disequazione, la tecnologia può essere uno strumento per guidare il procedimento o verificarne il risultato. Ove possibile, la risoluzione di equazioni o disequazioni, senza l'ausilio della tecnologia, venga fatta in un contesto più ampio. Finché gli allievi non conoscono il logaritmo, le equazioni o le disequazioni esponenziali del tipo $a^{f(x)} \geq b$ possono essere risolte solo con l'aiuto tecnologia.</p>
<p>L'allievo modella fenomeni reali con una funzione esponenziale.</p>	<p>L'allievo descrive un fenomeno utilizzando una funzione esponenziale. Confronta diversi modelli (funzione lineare, funzioni potenza, polinomi, funzione esponenziale) ed è critico nella scelta e nell'uso del modello.</p>	<p>Gli allievi esaminano fenomeni reali tratti da vari contesti, dalla professione, da altre materie o dal quotidiano, che possono essere modellati in modo adeguato da una funzione esponenziale. Utilizzano calcolatrici grafiche e programmi informatici per trovare e costruire il modello.</p>

3.8 Logaritmo, funzione logaritmica ed equazione logaritmica		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo distingue la dipendenza logaritmica da altri tipi di dipendenza funzionale.	L'allievo identifica e comprende la crescita logaritmica sulla base di esempi tratti da vari contesti (dalla professione, dal quotidiano, ...) e dalla descrizione di fenomeni, da una rappresentazione tabellare o da un grafico.	L'insegnante fornisce esempi di crescita logaritmica tratti da ambiti vicini agli interessi degli allievi (scala logaritmica, scosse di terremoto, chimica, ecc.)
L'allievo rappresenta una dipendenza logaritmica tramite un'equazione.	L'allievo rappresenta la dipendenza logaritmica delle grandezze in forma simbolica con l'equazione $y = \log_a x$	La dipendenza può essere espressa descrittivamente o per mezzo di una tabella o di un grafico.
L'allievo conosce le proprietà della funzione logaritmica.	L'allievo conosce l'equazione della funzione logaritmica $f(x) = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$, il significato e il ruolo della costante a per determinare se la funzione è crescente o decrescente. Conosce l'insieme di definizione della funzione, l'insieme immagine, lo zero della funzione e l'asintoto. Sa che la funzione logaritmica è l'inversa della funzione esponenziale.	Gli allievi applicano le loro conoscenze sulla funzione esponenziale ed esplorano le proprietà della funzione logaritmica. Utilizzano calcolatrici grafiche o programmi informatici.
L'allievo traccia il grafico della funzione logaritmica.	L'allievo traccia il grafico della funzione logaritmica $f(x) = k \log_a (x - p) + q$. Interpreta il grafico finale tenendo conto delle traslazioni e delle dilatazioni del grafico della funzione di base.	Gli allievi tracciano il grafico di una funzione logaritmica $f(x) = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$ considerando le proprietà della funzione. Il grafico della funzione logaritmica $f(x) = k \log_a (x - p) + q$ può essere tracciato utilizzando la tecnologia.
L'allievo conosce e utilizza la definizione di logaritmo.	L'allievo conosce la definizione e le proprietà del logaritmo. Utilizza la definizione di logaritmo per risolvere equazioni esponenziali della forma $a^x = b$, quando non possono essere risolte elementarmente. Utilizza le regole di calcolo con i logaritmi per semplificare espressioni che coinvolgono i logaritmi.	Gli allievi calcolano alcuni logaritmi a mente, ad esempio $\log_2 \sqrt{2}$, $\ln e^2$, ecc., mentre per gli altri usano una calcolatrice numerica.
L'allievo esprime il logaritmo in una determinata base con il logaritmo in una base a scelta.	L'allievo conosce e utilizza la formula di conversione della base dei logaritmi.	

