

ISTRUZIONE TECNICO-PROFESSIONALE (ITP)

CATALOGO DELLA MATERIA

MATEMATICA

206 - 242 ore di lezione

Il catalogo è stato approvato dal Consiglio degli Esperti della Repubblica di Slovenia per l'istruzione generale nella sua 99a riunione del 15 febbraio 2007.

INDICE

I. INTRODUZIONE	3
II. IMPLEMENTAZIONE DELLE COMPETENZE CHIAVE IN MATEMATICA	3
III. OBIETTIVI GUIDA, COMPETENZE CHIAVE, ORIENTAMENTI PER LO SVILUPPO DELLE COMPETENZE CHIAVE	3
3.1 Obiettivi guida.....	3
3.2 Competenze chiave	4
3.3 Linee guida per lo sviluppo e la valutazione delle competenze chiave	5
Approccio.....	5
Sviluppo e valutazione delle competenze chiave.....	6
Differenziazione	9
Collegamento con la professione e con le altre materie.....	9
Tecnologia.....	9
Ruolo dell'insegnante di matematica.....	10
IV. OBIETTIVI OPERATIVI.....	11
Argomento 1: I NUMERI	12
1.1 Conoscenze di base sugli insiemi numerici	12
1.2 Numeri complessi (modulo tematico opzionale)	14
Argomento 2: GEOMETRIA	14
2.1 Concetti di base della geometria nel piano e nello spazio	14
2.2 Trasformazioni nel piano	16
2.3 Figure geometriche.....	17
2.4 Funzioni goniometriche di angoli acuti.....	18
2.5 Solidi geometrici	20

2.6 Curve di secondo ordine (modulo tematico opzionale)	21
2.7 Vettori (modulo tematico opzionale)	22
Argomento 3: FUNZIONI, EQUAZIONI E CALCOLO DIFFERENZIALE.....	23
3.1 Funzione ed equazione	23
3.2 Funzione lineare ed equazione lineare	25
3.3 Funzioni potenza ed equazioni contenenti funzioni potenza	27
3.4 La funzione quadratica e l'equazione quadratica	30
3.5 Polinomi	32
3.6 Funzioni razionali.....	33
3.7 La funzione esponenziale e l'equazione esponenziale	33
3.8 Logaritmo, funzione logaritmica ed equazione logaritmica.....	36
3.9 Funzioni goniometriche (o circolari) (ampliamento)	39
3.10 Funzioni circolari inverse ed equazioni goniometriche (modulo tematico opzionale)	40
3.11 Calcolo differenziale	42
3.12 Successioni.....	44
Argomento 4: FONDAMENTI DI LOGICA, ELABORAZIONE DEI DATI E LE BASI DEL CALCOLO DELLE PROBABILITÀ.....	45
4.1 Fondamenti di logica.....	45
4.2 Elaborazione dei dati.....	46
4.3 Nozioni di base del calcolo delle probabilità	46
V. STANDARD MINIMI DI APPRENDIMENTO	48
VI. INDICAZIONI DIDATTICHE	48
VII. FORME DI VERIFICA E VALUTAZIONE.....	48

I. INTRODUZIONE

La matematica, in quanto, scienza strettamente legata alle altre scienze e a tutti gli ambiti della vita, svolge un ruolo importante nella formazione generale dell'individuo. L'insegnamento della matematica è importante perché introduce e sviluppa negli allievi modi di pensare più complessi (ad esempio, il ragionamento deduttivo), avviandoli allo stesso tempo a concetti e procedure matematiche indispensabili per l'inserimento e l'intraprendenza nella società.

L'insegnamento della matematica nell'istruzione tecnico-professionale tiene conto delle caratteristiche di ciascuna area disciplinare e delle esigenze degli allievi. Allo stesso tempo, considera le competenze e le conoscenze sviluppate dagli allievi nell'istruzione professionale media.

Tutti i campi professionali sono sempre più matematizzati, ma la matematica è sempre meno visibile poiché è nascosta nella tecnologia (programmi informatici, modelli matematici, macchine e prodotti). Pertanto, la padronanza del calcolo e di alcune procedure matematiche è sempre meno importante per lo svolgimento di determinate attività, ma la comprensione dei concetti matematici, la capacità di mettere in relazione le conoscenze matematiche, con situazioni date in un campo professionale e la capacità di risolvere problemi professionali, sono sempre più importanti. Questo fatto costituisce la base per un uso competente degli strumenti tecnologici oggi disponibili, in grado di svolgere gran parte delle operazioni matematiche di base.

Per gli allievi che completano l'istruzione tecnica professionale, sono importanti due cose. Da un lato, le conoscenze matematiche acquisite e le competenze sviluppate dovrebbero fornire loro un orientamento stabile per proseguire le attività nel proprio settore professionale, dall'altro, dovrebbero essere sufficientemente generali da consentire loro di proseguire gli studi. Nell'insegnamento della matematica si deve tenere conto anche delle attitudini degli allievi, delle loro specificità e delle loro capacità. Le attività devono essere organizzate in modo da essere sufficientemente vicine agli allievi, legate alle specificità della loro professione e ad altri campi della vita. Agli studenti viene inoltre insegnato a essere precisi, sistematici, coerenti, ordinati e persistenti nel loro lavoro.

II. IMPLEMENTAZIONE DELLE COMPETENZE CHIAVE IN MATEMATICA

Le competenze chiave sono implementate attraverso quelle della materia Matematica, che derivano dagli obiettivi generali della disciplina e sono esposte nel Capitolo III, Sezione 3.2.

III. OBIETTIVI GUIDA, COMPETENZE CHIAVE, ORIENTAMENTI PER LO SVILUPPO DELLE COMPETENZE CHIAVE

3.1 Obiettivi guida

1. Raggiungere il più alto livello possibile di alfabetizzazione matematica per gli allievi. Per "alfabetizzazione matematica" si intende:
 - a. conoscere, comprendere e utilizzare i concetti inerenti ai numeri e alla geometria, le operazioni e le relazioni;
 - b. comprendere le informazioni presentate in termini matematici (diagrammi, tabelle, formule) e utilizzare la matematica e gli strumenti matematici nella comunicazione;
 - c. possedere la capacità di percepire e spiegare diversi fenomeni e di interpretare la realtà;

- d. essere in grado di risolvere problemi matematici e di applicare in maniera critica i concetti, strumenti tecnologici e modelli matematici in altri campi;
- e. avere un atteggiamento positivo verso la conoscenza, l'apprendimento e l'applicazione della matematica ed essere consapevoli dell'importanza della matematica come valore culturale.

2. Sviluppare e padroneggiare le competenze matematiche, necessarie per l'apprendimento di altre discipline e per svolgere con successo le attività inerenti alla loro futura professione.

3. Sviluppare il pensiero matematico astratto e deduttivo, importante per il proseguimento degli studi.

3.2 Competenze chiave

Gli obiettivi della matematica, nei programmi di ITP si raggiungono attraverso lo sviluppo di alcune competenze chiave, esposte di seguito, assieme alle linee guida di base per il loro raggiungimento.

Competenze	Le lezioni devono includere
<ul style="list-style-type: none"> • Comprensione e capacità di applicare concetti, relazioni e procedure matematiche di base. • Capacità di esplorare e risolvere problemi matematici • Capacità di generalizzare, astrarre e di risolvere problemi a livello generale o astratto. • Capacità di interpretare e formulare giudizi critici nell'applicazione della matematica in ambito professionale e non solo. • Capacità di utilizzare strumenti matematici nella comunicazione • Capacità di utilizzare la tecnologia per eseguire procedure matematiche e per indagare e risolvere problemi matematici • Capacità di raccogliere, organizzare e analizzare i dati • Capacità di pianificare e organizzare i processi di lavoro • Capacità di lavorare in modo collaborativo e come parte di un team • Consapevolezza delle proprie conoscenze e capacità di 	<p>Contenuti:</p> <ul style="list-style-type: none"> • numeri e operazioni, • relazioni tra grandezze (funzioni), • algebra (espressioni con variabili, equazioni), • misurazione, geometria piana e dei solidi e funzioni goniometriche. • Elaborazione dei dati. <p>Utilizzo:</p> <ul style="list-style-type: none"> • utilizzare una calcolatrice numerica, una calcolatrice grafica e programmi informatici per eseguire operazioni matematiche, per indagare e risolvere problemi matematici. <p>Situazioni in cui gli allievi sviluppano:</p> <ul style="list-style-type: none"> • il giudizio di adeguatezza nell'uso di strumenti matematici (modelli) nella professione e in altri campi, • la capacità di interpretare i risultati e di effettuare analisi matematiche in ambito professionale e non, • il giudizio critico nell'applicazione dei calcoli matematici nel contesto professionale e in altri campi, • la conoscenza delle strategie di risoluzione di problemi matematici chiusi e aperti, • la capacità di generalizzare, di pensare in modo astratto e di usare il linguaggio matematico simbolico, • la capacità di pianificare la risoluzione di problemi in un contesto matematico e professionale,

<p>apprendere competenze matematiche in modo autonomo.</p> <ul style="list-style-type: none"> • Accettare e percepire la matematica come valore culturale • Acquisire fiducia nelle proprie capacità matematiche e sviluppare l'autostima. 	<ul style="list-style-type: none"> • la capacità di esplorare i problemi in contesti matematici e non, • perseveranza, sistematicità, accuratezza, senso critico, responsabilità e capacità di inserimento nel mondo delle informazioni in continua evoluzione. <p>Attività e situazioni:</p> <ul style="list-style-type: none"> • in cui gli allievi lavorano in gruppo per risolvere problemi matematici, • in cui gli allievi risolvono problemi matematici nel contesto di situazioni di lavoro e di vita complesse, percepite come rilevanti e interessanti dagli studenti, e in cui possono eccellere.
--	--

3.3 Linee guida per lo sviluppo e la valutazione delle competenze chiave

Approccio

I programmi di ITP utilizzano diversi approcci all'insegnamento, scegliendo quello più appropriato a seconda dell'argomento trattato:

- Un approccio induttivo, che parte da situazioni concrete ben comprese dagli allievi, sulle quali possano ragionare in modo matematico con sicurezza. Si utilizzano anche materiali didattici e, dal livello concreto, si passa poi al livello astratto;
- Un approccio deduttivo che si concentra sulle basi teorico-matematiche, sulla dimostrazione e sulla successiva applicazione;
- Intreccio di approcci induttivi e deduttivi, in cui partendo da situazioni reali e includendo il ragionamento deduttivo, gli studenti possano compiere astrazioni e dimostrare proprietà.

Sviluppo e valutazione delle competenze chiave

Competenze chiave	Sviluppo delle competenze	Valutazione delle competenze
<ul style="list-style-type: none"> • Comprensione e capacità di applicare i concetti matematici di base, le relazioni fra loro e lo svolgimento delle procedure • Capacità di esplorare e risolvere problemi matematici • Capacità di generalizzare e astrarre, di risolvere problemi a livello generale o astratto. 	<p>Nell'insegnamento della matematica, nei programmi tecnico-professionali, vengono sviluppate sia le conoscenze astratte-deduttive attraverso applicazioni successive, sia apprendimenti esperienziali-riflessivi attraverso generalizzazioni e astrazioni successive. Alcuni contenuti e conoscenze matematiche vengono quindi sviluppati in un contesto matematico (se si tralasciano eventuali elementi motivazionali), per poi dimostrarne l'applicazione con esempi realistici semplici e anche più impegnativi.</p> <p>Nella trattazione di nuovi contenuti matematici, si parte da situazioni note e comprensibili agli allievi. La generalizzazione e l'astrazione dei concetti matematici è di solito legata al contesto della situazione trattata.</p> <p>La risoluzione di problemi che gli allievi affrontano comprende sia situazioni puramente matematiche che situazioni legate alle conoscenze specialistiche o a contesti familiari agli allievi.</p> <p>Da evidenziare:</p> <ul style="list-style-type: none"> la comprensione dei concetti matematici semplici e più complessi, la comprensione e lo svolgimento di procedure semplici, il collegamento dei concetti e delle procedure con contesti professionali e non, la conoscenza di strategie comprensibili agli allievi, lo svolgimento di procedure complesse con ausili tecnologici. 	<p>I modi appropriati per valutare le competenze sono:</p> <ul style="list-style-type: none"> • le prove scritte, • l'interrogazione orale o. verifica tramite colloquio, • assegnazione di compiti di ricerca. <p>Nel valutare una competenza, si presta particolare attenzione:</p> <ul style="list-style-type: none"> • alla descrizione del contenuto con l'utilizzo dei concetti matematici appropriati, • al collegamento del contenuto ai concetti matematici (anche più complessi), alle procedure e strategie, • alla scelta e all'applicazione corretta delle procedure • al livello di astrazione adottato dell'allievo, agli elementi di ragionamento deduttivo e alla sistematicità del procedimento, • alla scelta di attuazione di procedure o strategie complesse utilizzando ausili tecnologici, • all'argomentazione della scelta delle procedure, delle strategie di risoluzione del problema e alla correttezza della soluzione.

