

MATEMATIKA

Srednje splošno izobraževanje

Gimnazija

Gimnazija s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri

Gimnazija z italijanskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri

Dvojezična slovensko-madžarska gimnazija na narodno mešanem območju Prekmurja

Klasična gimnazija

Ekonomska gimnazija

Ekonomska gimnazija s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri

Tehniška gimnazija

Tehniška gimnazija s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri

Umetniška gimnazija

Umetniška gimnazija s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri



UČNI NAČRT Z DIDAKTIČNIMI PRIPOROČILI

IME PREDMETA: matematika

Izobraževalni program gimnazije, izobraževalni program gimnazije s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri, izobraževalni program gimnazije z italijanskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri, izobraževalni program dvojezične slovensko-madžarske gimnazije na narodno mešanem območju Prekmurja, izobraževalni program klasične gimnazije, izobraževalni program ekonomske gimnazije, izobraževalni program ekonomske gimnazije s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri, izobraževalni program tehniške gimnazije, izobraževalni program tehniške gimnazije s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri, izobraževalni program umetniške gimnazije - glasbena smer; modul A: glasbeni stavek, izobraževalni program umetniške gimnazije - glasbena smer; modul B: petje-instrument, izobraževalni program umetniške gimnazije - glasbena smer; modul C: jazz-zabavna glasba, izobraževalni program umetniške gimnazije - plesna smer; modul A: balet, izobraževalni program umetniške gimnazije - plesna smer; modul B: sodobni ples, izobraževalni program umetniške gimnazije s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri - glasbena smer; modul A: glasbeni stavek, izobraževalni program umetniške gimnazije s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri - glasbena smer; modul B: petje-instrument, izobraževalni program umetniške gimnazije - likovna smer, izobraževalni program umetniške gimnazije s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri - likovna smer, izobraževalni program umetniške gimnazije - smer gledališče in film: obvezni predmet (560 ur)
maturitetni standard (560 ur)

PRIPRAVILA PREDMETNA KURIKULARNA KOMISIJA V SESTAVI:

mag. Mateja Sirnik, Zavod RS za šolstvo; dr. Andreja Drobnič Vidic, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko; Rok Lipnik, Gimnazija Celje - Center; mag. Vesna Parkelj, Šolski center Novo mesto, Srednja elektro-računalniška šola in tehniška gimnazija; mag. Simona Pustavrh, Šolski center Novo mesto, Srednja elektro-računalniška šola in tehniška gimnazija; dr. Jaka Smrekar, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za matematiko in fiziko; mag. Mateja Škrlec, Gimnazija Franca Miklošiča Ljutomer; Antonija Špegel Razbornik, Gimnazija Jožeta Plečnika Ljubljana; Simona Vreš, Šolski center Ravne na Koroškem - gimnazija

Sodelovali so tudi:

mag. Apolonija Jerko, Zavod RS za šolstvo; Sanja Ban, Šolski center Novo mesto, Srednja strojna šola; Jerneja Bone, Zavod RS za šolstvo; Davis Prinčič, Šolski center Nova Gorica, Biotehniška šola; Sandra Sabo, Dvojezična srednja šola Lendava; Amela Sambolić Beganović, Zavod RS za šolstvo; Simona Šamu, Dvojezična srednja šola Lendava; mag. Selma Štular Mastnak, Šolski center Ljubljana, Srednja šola za strojništvo, kemijo in varovanje;

mag. Mojca Suban, Zavod RS za šolstvo; mag. Katarina Dolgan, Zavod RS za šolstvo; mag. Melita Gorše Pihler, Zavod RS za šolstvo; Loreta Hebar, OŠ Jarenina; dr. Tatjana Hodnik, Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta; dr. Sanela Hudovernik, Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta; Tatjana Kerin, OŠ Leskovec pri Krškem; dr. Andreja Klančar, Univerza na Primorskem, Pedagoška fakulteta; Andrejka Kramar, OŠ Bistrica Tržič; dr. Alenka Lipovec, Univerza v Mariboru, Pedagoška fakulteta in Fakulteta za naravoslovje in matematiko; dr. Adrijana Mastnak, Univerza v Ljubljani, Pedagoška fakulteta; mag. Polona Mlinar Biček, OŠ Ivana Tavčarja Gorenja vas; Natalija Podjavoršek, OŠ Frana Albrehta Kamnik; Lidiya Pulko, Zavod RS za šolstvo; mag. Sonja Rajh, Zavod RS za šolstvo; Andreja Verbinc, OŠ Oskarja Kovačiča; Vesna Vršič, Zavod RS za šolstvo; Nataša Zidar, OŠ Brinje Grosuplje.