<p>L'allievo identifica e risolve un'equazione logaritmica o una disequazione logaritmica.</p>	<p>L'allievo risolve con metodo analitico e grafico una semplice equazione o disequazione logaritmica. Comprende il significato della soluzione ottenuta con il metodo analitico e grafico, verifica la correttezza della soluzione, descrive il procedimento risolutivo e il significato della soluzione.</p>	<p>Gli allievi collegano la soluzione analitica di equazioni o disequazioni logaritmiche alla soluzione grafica. Utilizzano una calcolatrice grafica o programmi informatici per risolvere equazioni o disequazioni, ad esempio:</p> <ul style="list-style-type: none"> • quando imparano a risolvere equazioni o disequazioni con la tecnologia, • quando lo scopo dell'attività è comprendere meglio il significato dell'equazione o della disequazione e della soluzione, • quando risolvono equazioni o disequazioni che derivano da problemi reali, quindi più complesse e impegnative, • quando la soluzione di un'equazione o di una disequazione non è l'attività principale, ma solo una fase di un compito o di un progetto più ampio. <p>Quando lo scopo dell'attività è imparare le procedure per risolvere un'equazione o una disequazione, la tecnologia può essere uno strumento per guidare il procedimento o verificare il risultato. Ove possibile, la risoluzione di equazioni o disequazioni senza il ricorso alla tecnologia sia affrontata in un contesto più ampio.</p>
<p>L'allievo modella fenomeni reali con una funzione logaritmica.</p>	<p>L'allievo descrive un fenomeno utilizzando una funzione logaritmica. Confronta diversi modelli (funzione lineare, funzione potenza, funzione esponenziale, funzione logaritmica) ed è critico nella scelta e nell'uso del modello.</p>	<p>Gli allievi esaminano fenomeni reali tratti da vari contesti, dalla professione, da altre materie o dal quotidiano, che possono essere modellati in modo adeguato da una funzione logaritmica. Utilizzano una calcolatrice grafica e programmi informatici per trovare e costruire il modello.</p>

3.9 Funzioni goniometriche (o circolari) (ampliamento)

Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo conosce le definizioni e utilizza le funzioni goniometriche per qualsiasi angolo.	L'allievo conosce le definizioni e utilizza le funzioni goniometriche sulla circonferenza unitaria per angoli qualsiasi, espressi in gradi o radianti.	Gli allievi utilizzano la circonferenza unitaria per visualizzare il valore della singola funzione goniometrica di qualsiasi angolo e viceversa. Dato il valore di una funzione, trovano l'angolo e i valori delle altre funzioni. Utilizzano una calcolatrice numerica e lo strumento "trigonir".
L'allievo conosce e utilizza le relazioni di base tra funzioni goniometriche dello stesso angolo.	L'allievo applica le relazioni fondamentali tra le funzioni goniometriche e le esprime in base ad una funzione goniometrica assegnata.	Gli allievi semplificano le espressioni e dimostrano semplici identità goniometriche applicando le regole di periodicità, le proprietà di parità e disparità e utilizzando i teoremi di addizione nella misura in cui sono rilevanti per la professione.
L'allievo conosce e utilizza la periodicità, la parità o la disparità delle funzioni goniometriche.	Utilizzando la periodicità e la parità o disparità (formule degli angoli associati), l'allievo riduce la funzione goniometrica ad una funzione goniometrica associata al primo quadrante.	
L'allievo conosce e utilizza i teoremi di addizione.	L'allievo conosce e applica i teoremi di addizione per calcolare i valori delle funzioni dell'angolo doppio (formule di duplicazione) e nelle dimostrazioni di alcune uguaglianze.	
L'allievo conosce le proprietà delle funzioni goniometriche.	L'allievo conosce le equazioni delle funzioni goniometriche $f(x) = \sin x, f(x) = \cos x, f(x) = \tan x, f(x) = \cot x$ il loro insieme di definizione e l'insieme immagine. L'allievo indica gli zeri, gli intervalli di incremento e decremento delle funzioni, i massimi e minimi delle funzioni seno e coseno e gli asintoti delle funzioni tangente e cotangente.	Inizialmente gli allievi costruiscono i grafici delle funzioni goniometriche di base punto per punto, senza l'uso della tecnologia. In seguito, utilizzando le loro conoscenze, tracciano qualsiasi grafico delle funzioni goniometriche con una calcolatrice grafica o un programma informatico, e ne studiano le proprietà. Infine descrivono analiticamente le proprietà delle funzioni goniometriche.