<ul style="list-style-type: none"> • Capacità di raccogliere, organizzare e analizzare i dati • Capacità di utilizzare strumenti matematici nella comunicazione 	<p>Gli allievi affrontano compiti complessi in cui i dati da esaminare vengono forniti e/o rappresentati in modi diversi (in tabelle, in vari diagrammi, in un testo). Gli allievi affrontano compiti che contengono un numero elevato di dati, compiti con eccedenza e carenza di dati, da individuare autonomamente. Gli allievi affrontano compiti in cui devono raccogliere e organizzare dati provenienti da misurazioni o da fonti secondarie.</p> <p>Queste competenze sono acquisite nell'apprendimento precedente e vengono rafforzate principalmente attraverso compiti appropriati, nell'ambito di indagini durante le lezioni di matematica o nelle attività interdisciplinari.</p>	<p>I modi appropriati per valutare le competenze sono:</p> <ul style="list-style-type: none"> • compiti complessi nelle prove scritte • indagini matematiche ed empiriche (affrontare problemi aperti - dalla raccolta dei dati e la formulazione di domande, alla creazione e presentazione di una relazione), • progetti. <p>Nella valutazione delle competenze si presta particolare attenzione:</p> <ul style="list-style-type: none"> • alla completezza del prodotto, all'idoneità del piano scelto per l'operato, • alle competenze procedurali nelle diverse parti del prodotto, • all'adeguatezza e alla raffinatezza degli approcci utilizzati per raccogliere e analizzare i dati, • alla validità dei risultati, all'esame critico dei dati raccolti e all'interpretazione dei risultati. <p>I modi appropriati per valutare le competenze sono:</p> <ul style="list-style-type: none"> • indagini matematiche ed empiriche • brief di progetto, • prove scritte, • interrogazione orale o verifica tramite colloquio.
---	---	---

<ul style="list-style-type: none"> • Capacità di utilizzare la tecnologia per eseguire procedure matematiche e per indagare e risolvere problemi matematici. 	<p>Si insegna agli allievi come utilizzare diversi strumenti tecnologici in modo significativo. Lo scopo fondamentale dell'utilizzo della tecnologia è quello di fornire un supporto per la soluzione di problemi più complessi e per lo svolgimento di compiti molto impegnativi per gli allievi. La tecnologia non va impiegata per superare le difficoltà relative allo svolgimento di operazioni matematiche di routine (ad esempio, disegnare il grafico di una funzione lineare).</p> <p>La tecnologia va utilizzata, ove necessario, per affrontare problemi più complessi, realistici o concettualmente impegnativi. Agli allievi si propongono situazioni professionali reali in cui si utilizza la tecnologia per risolvere problemi matematici.</p>	
<ul style="list-style-type: none"> • Capacità di interpretare e formulare giudizi critici nell'applicazione della matematica in ambito professionale e non solo. • Capacità di pianificare e organizzare il procedimento del lavoro • Capacità di lavorare in modo collaborativo e come parte di un team • Consapevolezza delle proprie conoscenze e capacità di apprendere competenze matematiche in modo autonomo. • Consapevolezza del valore culturale della matematica • Fiducia nelle proprie capacità matematiche e sviluppo dell'autostima 	<p>Gli allievi incontrano esempi di modellazione più o meno impegnativi, soprattutto quelli legati alla loro professione. In tale attività si mette in risalto l'aspetto matematico del modello, l'utilizzo e il giudizio critico della sua adeguatezza.</p> <p>Gli allievi affrontano problemi più ampi (non necessariamente più complessi) nell'ambito della matematica e di altre materie. La risoluzione dei problemi viene affrontata in gruppo e include la pianificazione del lavoro.</p> <p>Durante le lezioni di matematica, gli allievi si confrontano anche con situazioni rilevanti, interessanti e stimolanti, in cui si rendono conto che la conoscenza della disciplina permette loro di comprendere meglio il mondo e, in questo senso, di migliorare la "qualità" di vita.</p>	<p>I modi appropriati per valutare le competenze includono:</p> <ul style="list-style-type: none"> • risolvere compiti più impegnativi, legati alla professione durante le lezioni di matematica, • elaborare progetti nell'ambito della materia matematica o di altre discipline.

Differenziazione

Nell'insegnamento della matematica, nei programmi tecnico-professionali vengono introdotti due tipi di differenziazione.

1) Scelta dei moduli tematici in base al programma di formazione

Il Catalogo delle conoscenze definisce i moduli tematici OBBLIGATORI e quelli OPZIONALI. I moduli tematici obbligatori vengono trattati in tutti i programmi di istruzione professionale media, mentre i moduli tematici opzionali possono essere scelti dalla scuola, in base alle esigenze del programma di formazione o ad altre circostanze. **Nel curriculum operativo è necessario prevedere ore di lezione aggiuntive per la realizzazione dei moduli tematici opzionali.**

2) Differenziazione delle conoscenze in base alla scelta alla maturità professionale.

Per gli allievi che scelgono la matematica, come una delle materie alla maturità professionale, la scuola deve garantire che le conoscenze acquisite siano approfondite e consolidate, preferibilmente attraverso una differenziazione esterna nell'ultimo anno. **A questi allievi dovrebbero essere assegnate ore aggiuntive di lezioni di matematica.**

Collegamento con la professione e con le altre materie

L'insegnamento della matematica deve tenere conto dei collegamenti con la professione e con altre aree di attività. Questi collegamenti sono molteplici e stratificati:

- Alcuni concetti matematici vengono affrontati in altre materie prima di essere discussi nelle lezioni di matematica. Ciò consente agli allievi di coglierne il senso, per poi comprenderli meglio e più approfonditamente durante le lezioni di matematica.
- Alcuni concetti vengono introdotti per la prima volta nelle lezioni di matematica. In questo caso, studiare lo stesso contenuto in un'altra materia, aiuta a riconoscere l'utilità nelle applicazioni della matematica.
- In alcuni casi, i contenuti matematici vengono trattati contemporaneamente nel corso delle lezioni di matematica ed in quelle inerenti altre discipline (ad esempio nell'elaborazione di progetti).

In tutte le modalità di presentazione dei concetti, ma soprattutto nell'ultimo caso, è essenziale la collaborazione tra l'insegnante di matematica e gli altri insegnanti, basata sui principi del lavoro di squadra.

Tecnologia

La capacità di utilizzare con competenza la tecnologia per risolvere i problemi matematici è importante sia per una affermazione nel settore professionale prescelto, che per il successo nella formazione successiva. Per questo motivo, durante le lezioni di matematica, gli allievi imparano a utilizzare le calcolatrici numeriche e grafiche, nonché programmi informatici. Vengono utilizzati diversi strumenti informatici, ad esempio: programmi di geometria dinamica, programmi di calcolo simbolico, fogli elettronici, programmi di modellazione tridimensionale, programmi per lo studio di contenuti didattici specifici ed altri programmi applicabili nei singoli settori professionali, che facilitano l'apprendimento o l'applicazione della matematica.

L'uso della tecnologia permette di affrontare situazioni più complesse e realistiche e di apprendere strategie matematiche più sofisticate. La capacità di usare la tecnologia è importante anche per ottenere buoni risultati nelle altre materie. La tecnologia viene utilizzata in matematica anche per

supportare gli allievi con più modeste abilità di calcolo o, i cui deficit in determinate conoscenze, potrebbero ostacolarne l'ulteriore formazione.

Ruolo dell'insegnante di matematica

L'insegnante di matematica, nei programmi tecnico-professionali deve far parte "dell'ambiente professionale" della scuola, in quanto deve conoscere bene il settore professionale in cui gli allievi vengono formati. Deve conoscere la tecnologia utilizzata nello svolgimento delle attività, la terminologia, le modalità, le forme e l'organizzazione del lavoro, ecc.; in questo modo sarà in grado di integrare elementi del settore professionale nell'insegnamento della matematica, in modo autentico e credibile. L'insegnante potrà comprendere meglio i suoi allievi, i quali - a loro volta - saranno in grado di apprezzarlo e capire che la matematica costituisce una parte importante della loro professione e della loro vita.

L'insegnante di matematica deve lavorare in team con i docenti di materie professionali e di altre discipline per pianificare e svolgere le lezioni. In qualità di membro del team, approfondisce la propria conoscenza della disciplina e delle altre materie e introduce gli altri insegnanti agli aspetti dell'educazione matematica e alle competenze matematiche, importanti per il successo e la promozione degli allievi nell'istruzione, nel campo professionale e nella vita quotidiana. La pianificazione delle attività e delle lezioni risulta così coerente e significativa, e consente agli studenti di sviluppare le conoscenze e competenze matematiche, in modo appropriato.

Per uno sviluppo efficace delle competenze, è importante che vi sia un rapporto rispettoso ed equo tra i partecipanti al processo di apprendimento, in cui i diritti e le responsabilità dell'insegnante e degli allievi siano chiaramente definiti. Gli allievi dovrebbero avere la possibilità di partecipare alla pianificazione delle attività per le lezioni di matematica e dovrebbero anche essere coinvolti nella preparazione di tali attività (preparazione di materiali o reperimento di materiali didattici). Gli insegnanti di matematica dovrebbero guidare gli allievi verso attività di riflessione e pensiero critico, dando loro la possibilità di fare delle scelte e prendere delle decisioni. Questo approccio, aiuta gli studenti a sviluppare un maggior grado di responsabilità per le proprie decisioni e conoscenze.

IV. OBIETTIVI OPERATIVI

Questo capitolo è suddiviso in quattro argomenti principali, ovvero:

Argomento 1: I NUMERI

Argomento 2: GEOMETRIA

Argomento 3: FUNZIONI, EQUAZIONI E CALCOLO DIFFERENZIALE

Argomento 4: FONDAMENTI DI LOGICA, ELABORAZIONE DEI DATI E NOZIONI DI BASE DEL CALCOLO DELLE PROBABILITÀ.

I singoli argomenti contengono diversi moduli tematici. Alcuni moduli tematici sono obbligatori per tutti i programmi di istruzione tecnico-professionale, mentre altri sono opzionali.

I moduli tematici opzionali sono specificati e vengono affrontati a discrezione della scuola e coerentemente con il programma, in base alle specificità delle diverse discipline. Per l'attuazione dei moduli tematici facoltativi devono essere previste per la materia, ore di lezione aggiuntive.

Poiché le conoscenze matematiche costituiscono un corpo coerente, nei programmi di ITP per l'insegnamento e l'apprendimento della disciplina è fondamentale che le nuove conoscenze si basino su quelle precedenti. È particolarmente importante, collegare le conoscenze matematiche con quelle pregresse degli allievi, al momento del passaggio dall'istruzione media professionale (IMP) all'istruzione tecnico-professionale (ITP). Si tiene conto del fatto che gli allievi abbiano sviluppato, in misura sufficiente, le competenze evolute, elencate nei singoli moduli tematici del catalogo delle conoscenze per l'istruzione media professionale.

I concetti, i contenuti e i simboli matematici, che fanno parte delle conoscenze matematiche di un allievo, all'ingresso nel programma di ITP, sono elencati all'inizio di ciascuno dei moduli tematici che seguono. Questi concetti e contenuti sono stati trattati dagli allievi nel corso della loro istruzione media professionale, ma è ragionevole aspettarsi che alcuni, non li abbiano acquisiti in modo soddisfacente o li abbiano dimenticati. L'insegnante non tratta nuovamente i contenuti che fanno parte delle conoscenze pregresse attese, ma prepara attività appropriate su cui possono lavorare autonomamente a casa e/o a scuola. Gli allievi così, rivedono e completano le conoscenze precedentemente acquisite. L'insegnante individua i concetti non compresi correttamente e aiuta gli allievi a correggerli, così come a colmare le eventuali lacune pregresse.

All'inizio dell'anno scolastico, l'insegnante prepara delle attività appropriate per il lavoro autonomo degli allievi, che consentano loro di ripetere e sistematizzare, in modo efficace, le proprie conoscenze matematiche. All'inizio di un nuovo argomento o di un nuovo modulo tematico, le attività autonome sono progettate per ripassare le conoscenze matematiche di base, rilevanti per l'apprendimento dei nuovi contenuti. L'insegnante individua i concetti non compresi correttamente e aiuta gli allievi a correggerli, così come a colmare le eventuali lacune pregresse.

Argomento 1: I NUMERI

1.1 Conoscenze di base sugli insiemi numerici

Obiettivi legati all'istruzione media professionale (IMP)

L'allievo conosce i numeri naturali, interi, razionali e reali, distingue tra questi gli insiemi numerici e ne comprende la relazione ($N \subset Z \subset Q \subset R$). Rappresenta i numeri in modi diversi (con cifre, a parole, con punti sulla retta numerica). Ordina i numeri sulla retta numerica. Conosce i nomi e le proprietà delle operazioni aritmetiche e calcola i valori di espressioni numeriche. Utilizza la calcolatrice numerica. Dato un numero, determina l'opposto e l'inverso del numero. Esprime una frazione in forma decimale, distingue tra decimali finiti e infiniti periodici e converte numeri decimali in frazioni e viceversa. Conosce la relazione di divisibilità e il teorema fondamentale della divisione.

Conosce il concetto di divisore e multiplo. Determina i divisori, i multipli, il massimo comune divisore e minimo comune multiplo di numeri, utilizzando l'algoritmo di Euclide. Distingue i numeri pari e dispari e conosce i criteri di divisibilità per 2, 5, 3, 9, 10 e 10^n . Conosce le potenze con esponente naturale e le relative regole utilizzandole nei calcoli.

Risolve semplici disequazioni.

Calcola con espressioni contenenti variabili: somma, sottrae, moltiplica i polinomi, calcola il quadrato di un binomio, il prodotto della somma e della differenza di due termini. Mette in evidenza il fattore comune e scompone la differenza dei quadrati. Calcola il valore di un'espressione contenente variabili per i rispettivi valori assegnati alle stesse.