<p>L'allievo traccia il grafico della funzione goniometrica.</p>	<p>L'allievo traccia i grafici delle funzioni goniometriche $f(x) = A\sin(\omega(x - \phi)) + y_0$, $f(x) = A\cos(\omega(x - \phi)) + y_0$, $f(x) = \tan x$ e $f(x) = \cot x$ Descrive il grafico finale tenendo conto delle traslazioni e delle dilatazioni applicate.</p>	<p>Gli allievi tracciano i grafici delle funzioni goniometriche $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = \tan x$, $f(x) = \cot x$ considerando le proprietà delle funzioni. I grafici delle funzioni $f(x) = A\sin(\omega(x - \phi)) + y_0$ e $f(x) = A\cos(\omega(x - \phi)) + y_0$ possono essere tracciati con strumenti tecnologici.</p>
<p>L'allievo modella fenomeni reali con le funzioni goniometriche.</p>	<p>L'allievo descrive un fenomeno utilizzando la funzione goniometrica. Confronta diversi modelli (funzione lineare, funzione potenza, funzione esponenziale, polinomi, funzione razionale, funzione logaritmica, funzione goniometrica) ed è critico nella scelta e nell'uso del modello.</p>	<p>Gli allievi esaminano fenomeni reali tratti da vari contesti, dalla professione, da altre materie o dal quotidiano, che possono essere modellati in modo adeguato da una funzione goniometrica. Utilizzano una calcolatrice grafica e programmi informatici per trovare e costruire un modello.</p>

3.10 Funzioni circolari inverse ed equazioni goniometriche (modulo tematico opzionale)		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
<p>L'allievo conosce e utilizza le funzioni circolari inverse (o goniometriche inverse).</p>	<p>L'allievo conosce l'insieme di definizione e l'insieme immagine delle funzioni circolari inverse: $f(x) = \arcsin x$, $f(x) = \arccos x$, $f(x) = \arctan x$, $f(x) = \operatorname{arccot} x$. Utilizza le funzioni circolari inverse per calcolare l'ampiezza dell'angolo in gradi e radianti.</p>	<p>Gli allievi tracciano i grafici delle singole funzioni circolari inverse e ne ricavano le proprietà. Usano la calcolatrice per trovare l'ampiezza dell'angolo.</p>
<p>L'allievo traccia il grafico di una funzione circolare inversa.</p>	<p>L'allievo traccia i grafici delle funzioni circolari inverse. Spiega l'immagine di una funzione circolare in base alle proprietà dei grafici della sua funzione inversa.</p>	<p>Gli allievi tracciano qualche esempio di funzione circolare inversa senza l'ausilio della tecnologia, per comprendere meglio il concetto dell'inversa di una funzione. Utilizzano calcolatrici grafiche o programmi informatici per tracciare ulteriori grafici delle funzioni circolari inverse.</p>

<p>L'allievo identifica e risolve un'equazione o una disequazione goniometrica.</p>	<p>L'allievo risolve una semplice equazione o disequazione goniometrica in modo analitico e grafico. Comprende il significato della soluzione ottenuta con il metodo analitico e grafico, verifica la correttezza della soluzione, interpreta il procedimento e il significato della soluzione stessa.</p>	<p>Gli allievi risolvono un'equazione trigonometrica, ad esempio $\sin(\omega x + \rho) = a$, $-1 \leq a \leq 1$, $\tan 2x = a$, $\sin x = \cos x$, $\cos^2 x = 1 + \sin x$, ... Utilizzano una calcolatrice grafica o programmi informatici per risolvere equazioni o disequazioni, ad esempio:</p> <ul style="list-style-type: none"> • quando imparano a risolvere equazioni o disequazioni con la tecnologia, • quando lo scopo dell'attività è comprendere meglio il significato dell'equazione o della disequazione e della soluzione, • quando risolvono equazioni o disequazioni che derivano da problemi reali, più complesse e impegnative, • quando la soluzione di un'equazione o di una disequazione non è l'attività principale, ma solo una fase di un compito o di un progetto più ampio. <p>Quando lo scopo dell'attività è quello di imparare le procedure per risolvere un'equazione o una disequazione, la tecnologia può essere uno strumento per guidare il procedimento o verificare il risultato. Ove possibile, la risoluzione di equazioni o disequazioni senza la tecnologia venga svolta in un contesto più ampio.</p>
--	--	---

3.11 Calcolo differenziale		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo ripassa le conoscenze sulle funzioni continue.	L'allievo traccia il grafico della funzione. Determina i punti di discontinuità. Individua la continuità o la discontinuità in un punto.	La continuità è definita in modo descrittivo. Gli allievi rivedono le conoscenze sulle funzioni acquisite nel corso della loro formazione e determinano la continuità o la discontinuità in un punto. Gli allievi tracciano i grafici delle funzioni tenendo conto delle loro proprietà e utilizzando anche calcolatrici grafiche e programmi informatici.
L'allievo conosce la definizione di limite di una funzione.	L'allievo apprende i concetti di intorno di un punto, di limite di una funzione nel punto dato. Descrive il limite di una funzione. L'allievo apprende le definizioni di limite e le sa applicare.	Gli allievi ripetono il concetto di intervallo aperto e lo collegano con il concetto di intorno di un punto. Utilizzano il grafico di una funzione per determinare il limite. Possono utilizzare calcolatrici grafiche o programmi informatici.
L'allievo calcola i limiti delle funzioni.	L'allievo calcola semplici limiti di funzioni. Applica le regole di calcolo dei limiti.	Gli allievi ripassano le scomposizioni di espressioni e le utilizzano nel calcolo dei limiti.
L'allievo determina la pendenza di una retta e l'ampiezza dell'angolo tra due rette.	L'allievo conosce e applica la relazione tra la pendenza di una retta ed il suo coefficiente angolare. Determina l'ampiezza dell'angolo di inclinazione della retta e l'ampiezza dell'angolo tra due rette.	Gli allievi esaminano la relazione tra la pendenza di una retta e il suo coefficiente angolare utilizzando una calcolatrice grafica o programmi informatici.
L'allievo conosce la definizione di derivata di una funzione in un punto, comprende e applica il significato geometrico della derivata.	L'allievo scrive il rapporto incrementale e la definizione di derivata di una funzione. Comprende e applica la relazione tra la derivata di una funzione, la pendenza di una funzione (ossia della tangente al suo grafico) e l'incremento della funzione nell'intorno di un punto dato. Calcola il valore numerico della derivata di una funzione in un punto. L'allievo determina l'equazione della retta tangente di una curva in un dato punto e l'ampiezza dell'angolo tra due curve.	Utilizzando una calcolatrice grafica o programmi informatici, gli allievi studiano le relazioni tra la derivata, la pendenza della retta tangente e l'incremento della funzione nel punto dato. Determinano le equazioni delle rette tangenti e le ampiezze degli angoli tra le curve, soprattutto per comprendere meglio le relazioni tra la derivata, la pendenza della retta tangente e la crescita della funzione in un punto dato.