L'allievo conosce il concetto di percentuale. Conosce il concetto di quantità direttamente e inversamente proporzionali. Utilizza il calcolo per deduzione. Calcola con le radici quadrate e cubiche utilizzando una calcolatrice numerica. L'alunno determina il valore assoluto di un numero.

Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo ripassa i concetti di base, le procedure e le operazioni con i numeri (appresi nel corso dell'IMP).	L'allievo utilizza tutte le operazioni di calcolo con i numeri.	L'insegnante crea un piano di attività, per consentire agli allievi di ripassare autonomamente i concetti di base, le procedure e le operazioni con i numeri. L'insegnante individua le conoscenze pregresse degli allievi, colmando le eventuali lacune o aiutandoli a correggere i concetti compresi non correttamente.

<p>L'allievo calcola con espressioni algebriche.</p>	<p>L'allievo calcola il valore di un'espressione algebrica. Semplifica un'espressione algebrica (addiziona, sottrae e moltiplica monomi e polinomi). Calcola il quadrato e il cubo di un binomio e scompone semplici espressioni algebriche. Utilizza le seguenti operazioni: raccogliere il fattore comune, scomporre la differenza dei quadrati, la differenza e la somma dei cubi e scomporre i trinomi quadratici secondo la regola di Viète. Esegue operazioni con semplici frazioni algebriche. Semplifica ed opera con le frazioni doppie.</p>	<p>È necessario verificare e tenere conto delle conoscenze acquisite nel corso dell'IMP. Inizialmente si procede con il consolidamento relativo al calcolo delle espressioni. Gli allievi devono saper calcolare anche con espressioni più complesse (contenenti ad esempio elevamenti al quadrato, al cubo, moltiplicazioni, scomposizioni...). Le esercitazioni possono essere svolte efficacemente in gruppo. Gli allievi dovrebbero saper utilizzare gli applicativi informatici per il calcolo simbolico. L'attenzione va rivolta alla riduzione e all'espansione delle frazioni algebriche.</p>
<p>L'allievo conosce il concetto di intervallo.</p>	<p>L'allievo conosce il concetto di intervallo e rappresenta un intervallo in diversi modi e con diverse notazioni: graficamente sull'asse reale, utilizzando i simboli di disuguaglianza, utilizzando gli insiemi. L'allievo esprime la soluzione di una disequazione con intervalli.</p>	<p>Gli allievi utilizzano diverse notazioni simboliche per gli intervalli.</p>
<p>L'allievo conosce e comprende il concetto di valore assoluto di un numero reale</p>	<p>L'allievo conosce e comprende la definizione di valore assoluto; considera le proprietà del valore assoluto e calcola espressioni contenenti valori assoluti. Risolve semplici equazioni e disequazioni contenenti il valore assoluto. Distingue tra errore assoluto e relativo.</p>	<p>Va sottolineata la rappresentazione "geometrica" del valore assoluto. Vengono risolte esclusivamente espressioni numeriche con valore assoluto e semplici equazioni e disequazioni. Si dà rilievo all'utilizzo dell'errore assoluto e relativo.</p>
<p>L'allievo conosce il concetto di estrazione di radice e calcola radici di indice qualsiasi.</p>	<p>L'allievo calcola radici di indice qualsiasi utilizzando una calcolatrice numerica. Dà una stima del risultato atteso e valuta criticamente la soluzione. Semplifica espressioni numeriche e algebriche che contengono radici di indici qualsiasi.</p>	<p>Gli allievi hanno acquisito la nozione elementare di radice nel corso della SMP, tuttavia, prima di introdurre il concetto di radice di indice qualsiasi, è opportuno ripetere quello di radice quadrata e cubica. L'allievo deve saper calcolare radici di indice superiore con una calcolatrice scientifica.</p>
<p>L'allievo calcola con potenze con esponenti razionali.</p>	<p>L'allievo trasforma la radice in una potenza con esponente razionale e viceversa. Utilizza le potenze con esponente razionale in espressioni numeriche e algebriche.</p>	<p>L'allievo deve saper calcolare potenze con esponente razionale, utilizzando una calcolatrice scientifica.</p>

1.2 Numeri complessi (modulo tematico opzionale)		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo comprende la necessità di introdurre i numeri complessi e sa esprimere un numero complesso.	L'allievo conosce e comprende la notazione $z = a + bi$, rappresenta un numero complesso (con un punto, con un vettore) nel piano complesso. L'allievo rappresenta insiemi di numeri complessi nel piano complesso.	Si evidenzia la necessità dell'utilizzo dei numeri complessi e la loro importanza nella matematica e nelle scienze.
L'allievo utilizza i numeri complessi per il calcolo.	L'allievo somma, sottrae, moltiplica e divide numeri complessi. Determina i valori delle potenze dell'unità immaginaria. Determina il coniugato complesso, il valore assoluto di un numero complesso e rappresenta entrambi nel piano complesso.	Connessione - confronto: calcolo con i binomi, (calcolo con i vettori)
L'allievo utilizza i numeri complessi (per risolvere un'equazione quadratica).	L'allievo risolve un'equazione quadratica a coefficienti reali e discriminante negativo. Scompono espressioni nell'insieme dei numeri complessi.	

Argomento 2: GEOMETRIA

2.1 Concetti di base della geometria nel piano e nello spazio		
<p>Obiettivi correlati all'IMP:</p> <p>L'allievo definisce le relazioni tra punti, rette e piani nello spazio e le rappresenta graficamente. L'allievo comprende la relazione di parallelismo e perpendicolarità di rette e piani. L'allievo è in grado di descrivere la posizione di un punto in un piano e nello spazio, utilizzando i sistemi di coordinate cartesiane e polari.</p> <p>L'allievo utilizza i concetti di: vertice di un angolo, lato di un angolo (semiretta), tipi di angoli (angolo nullo; angolo giro, piatto e retto; angoli acuti e ottusi) e conosce le relazioni tra angoli (angoli adiacenti, angoli opposti al vertice).</p> <p>L'allievo misura le ampiezze degli angoli ed esegue calcoli (in gradi e primi di grado), costruisce gli angoli con riga e compasso ($60^\circ, 30^\circ, 15^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 120^\circ$).</p>		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni

L'allievo ripassa i concetti sugli enti geometrici fondamentali (punti, rette e piani), appresi nel corso precedente. (IMP).		L'insegnante non tratta nuovamente i contenuti che dovrebbero rientrare nelle conoscenze pregresse degli allievi, ma prepara attività appropriate su cui gli studenti possano lavorare autonomamente a casa e/o a scuola; in tal modo ripetono e ampliano le loro conoscenze. L'insegnante aiuta gli allievi a correggere i concetti non compresi in modo corretto e colma le eventuali lacune.
L'allievo conosce gli assiomi di base della geometria.	L'allievo conosce gli assiomi che collegano punti, rette e piani.	Nel definire i concetti geometrici e le relazioni tra di essi, l'insegnante utilizza i diversi linguaggi della disciplina: spiegazioni adeguate, presentazioni di modelli spaziali, costruzioni o immagini e la notazione simbolica.
L'allievo distingue tra assiomi, teoremi e definizioni.	L'allievo sa che i teoremi sono derivati da assiomi e che con le definizioni descrivono ulteriori concetti, ad esempio punti collineari, punti complanari, insiemi convessi di punti.	Gli allievi comprendono gli assiomi. L'allievo comprende che gli assiomi sono gli assunti fondamentali alla base della geometria.
L'allievo utilizza il linguaggio matematico.	L'allievo utilizza il linguaggio matematico e la terminologia specifica per definire concetti, descrivere relazioni, presentare e interpretare in modo logico le dimostrazioni basilari. Presenta e interpreta una dimostrazione di base (ad esempio, i teoremi sulla individuazione di un piano). Distingue tra modelli e concetti.	Gli allievi utilizzano il linguaggio specifico per comunicare con e sulla matematica. Le forme di attività appropriate, includono esercitazioni individuali, presentazioni, lavori di gruppo e lavori di progetto.
L'allievo ripete la sua conoscenza sugli angoli.	L'allievo dimostra l'acquisizione delle conoscenze attraverso verifiche scritte e orali.	Gli allievi ripetono in modo autonomo i concetti di base sugli angoli, ad esempio realizzando un poster, scrivendo un estratto, una tesina, preparando una presentazione con lucidi digitali... L'insegnante accerta e, se necessario, interviene sulle lacune pregresse.
L'allievo conosce i tipi di angoli e le relazioni tra di essi.	L'allievo calcola gli angoli complementari e supplementari di un angolo assegnato. Riconosce e applica le relazioni tra angoli con lati paralleli e angoli con lati perpendicolari.	

<p>L'allievo conosce le unità di misura angolari ed esegue calcoli.</p>	<p>L'allievo approfondisce le proprie conoscenze sulle unità di misura degli angoli: calcola anche con i secondi di grado, conosce il radiante e sa convertire i gradi in radianti e viceversa. Utilizza con sicurezza una calcolatrice scientifica. Converte a mente i gradi in radianti e viceversa per alcuni angoli (es. 60°, 30°, 45°, 90°, 120° ...)</p> <p>Calcola con sicurezza le ampiezze degli angoli. Distingue tra angoli orientati in senso positivo e negativo.</p>	<p>Gli allievi imparano a utilizzare una calcolatrice per convertire le unità di misura degli angoli: dal sistema numerico decimale a quello sessagesimale e viceversa, e da gradi a radianti e viceversa.</p>
<p>L'allievo costruisce gli angoli con squadretta e compasso.</p>	<p>L'allievo costruisce angoli fino all'angolo giro con un goniometro o un compasso, a seconda della disciplina o della professione. L'allievo conosce il concetto di simmetria e costruisce l'asse di simmetria di un segmento e la bisettrice di un angolo, anche utilizzando un software di geometria dinamica.</p>	<p>Solo le costruzioni geometriche più semplici (angoli, asse di simmetria di un segmento, bisettrice di un angolo) vengono eseguite con strumenti geometrici e nella misura rilevante per la disciplina.</p>

<p>2.2 Trasformazioni nel piano</p>		
<p>Obiettivi correlati all' IMP: L'allievo costruisce l'asse di simmetria di un segmento, la bisettrice di un angolo, conosce e applica il concetto di luogo geometrico. L'allievo conosce e applica il concetto di spostamento rigido (traslazione), la rotazione, le simmetrie e le similitudini (dilatazione). L'allievo applica il Teorema di Talete per suddividere un segmento in parti congruenti.</p>		
<p>Obiettivi operativi</p>	<p>Descrizione degli obiettivi</p>	<p>Esempi di attività in classe e indicazioni</p>
<p>L'allievo ripete le trasformazioni di base dei punti nel piano</p>		<p>I concetti di base non vengono nuovamente trattati. Gli allievi procedono al ripasso autonomamente, ad esempio verificando le proprietà di una figura geometrica (studiando le simmetrie, l'omotetia, ecc.). L'insegnante accerta e, se necessario, colma le lacune pregresse.</p>

<p>L'allievo comprende e applica i concetti di congruenza e di similitudine.</p>	<p>L'allievo conosce il concetto di rapporto e il concetto di proporzione di segmenti. L'allievo utilizza strategie appropriate e sa effettuare collegamenti tra i contenuti della geometria piana (ad es. creare uno schizzo, intravedere una situazione geometrica, analizzare le relazioni, suddividere un poligono in triangoli, collegare le figure geometriche e il sistema di coordinate).</p>	<p>Il software di geometria dinamica viene utilizzato dagli allievi principalmente per ricerche autonome.</p> <p>Ove opportuno, la geometria piana viene trattata analiticamente introducendo un sistema di coordinate, ad esempio per individuare la posizione di un punto o nella trattazione delle trasformazioni geometriche.</p>
---	---	---

<h3>2.3 Figure geometriche</h3>		
<p>Obiettivi correlati all'IMP:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Cerchio e parti del cerchio: l'allievo conosce e costruisce il cerchio (circonferenza), la corda, l'arco di circonferenza, il settore circolare e il segmento circolare. L'allievo è in grado di studiare le posizioni reciproche di una retta e una circonferenza, nonché di due circonferenze. - Triangolo: l'allievo conosce la somma degli angoli interni ed esterni, la disuguaglianza triangolare, la classificazione dei triangoli in base ai lati e agli angoli, le altezze di un triangolo, le mediane e il baricentro. Utilizza la similitudine e la congruenza di triangoli per risolvere problemi di costruzione e di calcolo sui triangoli. - Quadrilateri: l'allievo conosce il rettangolo, il quadrato, il parallelogramma, il rombo, il trapezio, il trapezio isoscele. Applica le proprietà dei quadrilateri (relazioni tra lati, angoli, diagonali) nei compiti di costruzione e calcolo. - Poligono regolare: l'allievo conosce le proprietà dei poligoni regolari e li distingue in base al numero di lati o di angoli. - L'allievo utilizza le formule per il calcolo del perimetro e dell'area delle figure geometriche. L'allievo conosce ed utilizza il teorema di Pitagora. - L'allievo sa eseguire trasformazioni tra le unità di misura (lunghezza, area, volume, tempo, massa, temperatura). 		

Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
<p>L'allievo ripassa le definizioni delle figure geometriche e le loro proprietà.</p>	<p>L'allievo applica le relazioni tra gli angoli interni ed esterni di un triangolo e le relazioni tra i lati e gli angoli di un triangolo.</p>	<p>Gli allievi ripassano in modo autonomo i concetti di base riguardanti le figure geometriche, ad esempio realizzano modelli, creano un poster, scrivono un riassunto, una tesina, preparano una presentazione digitale...</p> <p>L'insegnante accerta e, se necessario, interviene per colmare le lacune pregresse.</p>

L'allievo conosce il Teorema sulla relazione tra l'angolo alla circonferenza e l'angolo al centro.	L'allievo conosce e applica la relazione tra l'angolo alla circonferenza e l'angolo al centro che insistono sullo stesso arco (compreso il teorema di Talete sugli angoli nel semicerchio) nelle costruzioni e in altri problemi geometrici. Costruisce le rette tangenti alla circonferenza condotte da un punto esterno al cerchio.	Solo le costruzioni geometriche più semplici vengono realizzate con strumenti per il disegno geometrico e nella misura rilevante per la professione.
L'allievo distingue i triangoli congruenti e i triangoli simili.	L'allievo conosce l'assioma e i teoremi di congruenza dei triangoli. Conosce anche la definizione e i teoremi di similitudine dei triangoli.	L'insegnante introduce e applica concetti, relazioni e proprietà nella risoluzione di problemi legati alla professione e a contesti concreti.
L'allievo costruisce triangoli, quadrilateri e poligoni regolari.	L'allievo esegue costruzioni di base con strumenti per il disegno geometrico e descrive il procedimento che ha adottato.	Gli allievi studiano e classificano autonomamente i triangoli in base alle relazioni tra lati e angoli, utilizzando diversi criteri (ad esempio, in base alla disuguaglianza triangolare, alle ampiezze degli angoli, alle lunghezze dei lati). Gli allievi verificano le proprietà di una data figura geometrica (ad esempio, individuano quali tra i punti notevoli di un triangolo possono trovarsi al di fuori del triangolo stesso).
L'allievo conosce e utilizza i teoremi di base della geometria piana (teorema di Pitagora, primo e secondo teorema di Euclide, teorema di Talete).	L'allievo utilizza i teoremi di base per determinare diverse grandezze di un triangolo, nei problemi di costruzione e nella risoluzione di problemi geometrici più complessi. Svolge e interpreta in modo adeguato la dimostrazione di un teorema noto (ad esempio, il teorema sulla somma degli angoli interni).	Lo studio delle figure geometriche e dei teoremi si basa in parte sul metodo deduttivo e in parte su quello induttivo.

2.4 Funzioni goniometriche di angoli acuti

Obiettivi correlati all'IMP:

L'allievo determina i valori delle funzioni goniometriche di un angolo utilizzando, una calcolatrice scientifica, e rappresenta i valori delle funzioni goniometriche di un angolo qualunque sulla circonferenza goniometrica.

Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
---------------------	-----------------------------	--

<p>L'allievo ripassa le proprie conoscenze sulle funzioni goniometriche.</p>		<p>Gli allievi rivedono in modo autonomo i concetti di base e le relazioni tra le funzioni goniometriche, ad esempio creando un poster, scrivendo un riassunto, una tesina, preparando una presentazione digitale ... Gli allievi consolidano la loro abilità nell'uso della calcolatrice per determinare i valori delle funzioni goniometriche. L'insegnante accerta e, se necessario, interviene per colmare le lacune pregresse.</p>
<p>L'allievo determina i valori delle funzioni goniometriche per angoli espressi in varie unità di misura.</p>	<p>L'allievo determina i valori delle funzioni goniometriche per angoli espressi in gradi (primi, secondi) o radianti. L'allievo utilizza i valori esatti delle funzioni goniometriche per gli angoli di 60, 30, 45, 90, 0 gradi. Utilizza le relazioni tra le funzioni goniometriche di angoli complementari. Utilizza la calcolatrice scientifica e lo strumento "trigonir".</p>	<p>L'insegnante utilizza diverse tecnologie per la descrizione della circonferenza goniometrica. Si insiste sulla comprensione della relazione tra l'ampiezza dell'angolo e i valori delle funzioni goniometriche, nonché sul segno che le funzioni assumono sui singoli quadranti. Gli allievi indagano ed esplorano in modo autonomo. Utilizzano anche software di geometria dinamica, funzionali alle applicazioni della disciplina</p>
<p>L'allievo conosce e utilizza il teorema del seno e del coseno.</p>	<p>L'allievo utilizza i teoremi del seno e del coseno per calcolare le misure dei lati e degli angoli di un triangolo. Percepisce l'importanza dei teoremi quali strumenti fondamentali per la risoluzione di un triangolo qualunque e quindi di qualsiasi poligono. Utilizza una calcolatrice scientifica.</p>	<p>Gli allievi si esercitano nella risoluzione di triangoli qualsiasi, in compiti e problemi tratti dalla realtà.</p>
<p>L'allievo calcola il raggio del cerchio inscritto e circoscritto ad un triangolo.</p>	<p>L'allievo applica le formule per calcolare il raggio del cerchio inscritto e circoscritto ad un triangolo. Utilizza una calcolatrice scientifica.</p>	<p>L'insegnante fornisce esempi tratti da vari contesti (ad esempio, quotidiano, professionale, ...).</p>

<p>L'allievo calcola le lunghezze dei segmenti, i perimetri e le aree delle figure geometriche.</p>	<p>L'allievo calcola il perimetro e l'area di triangoli qualsiasi e di altre figure geometriche utilizzando formule già note, la formula di Erone e formule che includono funzioni goniometriche. Utilizza la notazione per l'area delle figure (S) e risolve anche problemi indiretti per trovare diversi elementi nelle figure (ad es. l'altezza, la diagonale, ecc.). Calcola le lunghezze dei lati utilizzando le proporzioni. Nell'eseguire i calcoli, l'alunno valuta criticamente i valori ottenuti e presta attenzione alle unità di misura. Utilizza una calcolatrice scientifica.</p>	<p>L'attenzione va rivolta alla risoluzione di triangoli qualsiasi, all'utilizzo dei teoremi del seno e del coseno e della formula di Erone.</p>
<p>L'allievo risolve problemi di geometria piana più complessi.</p>	<p>L'allievo utilizza strategie appropriate e collega i contenuti della geometria piana (ad esempio, fa un disegno, visualizza ed esamina relazioni, scompone una figura geometrica in parti fondamentali - triangoli, utilizza un sistema di coordinate nello studio delle figure geometriche).</p>	<p>Gli allievi svolgono indagini e ricerche in modo autonomo, utilizzando anche software di geometria dinamica.</p>

<p>2.5 Solidi geometrici</p>		
<p>Obiettivi correlati all'IMP: L'allievo descrive e schematizza un prisma retto, un cilindro retto, una piramide retta, un cono retto e una sfera. Calcola le misure di altezze, diagonali, angoli, aree delle superfici e volumi di solidi geometrici. Produce sviluppi piani dei solidi, anche di quelli più complessi.</p>		
<p>Obiettivi operativi</p>	<p>Descrizione degli obiettivi</p>	<p>Esempi di attività in classe e indicazioni</p>
<p>L'allievo ripassa i concetti di base sui solidi geometrici.</p>		<p>Gli allievi ripassano autonomamente i concetti di base sui solidi, ad esempio realizzando modelli di solidi e dei loro sviluppi, creando un poster, scrivendo un riassunto, una tesina, preparando una presentazione digitale... L'insegnante accerta e, se necessario, colma le lacune pregresse.</p>

Prisma e cilindro	L'allievo definisce il prisma come solido la cui faccia di base è un poligono qualsiasi. Risolve problemi complessi utilizzando una calcolatrice scientifica. Nell'eseguire i calcoli, l'alunno stima i risultati ottenuti valutandoli criticamente; presta attenzione alle unità di misura.	Gli allievi realizzano modelli di solidi, esplorano e risolvono problemi con il software di geometria dinamica; individuano modelli di solidi in contesti reali e calcolano le diverse grandezze ad essi collegate.
Piramide e cono	L'allievo definisce la piramide come solido la cui faccia di base è un poligono qualsiasi. Risolve problemi complessi utilizzando una calcolatrice. Nell'eseguire i calcoli, l'allievo stima e valuta criticamente i risultati ottenuti e presta attenzione alle unità di misura.	Gli allievi realizzano modelli di solidi, indagano e risolvono i problemi con il software di geometria dinamica; individuano modelli di solidi in contesti reali e calcolano le diverse grandezze ad essi collegate.
Solidi di rotazione e sfera	L'allievo definisce un cilindro, un cono e una sfera come solidi di rotazione. Determina l'asse di rotazione e analizza il solido di rotazione ottenuto in base alla scelta dell'asse.	Gli allievi svolgono indagini e ricerche in modo autonomo, utilizzando anche un software di geometria dinamica.
L'allievo risolve problemi di geometria solida più complessi.	L'allievo adotta strategie appropriate e collega i contenuti della geometria solida (ad esempio fa il disegno, visualizza ed esamina relazioni, integra i concetti della geometria piana e della geometria solida).	Gli allievi svolgono indagini e ricerche in modo autonomo, utilizzando anche un software di geometria dinamica.

2.6 Curve di secondo ordine (modulo tematico opzionale)

Obiettivi correlati all'IMT:

Concetti geometrici di base: punto, retta, segmento, circonferenza (come luogo geometrico di punti), asse di simmetria, simmetria centrale e assiale.

Sistema di coordinate, funzione lineare e quadratica.

Equazioni e sistemi di equazioni

Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo conosce le curve ottenute dall'intersezione di un cono a due falde con un piano.	L'allievo individua le curve risultanti dall'intersezione di un cono a due falde con un piano: circonferenza, ellisse, iperbole, parabola. Utilizza le conoscenze acquisite nelle	L'insegnante aiuta a collegare il background matematico degli allievi con le conoscenze pregresse, specifiche della loro formazione.

	materie tecniche, ad esempio disegno tecnico, misurazioni.	Utilizza le possibilità offerte dalla professione, come esempi di attività, prodotti, programmi informatici e altre tecnologie.
L'allievo descrive la circonferenza nel piano cartesiano.	L'allievo scrive l'equazione della circonferenza centrata nell'origine e nella posizione traslata con centro $C(p, q)$. Analizza le posizioni reciproche di una circonferenza e di una retta e di due circonferenze. Calcola le distanze e le coordinate dei punti di intersezione.	Gli allievi indagano ed esplorano in modo autonomo. Utilizzano calcolatrici grafiche, software di calcolo simbolico, software di geometria dinamica e programmi professionali.
L'allievo descrive l'ellisse, l'iperbole, la parabola nel piano cartesiano.	L'allievo utilizza l'equazione dell'ellisse e dell'iperbole con centro nell'origine e di una parabola con vertice nell'origine del sistema di coordinate. A seconda delle esigenze della disciplina, utilizza anche le equazioni delle curve traslate da un vettore $v = (p, q)$. Analizza le posizioni reciproche di curve e rette nel sistema di coordinate. Utilizza programmi informatici adeguati.	Gli allievi indagano ed esplorano in modo autonomo. Utilizzano anche <i>software</i> adeguati, ad esempio programmi di geometria dinamica e programmi professionali.

2.7 Vettori (modulo tematico opzionale)		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo conosce e utilizza la rappresentazione grafica dei vettori.	L'allievo rappresenta graficamente un vettore con un segmento orientato. Traccia un vettore nel sistema di coordinate $\vec{a} = (a_1, a_2)$. Assegna le coordinate del raggio vettore corrispondente ad un punto nel sistema di coordinate.	Gli allievi confrontano la rappresentazione dei vettori nel sistema di coordinate con la rappresentazione dei numeri complessi nel piano complesso.
L'allievo somma e sottrae i vettori. Moltiplica un vettore per uno scalare.	L'allievo somma e sottrae vettori in modo grafico e algebrico Moltiplica un vettore per uno scalare, algebricamente e graficamente. Applica le proprietà della somma di	L'insegnante utilizza diverse tecnologie per rappresentare i vettori (ad esempio software di geometria dinamica).

	vettori e del prodotto del vettore per uno scalare per semplificare espressioni.	
L'allievo conosce e utilizza i concetti di combinazione lineare di vettori, collinearità, complanarità, base.	L'allievo conosce e utilizza il concetto di combinazione lineare di vettori. Conosce e utilizza i concetti di collinearità e complanarità. Esprime graficamente e tramite calcolo per componenti un dato vettore come combinazione lineare di due vettori non collinari (scomposizione di vettori).	L'allievo risolve problemi di livello elementare. L'insegnante collega l'argomento con la scomposizione di forze in fisica.
L'allievo calcola il prodotto scalare di vettori.	L'allievo calcola il prodotto scalare di due vettori. Conosce e applica le proprietà del prodotto scalare. Calcola la lunghezza del vettore. Calcola l'ampiezza dell'angolo tra due vettori. Accerta se due vettori sono paralleli o perpendicolari.	L'insegnante dovrebbe evidenziare i collegamenti interdisciplinari (ad esempio, sono vettori le grandezze fisiche: velocità, accelerazione, forza) e l'importanza dei vettori nella disciplina.