<p>L'allievo calcola le derivate delle funzioni.</p>	<p>L'allievo apprende il concetto di derivata di una funzione. Applica le regole di derivazione di funzioni elementari e composte. Apprende e utilizza le derivate delle funzioni elementari.</p>	<p>Con l'aiuto dell'insegnante, gli allievi ricavano alcune regole di derivazione e le derivate di alcune funzioni elementari. Altre regole di derivazione e derivate di funzioni elementari vengono fornite dall'insegnante o tratte dal libro di testo. Nel calcolo delle derivate, si dà importanza alla comprensione del loro significato. Gli allievi sviluppano l'abilità di calcolare le derivate come strumento necessario per lo studio di funzione. Per determinare le derivate utilizzano anche calcolatrici grafiche o programmi informatici.</p>
<p>L'allievo applica la relazione tra la derivata ed il comportamento locale di una funzione.</p>	<p>L'allievo conosce la relazione tra la derivata prima di una funzione, i punti stazionari della funzione e la crescita o decrescenza della funzione. L'allievo utilizza queste relazioni per determinare i punti stazionari, gli intervalli di crescita/decrescenza di una funzione e per risolvere semplici problemi di massimi e minimi.</p>	<p>Gli allievi risolvono problemi reali di ricerca di massimi e minimi, tratti dalla professione, da altri contesti o dal quotidiano. Utilizzano calcolatrici grafiche e programmi informatici. Risolvendo problemi reali, con la guida dell'insegnante, si rendono conto dell'importanza della derivata in diverse discipline.</p>
<p>L'allievo traccia il grafico della funzione.</p>	<p>L'allievo studia le proprietà della funzione. Determina l'insieme di definizione, l'insieme immagine, gli intervalli in cui la funzione è crescente o decrescente, gli estremi relativi e i punti di flesso orizzontali di una funzione. Traccia il grafico della funzione e lo interpreta.</p>	<p>Gli allievi utilizzano anche calcolatrici grafiche e programmi informatici per esplorare le proprietà di una funzione e tracciarne il grafico.</p>

3.12 Successioni		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo conosce la definizione e le proprietà di una successione.	L'allievo interpreta la successione come funzione definita sull'insieme (sottoinsieme) dei numeri naturali, che assume valori in un altro insieme. Determina le proprietà di una successione e conosce diverse rappresentazioni delle successioni (termine generale, formula ricorsiva, enumerazione di termini, grafico). Distingue tra il grafico di una funzione reale di variabile reale (curve) e il grafico di una successione (grafico a punti).	Gli insegnanti forniscono esempi tratti da diversi contesti (altre discipline, quotidiano...), e preparano attività che introducono gli allievi all'argomento come strumento importante per analizzare diversi fenomeni. Gli allievi interpretano le successioni come esempi particolari di funzioni matematiche. Per la ricerca autonoma e l'analisi utilizzano diverse tecnologie.
L'allievo conosce e utilizza la definizione di successione aritmetica.	L'allievo definisce la successione aritmetica, individua il termine generale, scrive i termini della successione data. Calcola la somma di n termini di una successione aritmetica.	La definizione di successione aritmetica ed il calcolo della somma di n termini di una successione possono essere introdotti tramite esempi desunti dalla storia, dalla professione, ecc.
L'allievo conosce e utilizza la definizione di successione geometrica.	L'allievo comprende la definizione di successione geometrica, le sue proprietà e calcola diverse grandezze (il termine generale, la ragione, la somma di n termini). Coglie l'importanza e l'utilità della successione geometrica nella modellazione di diversi fenomeni (ad esempio in natura: crescita esponenziale, nella matematica finanziaria: calcolo dell'interesse composto).	Gli allievi utilizzano la tecnologia e diversi programmi informatici, compresi quelli della professione, per analizzare e indagare fenomeni in modo autonomo.

Argomento 4: FONDAMENTI DI LOGICA, ELABORAZIONE DEI DATI E BASI DEL CALCOLO DELLE PROBABILITÀ

4.1 Fondamenti di logica		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo conosce le proposizioni logiche e utilizza i connettivi logici tra le proposizioni.	L'allievo identifica le proposizioni logiche, comprende e utilizza i connettivi logici: congiunzione, disgiunzione, implicazione ed equivalenza.	L'insegnante utilizza il linguaggio matematico in modo rilevante, le proposizioni logiche e le connessioni tra di esse in semplici dimostrazioni (ad esempio in geometria, nella teoria dei numeri (divisibilità)).
L'allievo deduce, motiva e dimostra.	L'allievo distingue tra una verifica di singoli casi e una dimostrazione generale. Comprende il percorso che intercorre tra un enunciato matematico e la sua dimostrazione. L'allievo comprende come la risoluzione di un problema dipenda dalle ipotesi formulate. Utilizza correttamente la frase condizionale "Se... allora..." nel ragionamento logico e sa rispondere alle domande "Perché...?" e "E se...? Usa il metodo deduttivo nella dimostrazione di una proposizione. Suddivide la soluzione di un problema (ad esempio geometrico) in sotto problemi e applica il metodo deduttivo per ciascuno di essi. Individua ed enuncia condizioni o vincoli in base ai quali una determinata conclusione è valida. Comprende il concetto di condizioni necessarie e sufficienti.	Gli allievi motivano e dimostrano semplici affermazioni matematiche (non solo riproducendo una dimostrazione) sia in forma orale sia in forma scritta.

4.2 Elaborazione dei dati		
Obiettivi collegati alla Scuola elementare:		
L'alunno svolge indagini empiriche e teoriche. Utilizzando semplici esempi, l'allievo apprende le procedure generali per affrontare tali problemi.		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo ripassa i tipi di rappresentazioni/diagrammi basilari per la rappresentazione dei dati, appresi alla scuola elementare.	L'allievo conosce i tipi fondamentali di rappresentazioni/diagrammi: diagrammi a tabella, a barre, circolari/a torta, a punti, a dispersione e a linee.	
L'allievo rileva i dati.	L'allievo distingue tra dati descrittivi, ordinali e numerici. È in grado di giudicare quali sono i dati idonei per poter rispondere a una determinata domanda, e sceglie un modo adatto per la loro raccolta. Raccoglie dati direttamente (ad esempio attraverso misurazioni, sondaggi) o indirettamente (ad esempio da database online). Registra e organizza i dati in modo appropriato e affidabile. Per farlo utilizza strumenti matematici e tecnologici appropriati. Valuta in modo critico la credibilità e l'affidabilità dei dati e le possibili cause di errori nella raccolta dei dati.	Durante le lezioni di matematica vengono utilizzati, a solo scopo illustrativo, serie molto limitate di dati. È necessario che gli allievi apprendano le conoscenze inerenti la raccolta dei dati nell'ambito di progetti interdisciplinari. L'insegnante di matematica si occupa dell'aspetto matematico nell'acquisizione di tali competenze.

<p>L'allievo rappresenta i dati con un diagramma o una tabella.</p>	<p>L'allievo è in grado di rappresentare i dati mediante un diagramma o in forma di tabella. Sa creare una tabella di frequenze e utilizzarla per la classificazione in base a uno o due criteri, e con un diagramma ad albero anche una classificazione in base a più criteri. Utilizza correttamente i diagrammi a barre, a torta, di posizione e gli istogrammi. Illustra le relazioni tra grandezze utilizzando diagrammi a linee e a dispersione, e rappresenta la dispersione dei dati con la scatola e baffi. Dai diagrammi, l'allievo è in grado di identificare le caratteristiche della variabile in esame (ad esempio, il campo di variazione in un diagramma a posizione), la distribuzione e le misure di centralità (ad esempio, in un diagramma a barre) e il grado di dipendenza tra le grandezze (ad esempio, in un diagramma a dispersione). L'allievo è inoltre abile ad utilizzare i dati tratti da tabelle e diagrammi in contesti complessi e professionali.</p>	<p>L'insegnante di matematica si accerta che le rappresentazioni con tabelle e diagrammi siano studiate sistematicamente. Particolare attenzione va dedicata alle rappresentazioni rilevanti per la matematica e meno frequenti altrove: il diagramma ad albero, il diagramma di dispersione e la scatola e baffi. Gli argomenti possono essere trattati nel contesto di materie professionali o nei progetti interdisciplinari. Nelle lezioni di matematica, gli allievi talvolta affrontano problemi più complessi, in cui i dati riportati nei diagrammi e nelle tabelle sono tratti dal mondo reale.</p> <p>Gli allievi nell'elaborazione dei dati utilizzano calcolatrici numeriche e grafiche e fogli elettronici.</p>
<p>L'allievo riassume i dati.</p>	<p>L'allievo è in grado di riassumere i dati utilizzando tabelle di frequenze e di classificazione. Conosce e comprende il significato delle misure di centralità (moda, mediana, media aritmetica) e delle misure di dispersione (campo di variazione, differenza interquartile, deviazione standard). È in grado di selezionare e determinare una misura di centralità appropriata per un dato insieme di dati ed è in grado di interpretarla. Utilizzando una calcolatrice grafica o un foglio elettronico, è in grado di approssimare la relazione tra due variabili numeriche con una relazione lineare, polinomiale, esponenziale o simile.</p>	<p>L'insegnante di matematica deve assicurarsi che i criteri di centralità e dispersione dei dati siano studiati sistematicamente. Gli argomenti possono essere trattati nel contesto di materie professionali o nei progetti interdisciplinari.</p> <p>Gli allievi lavorano con i dati utilizzando fogli di calcolo, calcolatrici grafiche e fogli elettronici.</p>