Argomento 3: FUNZIONI, EQUAZIONI E CALCOLO DIFFERENZIALE

3.1 Funzione ed equazione		
Obiettivi correlati all'IMP: L'allievo utilizza il sistema di coordinate cartesiane nel piano e lo descrive. L'allievo identifica la dipendenza di una grandezza da un'altra e la rappresenta con una tabella e un grafico; prevede in modo critico le variazioni di una grandezza in dipendenza da un'altra. L'allievo ha un'esperienza di base con la modellizzazione e l'uso di modelli.		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo ripassa i concetti di base del sistema di coordinate, della dipendenza fra grandezze, delle funzioni e delle equazioni (dall'IMP).		Il docente non ripete i contenuti che rientrano nelle conoscenze pregresse degli allievi, ma assegna loro attività appropriate da svolgersi autonomamente a casa e/o a scuola. Gli allievi rivedono e ampliano le loro conoscenze pregresse. L'insegnante individua i concetti appresi in maniera sbagliata e aiuta gli allievi a correggerli.

<p>L'allievo completa la conoscenza del sistema di coordinate.</p>	<p>L'allievo utilizza il sistema di coordinate cartesiane per rappresentare la posizione di insiemi di punti nel piano. Conosce il concetto di distanza tra due punti e le sue proprietà. Determina le distanze tra punti.</p>	
<p>L'allievo conosce la definizione di funzione.</p>	<p>L'allievo conosce la definizione generale di funzione e la definizione di funzione reale di variabile reale. L'allievo utilizza diversi modi per rappresentare una funzione: tramite l'equazione (regola della funzione), una tabella e il grafico.</p>	<p>Vengono introdotti esempi di funzioni come modelli di fenomeni tratti da vari contesti reali e professionali. Per rappresentare i grafici si utilizzano calcolatrici grafiche e programmi informatici.</p>
<p>L'allievo riconosce le proprietà delle funzioni reali di variabile reale.</p>	<p>L'allievo conosce le proprietà delle funzioni suriettive, iniettive e biiettive. L'allievo scrive l'insieme di definizione (dominio) e l'insieme immagine di una funzione, accerta la continuità di una funzione, determina gli intervalli su cui una funzione è positiva o negativa, determina gli intervalli di incremento e decremento, determina gli estremi relativi di una funzione, stabilisce se la funzione è pari o dispari, determina gli intervalli di convessità e concavità di una funzione, determina la periodicità di una funzione e gli eventuali asintoti.</p>	<p>Questo obiettivo viene perseguito costantemente in tutta l'istruzione tecnica professionale. Prima di esaminare i diversi tipi di funzioni, gli allievi studiano le proprietà delle funzioni, principalmente in base ai loro grafici e in relazione alla comprensione dei fenomeni reali che esse esprimono. Gli allievi utilizzano calcolatrici grafiche e programmi informatici per studiare le proprietà delle funzioni. Le proprietà vengono individuate in modo analitico nello studio di funzione.</p>
<p>L'allievo svolge traslazioni e dilatazioni di funzioni.</p>	<p>L'allievo riconosce il particolare tipo di funzione espressa in forma analitica e identifica la traslazione e/o la dilatazione lungo l'asse delle ascisse o delle ordinate. Con l'ausilio della tecnologia traccia il grafico della funzione e i grafici della stessa funzione traslata o dilatata.</p>	<p>Questo obiettivo viene perseguito costantemente durante tutta l'istruzione tecnica professionale. Prima di esaminare i diversi tipi di funzioni, gli allievi studiano le traslazioni e le dilatazioni utilizzando calcolatrici grafiche e programmi informatici, parallelamente all'analisi dei fenomeni reali che le funzioni rappresentano.</p>

<p>L'allievo risolve equazioni, disequazioni e sistemi di equazioni e disequazioni utilizzando la tecnologia.</p>	<p>L'allievo risolve un'equazione, una disequazione o un sistema di equazioni o disequazioni utilizzando la tecnologia. Coglie il significato di soluzione interpretandolo in modo sia algebrico che grafico, verifica la correttezza della soluzione, comprende il procedimento della risoluzione ed il suo significato.</p>	<p>Questo obiettivo viene perseguito costantemente durante tutto il periodo dell'istruzione tecnico professionale. Prima di considerare particolari tipi di equazioni, disequazioni e sistemi di equazioni o disequazioni, gli allievi giungono alla soluzione principalmente in modo grafico e tramite la comprensione dei fenomeni reali rappresentati. Utilizzano calcolatrici grafiche e programmi informatici. Il metodo analitico di risoluzione è applicato quando si approfondiscono particolari tipi di funzione, equazioni, disequazioni e sistemi di equazioni e disequazioni.</p>
<p>L'allievo crea e utilizza un modello matematico.</p>	<p>L'allievo descrive un fenomeno utilizzando il modello matematico più adeguato. L'allievo è critico nella scelta e nell'applicazione del modello.</p>	<p>Questo obiettivo viene perseguito costantemente durante tutta l'istruzione tecnico professionale. Gli allievi si confrontano con fenomeni reali tratti dalla professione, da altre materie o dalla quotidianità. Utilizzano la calcolatrice grafica e programmi informatici per trovare e creare un modello. La creazione e l'applicazione di modelli matematici ricorre, nella maggior parte dei moduli tematici, in particolare nell'argomento "Funzioni, equazioni e calcolo differenziale". È opportuno includere l'obiettivo nei progetti interdisciplinari in cui è coinvolto l'insegnante di matematica.</p>

3.2 Funzione lineare ed equazione lineare

Obiettivi correlati all'IMP:

L'allievo distingue la dipendenza lineare, da altri tipi di dipendenza e la rappresenta con un'equazione. Conosce le proprietà della funzione lineare, calcola lo zero e, dai coefficienti angolari deduce se due rette sono parallele o perpendicolari. Traccia il grafico di una funzione lineare in vari modi, anche considerando il significato del coefficiente angolare e dell'ordinata all'origine.

L'allievo risolve un'equazione lineare ed è in grado di operare la trasformazione in equazioni equivalenti. Risolve un problema lineare, impostando l'equazione corrispondente, risolvendola e interpretando la soluzione in modo adeguato.

L'allievo modella fenomeni reali tratti da vari contesti (professione, quotidiano...), con una funzione lineare. Sa adottare ed applicare criticamente un modello.

Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
<p>L'allievo ripete le conoscenze su dipendenza lineare, funzione lineare, grafico di una funzione lineare, equazione di una retta espressa in forma implicita ed esplicita.</p>		<p>Il docente non insegna nuovamente i contenuti appartenenti alle conoscenze pregresse degli allievi, ma prepara per loro attività appropriate, che saranno svolte autonomamente a casa e/o a scuola. L'insegnante individua i concetti appresi in modo errato e aiuta gli allievi a correggerli.</p>
<p>L'allievo applica le proprietà della funzione lineare.</p>	<p>L'allievo applica le proprietà della funzione lineare e conosce il significato dei coefficienti. In base ai valori dei coefficienti angolari di due rette, l'allievo deduce se queste sono parallele o perpendicolari. Scrive l'equazione di una funzione lineare.</p>	<p>Gli allievi approfondiscono le conoscenze sulle proprietà della funzione lineare. Utilizzano calcolatrici grafiche o programmi informatici.</p>
<p>L'allievo utilizza le diverse forme di equazioni della retta.</p>	<p>L'allievo distingue tra la notazione di funzione e l'equazione di una retta. Conosce la forma esplicita, implicita e segmentaria della retta e il significato dei coefficienti che vi compaiono. Convertire le equazioni della retta da una forma all'altra.</p>	<p>Gli allievi risolvono esercizi e problemi che richiedono l'utilizzo delle diverse forme dell'equazione della retta.</p>
<p>L'allievo identifica e risolve una disequazione lineare.</p>	<p>L'allievo risolve algebricamente e con l'aiuto della tecnologia, una disequazione lineare. Comprende il significato della soluzione algebrica e grafica, verifica la correttezza della soluzione e interpreta il procedimento risolutivo e il significato della soluzione.</p>	<p>Gli allievi utilizzano una calcolatrice grafica o programmi informatici per risolvere equazioni o disequazioni e sistemi di equazioni o disequazioni:</p>

<p>L'allievo identifica e risolve un sistema di equazioni lineari o un sistema di disequazioni lineari.</p>	<p>L'allievo risolve algebricamente e con l'aiuto della tecnologia un sistema di equazioni lineari o un sistema di disequazioni lineari. Comprende il significato della soluzione algebrica e grafica, verifica la correttezza della soluzione, interpreta il procedimento risolutivo e il significato della soluzione.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • quando imparano a risolvere equazioni o disequazioni con la tecnologia, • quando lo scopo dell'attività è di comprendere meglio il significato dell'equazione o della disequazione e della soluzione, • quando risolvono equazioni o disequazioni che derivano da problemi reali più complessi e impegnativi, • quando la soluzione di un'equazione o di una disequazione non è l'attività principale, ma solo una fase di un compito o di un progetto più ampio. <p>Quando lo scopo dell'attività è imparare le procedure per risolvere un'equazione o una disequazione, la tecnologia può essere uno strumento per guidare il procedimento o verificare il risultato. Ove possibile, in un contesto più ampio, la risoluzione di equazioni, disequazioni o dei sistemi di equazioni può essere svolta senza l'aiuto della tecnologia.</p>
--	---	--

3.3 Funzioni potenza ed equazioni contenenti funzioni potenza		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
<p>L'allievo identifica e distingue la funzione potenza da altri tipi di dipendenza funzionale.</p>	<p>L'allievo identifica la funzione potenza tramite diverse rappresentazioni (formula, tabella, grafico). L'allievo distingue tra la funzione potenza e quella lineare.</p>	<p>Vengono introdotti esempi di funzioni potenza come modelli di fenomeni reali, tratti da vari contesti (dalla professione, da altre discipline, dal quotidiano).</p>
<p>L'allievo rappresenta la funzione potenza con un'equazione.</p>	<p>L'allievo scrive la dipendenza delle grandezze in forma simbolica con l'equazione $f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}$</p>	<p>La notazione simbolica dell'equazione viene introdotta utilizzando esempi di fenomeni reali, tratti da vari contesti (dalla professione, da altre discipline, dal quotidiano).</p>

<p>L'allievo conosce e utilizza le proprietà della funzione potenza.</p>	<p>L'allievo conosce le proprietà delle funzioni potenza e le utilizza per tracciare i grafici e per risolvere altri compiti: la continuità di una funzione potenza, gli intervalli su cui una funzione è positiva o negativa, gli intervalli di incremento e decremento di una funzione, gli estremi relativi di una funzione, le proprietà di parità o disparità di una funzione, gli intervalli di convessità e concavità di una funzione. L'allievo identifica e verifica le proprietà delle funzioni potenza in modo analitico e grafico.</p>	<p>Inizialmente gli allievi, tracciano per punti, e senza ricorrere all'uso della tecnologia, almeno un grafico della funzione potenza di base $f(x) = x^n$. Successivamente, usano una calcolatrice grafica o un programma informatico per tracciare i grafici delle funzioni potenza di base, e studiarne le proprietà. Infine, individuano anche in modo analitico le proprietà delle funzioni potenza.</p>
<p>L'allievo traccia il grafico della funzione potenza.</p>	<p>L'allievo traccia il grafico della funzione potenza $f(x) = a(x - p)^n + q$, tenendo conto delle proprietà della funzione, delle traslazioni e dilatazioni. Descrive il grafico finale considerando le traslazioni e le dilatazioni del grafico della funzione potenza di base $f(x) = x^n$.</p>	<p>Gli allievi utilizzano le conoscenze pregresse sulle traslazioni e dilatazioni di funzioni per esplorare i grafici delle funzioni potenza traslate e dilatate, utilizzando una calcolatrice grafica o un programma informatico. Successivamente tracciano i grafici anche senza ricorrere all'uso della tecnologia.</p>
<p>L'allievo determina la funzione inversa della funzione potenza e traccia il grafico della funzione radice.</p>	<p>L'allievo determina algebricamente e graficamente la funzione inversa della funzione potenza di base. Conosce le proprietà della funzione radice e traccia il suo grafico.</p>	<p>Gli allievi utilizzano anche calcolatrici grafiche e programmi informatici per esplorare le proprietà della funzione radice. Gli allievi utilizzano la tecnologia per tracciare i grafici della funzione radice traslata e dilatata.</p>

<p>L'allievo identifica e risolve un'equazione o una disequazione contenente la funzione potenza.</p>	<p>L'allievo risolve algebricamente e graficamente un'equazione o una disequazione contenente la funzione potenza. Comprende il significato della soluzione ottenuta con il metodo algebrico e grafico, verifica la correttezza della soluzione e interpreta il procedimento della risoluzione e il significato della soluzione.</p>	<p>Gli allievi collegano la soluzione analitica di equazioni o disequazioni contenenti la funzione potenza con la soluzione grafica. Utilizzano una calcolatrice grafica o programmi informatici per risolvere equazioni o disequazioni, come ad esempio:</p> <ul style="list-style-type: none"> • quando imparano a risolvere equazioni o disequazioni con la tecnologia, • quando lo scopo dell'attività è comprendere meglio il significato dell'equazione o della disequazione e della soluzione, • quando si risolvono equazioni o disequazioni che derivano da problemi reali e, quindi, sono più complesse e impegnative, • quando la soluzione di un'equazione o di una disequazione non è l'attività principale, ma solo una fase di un compito o di un progetto più ampio. <p>Quando lo scopo dell'attività è quello di imparare le procedure per risolvere un'equazione o una disequazione, la tecnologia può essere uno strumento per guidare il procedimento o verificare il risultato. Ove possibile, l'attività di risoluzione di equazioni o disequazioni senza l'utilizzo della tecnologia, sia svolta in un contesto più ampio.</p>
<p>L'allievo modella fenomeni reali con le funzioni potenza.</p>	<p>L'allievo descrive un fenomeno con una funzione potenza. Confronta diversi modelli (funzione lineare, funzioni potenza) ed è critico nella scelta e nell'uso del modello.</p>	<p>Gli allievi considerano fenomeni reali tratti da vari contesti (dalla professione, da altre discipline, dal quotidiano), che possono essere modellati in modo adeguato con funzioni potenza. Utilizzano una calcolatrice grafica e programmi informatici per trovare e costruire un modello.</p>

3.4 La funzione quadratica e l'equazione quadratica

Obiettivi correlati all'IMP:

L'allievo conosce le diverse forme di notazione di una funzione quadratica e le sue proprietà. Calcola gli zeri e il vertice. Traccia il grafico per punti o utilizzando la tecnologia. L'allievo risolve algebricamente un'equazione quadratica, tramite tabulazione o con il metodo grafico utilizzando la tecnologia. L'allievo verifica la correttezza della soluzione ed interpreta il procedimento risolutivo ed il significato della soluzione. L'allievo ha un'esperienza di base nel modellare fenomeni reali tratti da vari contesti, con una funzione quadratica. Sa adottare ed applicare criticamente un modello.

Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo ripete le conoscenze della funzione quadratica, delle diverse forme di equazioni e del grafico della funzione quadratica.		Il docente non insegna nuovamente i contenuti precedentemente acquisiti dagli allievi, ma prepara per loro attività appropriate che saranno svolte autonomamente a casa e/o a scuola. L'insegnante individua i concetti appresi in maniera sbagliata e aiuta gli allievi a correggerli.
L'allievo identifica la funzione quadratica.	L'allievo comprende la funzione quadratica come esempio di funzione potenza. Distingue la dipendenza quadratica da altri tipi di dipendenza.	Assieme alla funzione potenza $f(x) = a(x - p)^2 + q$, e al suo grafico, gli allievi apprendono le seguenti definizioni: funzione quadratica, parabola, vertice.
L'allievo applica le proprietà della funzione quadratica.	Utilizza le nuove definizioni: vertice, parabola, forma dell'equazione riferita al vertice, forma generica e forma riferita agli zeri. Utilizza tutte e tre le forme di equazione della funzione quadratica e converte una forma in un'altra. Conosce e utilizza le proprietà degli zeri.	
L'allievo traccia il grafico di una funzione quadratica.	L'allievo trasforma l'equazione della funzione quadratica nelle altre forme appropriate per determinare il vertice e gli zeri della funzione, tracciandone il grafico.	Gli allievi utilizzano calcolatrici grafiche e programmi informatici per tracciare i grafici di funzioni quadratiche più complesse, finché non apprendono metodi generali per il calcolo degli zeri.

<p>L'allievo identifica e risolve un'equazione quadratica o una disequazione quadratica.</p>	<p>L'allievo risolve un'equazione o una disequazione quadratica algebricamente e con l'aiuto della tecnologia. L'allievo comprende il significato della soluzione ottenuta con il metodo algebrico e grafico, verifica la correttezza della soluzione, interpreta il procedimento della risoluzione e il significato della stessa. Associa le soluzioni delle equazioni quadratiche, con gli zeri della funzione quadratica.</p>	<p>Gli allievi utilizzano una calcolatrice grafica o programmi informatici per risolvere equazioni o disequazioni:</p> <ul style="list-style-type: none"> • quando imparano a risolvere equazioni o disequazioni con la tecnologia, • quando lo scopo dell'attività è comprendere meglio il significato di un'equazione, o di una disequazione, e della soluzione, • quando risolvono equazioni o disequazioni che derivano da problemi reali e sono quindi più complesse e impegnative, • quando la soluzione di un'equazione o di una disequazione non è l'attività principale, ma solo una fase di un compito o di un progetto più ampio. <p>Quando lo scopo dell'attività è di imparare le procedure per risolvere un'equazione o una disequazione, la tecnologia può essere uno strumento per guidare il procedimento o verificare il risultato. Ove possibile, l'attività di risoluzione di equazioni o disequazioni senza l'utilizzo della tecnologia, sia svolta in un contesto più ampio.</p>
<p>L'allievo risolve problemi reali e modella fenomeni reali con la funzione quadratica.</p>	<p>L'allievo risolve problemi utilizzando una funzione quadratica e le sue proprietà, oppure un'equazione o una disequazione quadratica. L'allievo descrive un fenomeno utilizzando una funzione quadratica. Confronta diversi modelli (funzione lineare, funzioni potenza, funzione quadratica) ed è critico nella scelta e nell'uso del modello.</p>	<p>Gli allievi considerano fenomeni reali tratti da vari contesti (dalla professione, da altre discipline, dal quotidiano), che possono essere modellati in modo adeguato con una funzione quadratica. Utilizzano una calcolatrice grafica e programmi informatici per trovare e costruire il modello.</p>

3.5 Polinomi		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo identifica l'equazione di un polinomio e mette in relazione il polinomio con le conoscenze delle funzioni lineari, funzioni potenza e delle funzioni quadratiche.	L'allievo interpreta un polinomio come combinazione lineare di funzioni potenza di base (canonica) $f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}$. Sa che i tipi di funzioni che ha studiato finora (funzione lineare, funzione potenza $f(x) = a(x - p)^n + q$, $n \in \mathbb{N}$, funzione quadratica) sono casi particolari di funzioni polinomiali.	Vengono introdotti esempi di polinomi come ampliamenti o generalizzazioni di funzioni note (lineare, potenza, quadratica). La rappresentazione algebrica dei polinomi è supportata da esempi reali tratti dalla disciplina, dalle altre materie o dal quotidiano.
L'allievo conosce e applica le proprietà dei polinomi.	L'allievo conosce le proprietà dei polinomi: la continuità dei polinomi, la proprietà degli zeri dei polinomi, gli intervalli su cui il polinomio è positivo o negativo, gli intervalli di incremento e decremento del polinomio, gli estremi relativi, gli intervalli di convessità e concavità ed il comportamento dei polinomi per valori grandi e piccoli della variabile. Applica le proprietà suddette per tracciare i grafici e per svolgere altri compiti. Le proprietà dei polinomi vengono identificate e verificate graficamente e, in alcuni casi, anche in modo analitico.	Gli allievi utilizzano una calcolatrice grafica o un programma informatico per tracciare i grafici dei polinomi e studiarne le proprietà. Solo in seguito considerano alcune proprietà anche in modo analitico (ad esempio, le proprietà degli zeri).
L'allievo traccia il grafico di un polinomio.	L'allievo determina gli zeri di un polinomio e il comportamento del polinomio per valori grandi e piccoli della variabile, e traccia qualitativamente il grafico considerando il comportamento intorno agli zeri.	Gli allievi determinano gli zeri dei polinomi di grado piccolo e di quelli riducibili principalmente per scomposizione e con l'algoritmo di Horner, mentre per gli zeri dei polinomi di grado elevato utilizzano una calcolatrice grafica o programmi informatici.
L'allievo modella fenomeni reali con i polinomi.	L'allievo descrive un fenomeno con un polinomio. L'allievo confronta diversi modelli (funzione lineare, funzione potenza, funzione quadratica, polinomio di grado superiore) ed è critico nella scelta e nell'uso del modello.	Gli allievi considerano fenomeni reali tratti dalla professione, da altre materie o dal contesto quotidiano, che possono essere modellati in modo adeguato con i polinomi. Utilizzano una calcolatrice grafica e programmi informatici per trovare e costruire un modello.

3.6 Funzioni razionali		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo riconosce l'equazione di una funzione razionale.	L'allievo identifica una funzione razionale come quoziente di due polinomi e ne riconosce l'equazione.	
L'allievo conosce e applica le proprietà delle funzioni razionali.	L'allievo conosce le proprietà delle funzioni razionali, in particolare: la proprietà degli zeri, dei poli e degli eventuali asintoti. Applica tali proprietà per tracciare il grafico della funzione o per stabilire le caratteristiche della funzione. L'allievo individua le proprietà di una funzione razionale dal grafico o, in alcuni casi, analiticamente e ne fornisce la descrizione.	Gli allievi utilizzano una calcolatrice grafica o un programma informatico per tracciare i grafici delle funzioni razionali e studiarne le proprietà. Solo in seguito considerano in modo analitico le proprietà degli zeri, dei poli e dell'asintoto. La trattazione analitica serve a migliorare la comprensione delle proprietà di una funzione razionale, ma non è necessario che l'allievo dimostri tale livello di competenza.
L'allievo traccia il grafico di una funzione razionale.	L'allievo, utilizzando la tecnologia, traccia il grafico di una funzione razionale e lo interpreta.	Gli allievi utilizzano calcolatrici grafiche e programmi informatici per tracciare i grafici.
L'allievo modella fenomeni reali con funzioni razionali.	L'allievo descrive un fenomeno con una funzione razionale. Confronta diversi modelli (funzione lineare, funzione potenza, funzione quadratica, polinomio di grado superiore al secondo, funzione razionale fratta) ed è critico nella scelta e nell'uso del modello	Gli allievi considerano fenomeni reali tratti dalla professione, da altre materie o da altri contesti, che possono essere modellati in modo adeguato da una funzione razionale. Utilizzano una calcolatrice grafica e programmi informatici per trovare e costruire un modello.

3.7 La funzione esponenziale e l'equazione esponenziale		
Obiettivi correlati all'IMP: L'allievo riconosce e comprende la crescita esponenziale dalla sua descrizione, da una tabella e da un grafico. Crea un semplice modello matematico, per rappresentare un fenomeno tratto da un contesto di lavoro o di vita quotidiana e lo descrive utilizzando una funzione esponenziale. Sa adottare ed applicare criticamente un modello.		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni

<p>L'allievo rinnova le conoscenze sulla crescita esponenziale e sulla sua modellizzazione.</p>		<p>Il docente non insegna nuovamente i contenuti precedentemente acquisiti dagli allievi, ma prepara per loro attività appropriate che saranno svolte autonomamente a casa e/o a scuola. L'insegnante individua i concetti appresi in maniera sbagliata e aiuta gli allievi a correggerli.</p>
<p>L'allievo distingue la dipendenza esponenziale da altri tipi di dipendenza funzionale.</p>	<p>Distingue tra funzioni esponenziali e funzioni potenza in base alla notazione, alla tabella e al grafico, spiegandone le differenze.</p>	
<p>L'allievo rappresenta la dipendenza esponenziale tramite equazione.</p>	<p>L'allievo rappresenta la legge esponenziale in forma simbolica con l'equazione $f(x) = a^x$.</p>	<p>La relazione può essere data da una descrizione verbale, da una tabella o da un grafico.</p>
<p>L'allievo conosce le proprietà della funzione esponenziale.</p>	<p>L'allievo conosce l'equazione della funzione esponenziale $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$ e il significato della costante a. Conosce l'insieme di definizione della funzione, l'insieme immagine, il valore iniziale e l'asintoto. Conosce il ruolo della base a nel determinare se la funzione è crescente o decrescente. Sa che il grafico di una funzione esponenziale è una curva convessa.</p>	<p>Gli allievi applicano le conoscenze pregresse ed esplorano le proprietà della funzione esponenziale. Utilizzano calcolatrici grafiche o programmi informatici.</p>
<p>L'allievo traccia il grafico di una funzione esponenziale.</p>	<p>L'allievo traccia il grafico della funzione esponenziale $f(x) = ka^{x-p} + q$, $a > 0$, $a \neq 1$. Spiega il grafico finale in base alle traslazioni e dilatazioni del grafico della funzione esponenziale di base.</p>	<p>Gli allievi tracciano il grafico della funzione esponenziale $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$, tenendo conto delle proprietà della funzione esponenziale. Il grafico della funzione esponenziale $f(x) = ka^{x-p} + q$, $a > 0$, $a \neq 1$ può essere tracciato utilizzando la tecnologia.</p>

<p>L'allievo identifica e risolve un'equazione o una disequazione esponenziale.</p>	<p>L'allievo risolve l'equazione o la disequazione esponenziale analiticamente e graficamente. Comprende il significato della soluzione ottenuta in modo algebrico e grafico, verifica la correttezza della soluzione e interpreta il percorso risolutivo e il significato della soluzione.</p>	<p>Gli allievi collegano la soluzione analitica di equazioni o disequazioni esponenziali, con la soluzione grafica. Utilizzano una calcolatrice grafica o programmi informatici per risolvere equazioni o disequazioni, ad esempio:</p> <ul style="list-style-type: none"> • quando imparano a risolvere equazioni o disequazioni con la tecnologia, • quando lo scopo dell'attività è comprendere meglio il significato dell'equazione o della disequazione e della soluzione, • quando risolvono equazioni o disequazioni che derivano da problemi reali, quindi più complesse e impegnative, • quando la soluzione di un'equazione o di una disequazione non è l'attività principale, ma solo una fase di un compito o di un progetto più ampio. <p>Quando lo scopo dell'attività è imparare le procedure per risolvere un'equazione o una disequazione, la tecnologia può essere uno strumento per guidare il procedimento o verificare il risultato. Ove possibile, la risoluzione di equazioni o disequazioni senza l'ausilio della tecnologia, sia fatta in un contesto più ampio. Finché gli allievi non conoscono il logaritmo, le equazioni o le disequazioni esponenziali del tipo $a^{f(x)} \geq b$ possono essere risolte solo con la tecnologia.</p>
<p>L'allievo modella fenomeni reali con una funzione esponenziale.</p>	<p>L'allievo descrive un fenomeno utilizzando una funzione esponenziale. Confronta diversi modelli (funzione lineare, funzioni potenza, polinomi, funzione esponenziale) ed è critico nella scelta e nell'uso del modello.</p>	<p>Gli allievi esaminano fenomeni reali tratti da vari contesti, dalla professione, da altre materie o dal quotidiano, che possono essere modellati in modo adeguato da una funzione esponenziale. Utilizzano calcolatrici grafiche e programmi informatici per trovare e costruire il modello.</p>

3.8 Logaritmo, funzione logaritmica ed equazione logaritmica

Obiettivi correlati all'IMP:

L'allievo riconosce e comprende la crescita logaritmica dalla sua descrizione, da una tabella e da un grafico.

Crea un semplice modello matematico per rappresentare un fenomeno tratto da un contesto di lavoro o di vita quotidiana e lo descrive utilizzando una funzione esponenziale. Sa adottare ed applicare criticamente un modello.

Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo ripete le conoscenze sulla crescita logaritmica e la sua modellazione.		Il docente non insegna nuovamente i contenuti precedentemente acquisiti dagli allievi, ma prepara per loro attività appropriate che saranno svolte autonomamente a casa e/o a scuola. L'insegnante individua i concetti appresi in maniera sbagliata e aiuta gli allievi a correggerli.
L'allievo rappresenta una dipendenza logaritmica tramite equazione.	L'allievo rappresenta la dipendenza logaritmica delle grandezze in forma simbolica con l'equazione $y = \log_a x$	La dipendenza può essere espressa descrittivamente o per mezzo di una tabella o di un grafico.

L'allievo conosce le proprietà della funzione logaritmica.	L'allievo conosce l'equazione della funzione logaritmica $f(x) = \log_a x$, $a > 0, a \neq 1$, il significato e il ruolo della costante a per determinare se la funzione è crescente o decrescente. Conosce l'insieme di definizione della funzione, l'insieme immagine, lo zero della funzione e l'asintoto. Sa che la funzione logaritmica è l'inversa della funzione esponenziale.	Gli allievi applicano le loro conoscenze sulla funzione esponenziale ed esplorano le proprietà della funzione logaritmica. Utilizzano calcolatrici grafiche o programmi informatici.
L'allievo traccia il grafico della funzione logaritmica.	L'allievo traccia il grafico della funzione logaritmica $f(x) = k \log_a (x - p) + q$. Interpreta il grafico finale tenendo conto delle traslazioni e delle dilatazioni del grafico della funzione di base.	Gli allievi tracciano il grafico di una funzione logaritmica $f(x) = \log_a x$, $a > 0, a \neq 1$ considerando le proprietà della funzione. Il grafico della funzione logaritmica $f(x) = k \log_a (x - p) + q$ può essere tracciato utilizzando la tecnologia.

<p>L'allievo conosce e utilizza la definizione di logaritmo.</p>	<p>L'allievo conosce la definizione e le proprietà del logaritmo. Utilizza la definizione di logaritmo per risolvere equazioni esponenziali della forma $a^x = b$, quando non possono essere risolte elementarmente. Utilizza le regole di calcolo con i logaritmi per semplificare espressioni che coinvolgono i logaritmi.</p>	<p>Gli allievi calcolano alcuni logaritmi a memoria, ad esempio $\log_2 \sqrt{2}$, $\ln e^2$, ecc., mentre per gli altri usano una calcolatrice numerica.</p>
<p>L'allievo esprime il logaritmo in una determinata base con il logaritmo in una base a scelta.</p>	<p>L'allievo conosce e utilizza la formula di conversione della base dei logaritmi.</p>	
<p>L'allievo identifica e risolve un'equazione logaritmica o una disequazione logaritmica.</p>	<p>L'allievo risolve con metodo analitico e grafico, una semplice equazione o disequazione logaritmica. Comprende il significato della soluzione ottenuta con il metodo analitico e grafico, verifica la correttezza della soluzione, descrive il procedimento risolutivo e il significato della soluzione.</p>	<p>Gli allievi collegano la soluzione analitica di equazioni o disequazioni logaritmiche alla soluzione grafica. Utilizzano una calcolatrice grafica o programmi informatici per risolvere equazioni o disequazioni, ad esempio:</p> <ul style="list-style-type: none"> • quando imparano a risolvere equazioni o disequazioni con la tecnologia, • quando lo scopo dell'attività è comprendere meglio il significato dell'equazione o della disequazione e della soluzione, • quando risolvono equazioni o disequazioni che derivano da problemi reali e sono quindi più complesse e impegnative, • quando la soluzione di un'equazione o di una disequazione non è l'attività principale, ma solo una fase di un compito o di un progetto più ampio. <p>Quando lo scopo dell'attività è di imparare le procedure per risolvere un'equazione o una disequazione, la tecnologia può essere uno strumento per guidare il procedimento o verificare il risultato. Ove possibile, la risoluzione di equazioni o disequazioni senza il ricorso alla tecnologia sia affrontata in un contesto più ampio.</p>

<p>L'allievo modella fenomeni reali con una funzione logaritmica.</p>	<p>L'allievo descrive un fenomeno utilizzando una funzione logaritmica. Confronta diversi modelli (funzione lineare, funzione potenza, funzione esponenziale, funzione logaritmica) ed è critico nella scelta e nell'uso del modello.</p>	<p>Gli allievi esaminano fenomeni reali, tratti da vari contesti, dalla professione, da altre materie o dal quotidiano, che possono essere modellati in modo adeguato da una funzione logaritmica. Utilizzano una calcolatrice grafica e programmi informatici per trovare e costruire il modello.</p>
--	---	--

3.9 Funzioni goniometriche (o circolari) (ampliamento)

Obiettivi correlati all'IMP:

L'allievo determina i valori della funzione goniometrica di un angolo qualunque utilizzando una calcolatrice scientifica. Rappresenta i valori delle funzioni goniometriche di un angolo qualunque sulla circonferenza unitaria.

Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo rinnova le conoscenze sulle funzioni goniometriche.		Il docente non insegna nuovamente i contenuti precedentemente acquisiti dagli allievi, ma prepara per loro attività appropriate che saranno svolte autonomamente a casa e/o a scuola. L'insegnante individua i concetti appresi in maniera sbagliata e aiuta gli allievi a correggerli.
L'allievo conosce e utilizza le definizioni di funzioni goniometriche per qualsiasi angolo.	L'allievo conosce le definizioni e utilizza le funzioni goniometriche sulla circonferenza unitaria per angoli qualsiasi, espressi in gradi o radianti.	Gli allievi utilizzano la circonferenza unitaria per visualizzare il valore della singola funzione goniometrica di qualsiasi angolo e viceversa. Dato il valore di una funzione, trovano l'angolo e i valori delle altre funzioni. Utilizzano una calcolatrice numerica e lo strumento "trigonir".
L'allievo conosce e utilizza le relazioni di base tra funzioni goniometriche dello stesso angolo.	L'allievo applica le relazioni fondamentali tra le funzioni goniometriche e le esprime in base ad una funzione goniometrica assegnata.	Gli allievi semplificano espressioni e dimostrano semplici identità goniometriche applicando le regole di periodicità, le proprietà di parità e disparità e utilizzando i teoremi di addizione nella misura in cui sono rilevanti per la professione.
L'allievo conosce e utilizza la periodicità, la parità o la disparità delle funzioni goniometriche.	Utilizzando la periodicità e la parità o disparità (formule degli angoli associati), l'allievo riduce la funzione goniometrica ad una funzione goniometrica associata al primo quadrante.	
L'allievo conosce e utilizza i teoremi di addizione.	L'allievo conosce e applica i teoremi di addizione per calcolare i valori delle funzioni dell'angolo doppio (formule di duplicazione) e nelle dimostrazioni di alcune uguaglianze.	

L'allievo conosce le proprietà delle funzioni goniometriche.	L'allievo conosce le equazioni delle funzioni goniometriche $f(x) = \sin x, f(x) = \cos x, f(x) = \tan x, f(x) = \cot x$, il loro insieme di definizione e l'insieme immagine. L'allievo indica gli zeri, gli intervalli di incremento e decremento delle funzioni, i massimi e minimi delle funzioni seno e coseno, e gli asintoti delle funzioni tangente e cotangente.	Inizialmente gli allievi costruiscono i grafici delle funzioni goniometriche di base punto per punto, senza l'uso della tecnologia. In seguito, utilizzando le loro conoscenze, tracciano qualsiasi grafico delle funzioni goniometriche con una calcolatrice grafica o un programma informatico, e ne studiano le proprietà. Infine descrivono analiticamente le proprietà delle funzioni goniometriche.
L'allievo traccia il grafico della funzione goniometrica.	L'allievo traccia i grafici delle funzioni goniometriche $f(x) = A\sin(\omega(x-\phi))+y_0$, $f(x) = A\cos(\omega(x-\phi))+y_0$, $f(x) = \tan x$ e $f(x) = \cot x$ Descrive il grafico finale tenendo conto delle traslazioni e delle dilatazioni applicate.	Gli allievi tracciano i grafici delle funzioni goniometriche $f(x) = \sin x, f(x) = \cos x, f(x) = \tan x, f(x) = \cot x$ considerando le proprietà delle funzioni. I grafici delle funzioni $f(x) = A\sin(\omega(x-\phi))+y_0$ e $f(x) = A\cos(\omega(x-\phi))+y_0$ possono essere tracciati con strumenti tecnologici.
L'allievo modella fenomeni reali con le funzioni goniometriche.	L'allievo descrive un fenomeno utilizzando la funzione goniometrica. Confronta diversi modelli (funzione lineare, funzione potenza, funzione esponenziale, polinomi, funzione razionale, funzione logaritmica, funzione goniometrica) ed è critico nella scelta e nell'uso del modello.	Gli allievi esaminano fenomeni reali, tratti da vari contesti, dalla professione, da altre materie o dal quotidiano, che possono essere modellati in modo adeguato da una funzione goniometrica. Utilizzano una calcolatrice grafica e programmi informatici per trovare e costruire un modello.

3.10 Funzioni circolari inverse ed equazioni goniometriche (modulo tematico opzionale)

Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo conosce e utilizza le funzioni circolari inverse (o goniometriche inverse).	L'allievo conosce l'insieme di definizione e l'insieme immagine delle funzioni circolari: $f(x) = \arcsin x, f(x) = \arccos x$, $f(x) = \arctan x, f(x) = \text{arccot } x$ Utilizza le funzioni circolari inverse per calcolare l'ampiezza dell'angolo espressa in gradi e radianti.	Gli allievi tracciano i grafici delle singole funzioni circolari inverse e ne ricavano le proprietà. Usano la calcolatrice per trovare l'ampiezza dell'angolo.

<p>L'allievo traccia il grafico di una funzione circolare inversa.</p>	<p>L'allievo traccia i grafici delle funzioni circolari inverse. Spiega l'immagine di una funzione circolare in base alle proprietà dei grafici della sua funzione inversa.</p>	<p>Gli allievi tracciano qualche esempio di funzione circolare inversa, senza l'ausilio della tecnologia, per comprendere meglio il concetto dell'inversa di una funzione. Utilizzano calcolatrici grafiche o programmi informatici per tracciare ulteriori grafici delle funzioni circolari inverse.</p>
<p>L'allievo identifica e risolve un'equazione o una disequazione goniometrica.</p>	<p>L'allievo risolve una semplice equazione o disequazione goniometrica in modo analitico e grafico. Comprende il significato della soluzione ottenuta con il metodo analitico e grafico, verifica la correttezza della soluzione, interpreta il procedimento e il significato della soluzione stessa.</p>	<p>Gli allievi risolvono un'equazione trigonometrica, ad esempio $\sin(\omega x + p) = a$, $-1 \leq a \leq 1$, $\tan 2x = a$, $\sin x = \cos x$, $\cos^2 x = 1 + \sin x$, ... Utilizzano una calcolatrice grafica o programmi informatici per risolvere equazioni o disequazioni, ad esempio:</p> <ul style="list-style-type: none"> • quando imparano a risolvere equazioni o disequazioni con la tecnologia, • quando lo scopo dell'attività è comprendere meglio il significato dell'equazione o della disequazione e della soluzione, • quando risolvono equazioni o disequazioni che derivano da problemi reali, più complesse e impegnative, • quando la soluzione di un'equazione o di una disequazione non è l'attività principale, ma solo una fase di un compito o di un progetto più ampio. <p>Quando lo scopo dell'attività è di imparare le procedure per risolvere un'equazione o una disequazione, la tecnologia può essere uno strumento per guidare il procedimento o verificare il risultato. Ove possibile, la risoluzione di equazioni o disequazioni l'utilizzo di strumenti tecnologici venga svolta in un contesto più ampio.</p>

3.11 Calcolo differenziale		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo ripassa le conoscenze sulle funzioni continue.	L'allievo traccia il grafico di una funzione. Determina i punti di discontinuità. Individua la continuità o la discontinuità in un punto.	La continuità è definita in modo descrittivo. Gli allievi rivedono le conoscenze sulle funzioni acquisite nel corso della loro formazione e determinano la continuità o la discontinuità in un punto. Gli allievi tracciano i grafici delle funzioni tenendo conto delle loro proprietà, e anche utilizzando calcolatrici grafiche e programmi informatici.
L'allievo conosce la definizione di limite di una funzione.	L'allievo apprende i concetti di intorno di un punto, di limite di funzione nel punto dato. Descrive il limite di una funzione. L'allievo apprende le definizioni di limite e le sa applicare.	Gli allievi ripetono il concetto di intervallo aperto e lo collegano con il concetto di intorno di un punto. Utilizzano il grafico di una funzione per determinare il limite. Possono utilizzare calcolatrici grafiche o programmi informatici.
L'allievo calcola i limiti delle funzioni.	L'allievo calcola semplici limiti di funzioni. Applica le regole di calcolo dei limiti.	Gli allievi ripassano le scomposizioni di espressioni e le utilizzano nel calcolo dei limiti.
L'allievo determina la pendenza di una retta e l'ampiezza dell'angolo tra due rette.	L'allievo conosce e applica la relazione tra la pendenza di una retta ed il suo coefficiente angolare. Determina l'ampiezza dell'angolo di inclinazione della retta e l'ampiezza dell'angolo tra due rette.	Gli allievi esaminano la relazione tra la pendenza di una retta e il suo coefficiente angolare, utilizzando una calcolatrice grafica o programmi informatici.
L'allievo conosce la definizione di derivata di una funzione in un punto, comprende e applica il significato geometrico della derivata.	L'allievo scrive il rapporto incrementale e la definizione di derivata di una funzione. Comprende e applica la relazione tra la derivata di una funzione, la pendenza di una funzione (ossia della tangente al suo grafico) e l'incremento della funzione nell'intorno di un punto dato. Calcola il valore numerico della derivata di una funzione in un punto. L'allievo determina l'equazione della retta tangente di una curva, in un dato punto, e l'ampiezza dell'angolo tra due curve.	Utilizzando una calcolatrice grafica o programmi informatici, gli allievi studiano le relazioni tra la derivata, la pendenza della retta tangente e l'incremento della funzione nel punto dato. Determinano le equazioni delle rette tangenti e le ampiezze degli angoli tra le curve, soprattutto per comprendere meglio le relazioni tra la derivata, la pendenza della retta tangente e la crescita della funzione in un punto dato.