<p>L'allievo analizza i dati e li interpreta.</p>	<p>L'allievo è in grado di interpretare i dati analizzati. Dalle tabelle, diagrammi e dai dati riassunti, l'allievo è capace di identificare schemi ricorrenti, regolarità e caratteristiche significative. L'allievo è in grado di formulare le conclusioni in linguaggio matematico e interpretarle in modo critico nel contesto del problema.</p>	
<p>L'allievo elabora un compito basato su dati empirici.</p>	<p>L'allievo è in grado di affrontare, nella sua totalità un compito basato su dati empirici. In tale sfida, l'allievo sa formulare domande appropriate (a cui si può rispondere) e elaborare il piano di attuazione. L'allievo è in grado di raccogliere, registrare, analizzare e presentare i dati, formulare e motivarne le conclusioni e interpretarle in modo critico nel contesto del problema. L'allievo scrive una relazione sull'operato.</p>	<p>Durante le lezioni di matematica vengono proposti semplici esempi illustrativi. Gli allievi svolgono compiti più estesi nell'ambito di progetti interdisciplinari o nelle materie professionali. L'insegnante di matematica si assicura che la tematica relativa all'elaborazione dei dati sia trattata esaustivamente.</p>

4.3 Nozioni base del calcolo delle probabilità		
Obiettivi collegati alla Scuola elementare: L'alunno svolge indagini empiriche e teoriche, acquisendo il concetto di probabilità empirica.		
L'allievo utilizza le basi del calcolo combinatorio.	<p>L'allievo è in grado di rappresentare in modo sistematico, scelte di oggetti appartenenti ad un dato insieme, utilizzando tabelle e diagrammi ad albero. Conosce e sa applicare il teorema fondamentale del calcolo combinatorio. Utilizza diagrammi ad albero o altri diagrammi.</p> <p>Nelle varie scelte, riconosce le permutazioni (in cui tutti gli elementi sono distinti) e le combinazioni (senza ripetizioni). Calcola il numero di combinazioni o permutazioni utilizzando le formule.</p> <p>Nel calcolo delle possibili scelte utilizza la regola fondamentale del calcolo combinatorio (regola del prodotto) e, se necessario, anche la "regola della somma" (ad esempio per le disposizioni senza o con ripetizione).</p>	
L'allievo determina la probabilità di eventi casuali o aleatori.	<p>L'allievo conosce il concetto di prova o esperimento. Comprende il concetto di probabilità empirica, è in grado di misurarla e di interpretarla correttamente.</p> <p>Comprende il concetto di probabilità teorica, è in grado di calcolarla direttamente negli esempi semplici e di interpretare correttamente il risultato.</p> <p>Rappresenta il sistema di eventi elementari di una data prova con un diagramma. Utilizza il diagramma per calcolare la probabilità di eventi composti.</p> <p>Comprende i concetti di incompatibilità e indipendenza di eventi e sa calcolare la probabilità della somma di eventi incompatibili e del prodotto di eventi indipendenti. Applica le conoscenze del calcolo combinatorio nel calcolo della probabilità teorica (matematica).</p>	

V. STANDARD MINIMI DI APPRENDIMENTO

Gli allievi raggiungono gli standard minimi di apprendimento, se sviluppano solamente le competenze di base e non sono autonomi o affidabili nel dimostrarle.

VI. INDICAZIONI DIDATTICHE

Le indicazioni didattiche sono scritte come linee guida, per l'insegnamento della matematica nella Sezione III (Obiettivi guida, competenze chiave, linee guida per lo sviluppo delle competenze chiave) e come indicazioni più concrete nell'ultima colonna delle tabelle della Sezione IV (Obiettivi operativi).

VII. FORME DI VERIFICA E VALUTAZIONE DELL'APPRENDIMENTO

La valutazione delle conoscenze matematiche deve riflettere gli obiettivi globali dell'educazione matematica, la diversità dei metodi di insegnamento e le capacità espressive degli allievi. Pertanto, si deve tener conto della comprensione dei concetti matematici da parte degli allievi, della loro capacità di esprimerli e della loro capacità di eseguire procedure matematiche in gruppo e in modo individuale, in contesti semplici, complessi e professionali. La seguente tabella indica i metodi di valutazione previsti.

Metodi di valutazione	Criteri di valutazione	Nota
Prova scritta	Comprensione e capacità di applicare i concetti matematici di base. Livello di sistematicità raggiunto, generalità e astrattezza nell'affrontare situazioni matematiche. Capacità di risolvere problemi matematici. Capacità di raccogliere, organizzare e analizzare dati. Capacità di interpretare e formulare giudizi critici nell'applicazione della matematica in un contesto professionale. Capacità di utilizzare strumenti matematici nella comunicazione.	
Interrogazione orale	Comprensione e capacità di applicare i concetti matematici di base. Capacità di utilizzare strumenti matematici nella comunicazione.	L'obiettivo è sviluppare il più possibile le capacità degli allievi di esprimere concetti matematici. Se l'allievo ha evidenti difficoltà nella comunicazione orale, gli si offre la possibilità di essere valutato nel modo a lui più congeniale.

Indagine matematica	Capacità di utilizzare strumenti matematici nella comunicazione. Capacità di pianificare e organizzare le procedure di lavoro. Capacità di utilizzare la tecnologia per eseguire operazioni matematiche. Livello di sistematicità, generalità e astrattezza raggiunto nell'affrontare le situazioni matematiche.	L'indagine può essere collegata alle aspirazioni di carriera degli allievi. Il grado di complessità dell'indagine deve essere adattato alle capacità dell'allievo. L'allievo ottiene un buon voto se, in base alle sue conoscenze e capacità matematiche, svolge l'indagine con impegno e responsabilità, dimostrando la capacità di pianificare, applicare le conoscenze matematiche, comunicare e usare correttamente la tecnologia.
Indagine empirica	Capacità di pianificare e organizzare i processi di lavoro. Capacità di utilizzare gli strumenti matematici nella comunicazione. Capacità di utilizzare la tecnologia per eseguire procedure matematiche. Capacità di interpretare e formulare giudizi critici nell'applicazione della matematica in un contesto professionale.	Le indagini devono essere collegate agli interessi professionali o di altro tipo degli allievi. Gli allievi otterranno un buon punteggio se svolgeranno un'indagine con impegno e responsabilità, dimostrando la capacità di pianificare, elaborare i dati, interpretare i risultati, comunicare e usare la tecnologia. L'indagine empirica viene abitualmente svolta in collegamento ad altre materie.
Attività di progetto	Capacità di utilizzare strumenti matematici nella comunicazione. Capacità di utilizzare la tecnologia per eseguire operazioni matematiche. Capacità di interpretare e formulare giudizi critici nell'applicazione della matematica in un contesto professionale. Capacità di pianificare e organizzare i processi di lavoro. Capacità di lavorare in modo collaborativo e come parte di un team.	Il progetto deve essere interdisciplinare e realizzato tramite il lavoro di gruppo.