<p>L'allievo calcola le derivate delle funzioni.</p>	<p>L'allievo apprende il concetto di derivata di una funzione. Applica le regole di derivazione di funzioni elementari e composte. Apprende e utilizza le derivate delle funzioni elementari.</p>	<p>Con l'aiuto dell'insegnante, gli allievi ricavano alcune regole di derivazione e le derivate di alcune funzioni elementari. Altre regole di derivazione e derivate di funzioni elementari vengono fornite dall'insegnante o tratte dal libro di testo. Nel calcolo delle derivate, si dà importanza alla comprensione del loro significato. Gli allievi sviluppano l'abilità di calcolare le derivate come strumento necessario per lo studio di funzione. Per determinare le derivate, utilizzano anche calcolatrici grafiche o programmi informatici.</p>
<p>L'allievo applica la relazione tra la derivata ed il comportamento locale di una funzione.</p>	<p>L'allievo conosce la relazione tra la derivata prima di una funzione, i punti stazionari della funzione e la crescita o decrescita della funzione. L'allievo utilizza queste relazioni per determinare i punti stazionari, gli intervalli di crescita/decrecita di una funzione e per risolvere semplici problemi di massimi e minimi.</p>	<p>Gli allievi risolvono problemi reali di ricerca di massimi e minimi, tratti dalla professione, da altri contesti o dal quotidiano. Utilizzano calcolatrici grafiche e programmi informatici. Risolvendo problemi reali, con la guida dell'insegnante, si rendono conto dell'importanza della derivata in diverse discipline.</p>
<p>L'allievo traccia il grafico della funzione.</p>	<p>L'allievo studia le proprietà della funzione. Determina l'insieme di definizione, l'insieme immagine, gli intervalli in cui la funzione è crescente o decrescente, gli estremi relativi e i punti di flesso orizzontali di una funzione. Traccia il grafico della funzione e lo interpreta.</p>	<p>Gli allievi utilizzano anche calcolatrici grafiche e programmi informatici per esplorare le proprietà di una funzione e tracciarne il grafico.</p>

3.12 Successioni		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo conosce la definizione e le proprietà di una successione.	L'allievo interpreta la successione come funzione definita sull'insieme (sottoinsieme) dei numeri naturali, che assume valori in un altro insieme. Determina le proprietà di una successione e conosce diverse rappresentazioni delle successioni (termine generale, formula ricorsiva, enumerazione di termini, grafico). Distingue tra il grafico di una funzione reale di variabile reale (curve) e il grafico di una successione (grafico a punti).	Gli insegnanti forniscono esempi tratti da diversi contesti (altre discipline, quotidiano...), e preparano attività che introducono gli allievi all'argomento come strumento importante per analizzare diversi fenomeni. Gli allievi interpretano le successioni come esempi particolari di funzioni matematiche. Per la ricerca autonoma e l'analisi utilizzano diverse tecnologie.
L'allievo conosce e utilizza la definizione di successione aritmetica.	L'allievo definisce la successione aritmetica, individua il termine generale, scrive i termini della successione data. Calcola la somma di n termini di una successione aritmetica.	La definizione di successione aritmetica ed il calcolo della somma di n termini di una successione possono essere introdotti tramite esempi desunti dalla storia, dalla professione, ecc.
L'allievo conosce e utilizza la definizione di successione geometrica.	L'allievo comprende la definizione di successione geometrica, le sue proprietà e calcola diverse grandezze (termine generale, la ragione, la somma di n termini). Coglie l'importanza e l'utilità della successione geometrica nella modellazione di diversi fenomeni (ad esempio in natura: crescita esponenziale, nella matematica finanziaria: calcolo dell'interesse composto).	Gli allievi utilizzano la tecnologia e diversi programmi informatici, compresi quelli della professione, per analizzare e indagare fenomeni in modo autonomo.

Argomento 4: FONDAMENTI DI LOGICA, ELABORAZIONE DEI DATI E LE BASI DEL CALCOLO DELLE PROBABILITÀ

4.1 Fondamenti di logica		
Obiettivi operativi	Descrizione degli obiettivi	Esempi di attività in classe e indicazioni
L'allievo conosce le proposizioni logiche e utilizza i connettivi logici tra le proposizioni.	L'allievo identifica le proposizioni logiche, comprende e utilizza i connettivi logici: congiunzione, disgiunzione, implicazione ed equivalenza.	L'insegnante utilizza il linguaggio matematico in modo rilevante, le proposizioni logiche e le connessioni tra di esse in semplici dimostrazioni (ad esempio in geometria, nella teoria dei numeri (divisibilità)).
L'allievo deduce, giustifica e dimostra.	L'allievo distingue tra una verifica di singoli casi e una dimostrazione generale. Comprende il percorso che intercorre tra un enunciato matematico e la sua dimostrazione. L'allievo comprende come la risoluzione di un problema dipenda dalle ipotesi formulate. Utilizza correttamente la frase condizionale "Se... allora..." nel ragionamento logico e sa rispondere alle domande "Perché...?" e "E se...? Usa il metodo deduttivo nella dimostrazione di una proposizione. Suddivide la soluzione di un problema (ad esempio geometrico) in sotto problemi e applica il metodo deduttivo per ciascuno di essi. Individua ed enuncia condizioni o vincoli in base ai quali una determinata conclusione è valida. Comprende il concetto di condizioni necessarie e sufficienti.	Gli allievi giustificano e dimostrano semplici affermazioni matematiche (non solo riproducendo una dimostrazione) sia in forma orale sia in forma scritta.

4.2 Elaborazione dei dati

Obiettivi correlati all'IMP:

L'allievo conosce le basi dell'elaborazione dei dati: raccoglie, tabula e analizza i dati, strutturandoli in modo semplice (raggruppa o categorizza i dati secondo uno o due criteri, ordina, dispone i dati in una struttura ad albero); visualizza i dati tramite diversi tipi di diagrammi e li riassume (moda, mediana, media aritmetica). L'allievo è in grado di applicare le conoscenze sull'elaborazione dei dati in un processo completo di indagine empirica, dalla raccolta dei dati all'interpretazione dei risultati.

L'allievo rinnova le conoscenze del lavoro con i dati.

La conoscenza sul lavoro con i dati, viene ripetuta e consolidata, attraverso la risoluzione di problemi complessi, nelle indagini matematiche e, soprattutto, nei progetti interdisciplinari (indagini empiriche).

4.3 Nozioni di base del calcolo delle probabilità

Obiettivi correlati all'IMP:

L'allievo apprende le basi del calcolo delle probabilità.

L'allievo utilizza le basi del calcolo combinatorio.

L'allievo è in grado di rappresentare in modo sistematico scelte di oggetti appartenenti ad un dato insieme, utilizzando tabelle e diagrammi ad albero. Conosce e sa applicare il teorema fondamentale del calcolo combinatorio. Utilizza diagrammi ad albero o altri diagrammi. Nelle varie scelte riconosce le permutazioni (in cui tutti gli elementi sono distinti) e le combinazioni (senza ripetizioni). Calcola il numero di combinazioni o permutazioni utilizzando le formule. Nel calcolo delle possibili scelte utilizza la regola fondamentale del calcolo combinatorio (regola del prodotto) e, se necessario, anche la "regola della somma" (ad esempio per le disposizioni senza o con ripetizione).

<p>L'allievo determina la probabilità di eventi casuali o aleatori.</p>	<p>L'allievo conosce il concetto di prova o esperimento. Comprende il concetto di probabilità empirica, è in grado di misurarla e di interpretarla correttamente. Comprende il concetto di probabilità teorica, è in grado di calcolarla direttamente negli esempi semplici e di interpretare correttamente il risultato. Rappresenta il sistema di eventi elementari di una data prova con un diagramma. Utilizza il diagramma per calcolare la probabilità di eventi composti. Comprende il concetto di incompatibilità e indipendenza di eventi e sa calcolare la probabilità della somma di eventi incompatibili e del prodotto di eventi indipendenti. Applica le conoscenze del calcolo combinatorio nel calcolo della probabilità teorica (matematica).</p>	
--	--	--

V. STANDARD MINIMI DI APPRENDIMENTO

Gli allievi raggiungono gli standard di conoscenza minimi se sviluppano solamente le competenze di base e non sono autonomi o affidabili nel dimostrarle.

VI. INDICAZIONI DIDATTICHE

Le indicazioni didattiche sono scritte come linee guida per l'insegnamento della matematica nella Sezione III (Obiettivi guida, competenze chiave, linee guida per lo sviluppo delle competenze chiave) e come indicazioni più concrete nell'ultima colonna delle tabelle della Sezione IV (Obiettivi operativi).

VII. FORME DI VERIFICA E VALUTAZIONE

La valutazione delle conoscenze matematiche deve riflettere gli obiettivi globali dell'educazione matematica, la diversità dei metodi di insegnamento e le capacità espressive degli allievi. Pertanto, si deve tener conto della comprensione dei concetti matematici da parte degli allievi, della loro capacità di esprimerli e della loro capacità di eseguire procedure matematiche in gruppo e in modo individuale, in contesti semplici, complessi e professionali. La seguente tabella indica i metodi di valutazione previsti.

Metodi di valutazione	Criteri di valutazione	Nota
Prova scritta	Comprensione e capacità di applicare i concetti matematici di base. Livello di sistematicità raggiunto, generalità e astrattezza nell'affrontare situazioni matematiche. Capacità di risolvere problemi matematici. Capacità di raccogliere, organizzare e analizzare dati. Capacità di interpretare e formulare giudizi critici nell'applicazione della matematica in un contesto professionale. Capacità di utilizzare strumenti matematici nella comunicazione.	

Interrogazione orale	<p>Comprensione e capacità di applicare i concetti matematici di base.</p> <p>Capacità di utilizzare strumenti matematici nella comunicazione.</p>	<p>L'obiettivo è sviluppare il più possibile le capacità degli allievi di esprimere concetti matematici. Se l'allievo ha evidenti difficoltà nella comunicazione orale, gli si offre la possibilità di essere valutato nel modo a lui più congeniale.</p>
----------------------	--	---

Indagine matematica	<p>Capacità di utilizzare strumenti matematici nella comunicazione.</p> <p>Capacità di pianificare e organizzare i processi di lavoro.</p> <p>Capacità di utilizzare la tecnologia per eseguire operazioni matematiche.</p> <p>Livello di sistematicità, generalità e astrattezza raggiunto nell'affrontare situazioni matematiche.</p>	<p>L'indagine può essere collegata alle aspirazioni di carriera degli allievi. Il grado di complessità dell'indagine deve essere adattato alle capacità dell'allievo. L'allievo ottiene un buon voto, se in base alle sue conoscenze e capacità matematiche, svolge l'indagine con impegno e responsabilità, dimostrando la capacità di pianificare, applicare le conoscenze matematiche, comunicare e usare correttamente la tecnologia.</p>
Attività di progetto	<p>Capacità di utilizzare strumenti matematici nella comunicazione.</p> <p>Capacità di utilizzare la tecnologia per eseguire operazioni matematiche.</p> <p>Capacità di interpretare e formulare giudizi critici nell'applicazione della matematica in un contesto professionale.</p> <p>Capacità di pianificare e organizzare i processi di lavoro.</p> <p>Capacità di lavorare in modo collaborativo e come parte di un team.</p>	<p>Il progetto deve essere interdisciplinare e realizzato in gruppo. La valutazione terrà conto dell'impegno e della responsabilità dell'allievo nello svolgere il compito, nonché della sua capacità di pianificare, elaborare i dati, interpretare i risultati, comunicare e utilizzare la tecnologia.</p>