JEZIKOVNI PREGLED: Andraž Polončič Ruparčič

OBLIKOVANJE: neAGENCIJA, digitalne preobrazbe, Katja Pirc, s. p.

IZDALA: Ministrstvo za vzgojo in izobraževanje in Zavod RS za šolstvo

ZA MINISTRSTVO ZA VZGOJO IN IZOBRAŽEVANJE: dr. Vinko Logaj

ZA ZAVOD RS ZA ŠOLSTVO: Jasna Rojc

Ljubljana, 2025

SPLETNA IZDAJA

<https://eportal.mss.edus.si/msswww/datoteke/ucni-nacrti/2026/un-dp-matematika-gim-si-is-dv-kl-ek-ek-si-teh-teh-si-um-um-si.pdf>

CIP

Kataložni zapis o publikaciji (CIP) pripravili v Narodni in univerzitetni knjižnici v Ljubljani

COBISS.SI-ID [247838979](#)

ISBN 978-961-03-1043-3 (Zavod RS za šolstvo, PDF)

BESEDILO O SEJI SS

Strokovni svet RS za splošno izobraževanje je na svoji 244. seji, dne 22. 5. 2025, določil učni načrt matematika za izobraževalni program gimnazije, izobraževalni program gimnazije s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri, izobraževalni program gimnazije z italijanskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri, izobraževalni program dvojezične slovensko-madžarske

gimnazije na narodno mešanem območju Prekmurja, izobraževalni program klasične gimnazije, izobraževalni program ekonomske gimnazije, izobraževalni program ekonomske gimnazije s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri, izobraževalni program tehniške gimnazije, izobraževalni program tehniške gimnazije s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri,

Strokovni svet RS za splošno izobraževanje se je na svoji 244. seji, dne 22. 5. 2025, seznanil z didaktičnimi priporočili k učnemu načrtu matematika za izobraževalni program gimnazije, izobraževalni program gimnazije s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri, izobraževalni program gimnazije z italijanskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri, izobraževalni program dvojezične slovensko-madžarske gimnazije na narodno mešanem območju Prekmurja, izobraževalni program klasične gimnazije, izobraževalni program ekonomske gimnazije, izobraževalni program ekonomske gimnazije s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri, izobraževalni program tehniške gimnazije, izobraževalni program tehniške gimnazije s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri, izobraževalni program umetniške gimnazije in izobraževalni program umetniške gimnazije s slovenskim učnim jezikom na narodno mešanem območju v slovenski Istri.



PRIZNANJE AVTORSTVA – NEKOMERCIALNO – DELJENJE POD ENAKIMI POGOJI

Prenova izobraževalnih programov s prenovo ključnih programskih dokumentov (kurikuluma za vrtce, učnih načrtov ter katalogov znanj)



REPUBLIKA SLOVENIJA
MINISTRSTVO ZA VZGOJO IN IZOBRAŽEVANJE



KAKO SE ZNAJTI?

TIPIČNE STRANI

V dokumentu je za dijakinje in dijake, učiteljice in učitelje ipd. uporabljena moška slovnična oblika, ki velja enakovredno za oba spola.

Tema sporoča vsebinski okvir ali okvir predmetnospecifičnih zmožnosti, povezanih s cilji oz. skupinami ciljev: teme so predmetno specifične in lahko vključujejo vsebinske sklope in dejavnosti ter razvijajo veščine, zmožnosti in koncepte, ki naj bi jih dijaki izgrajevali in razvijali v procesu učenja.

Vrsta teme:
Obvezno
Izbirno
Maturitetno

Opis teme zajema ključne poudarke oz. koncepte kot okvir skupinam ciljev.

Dodatna pojasnila za temo lahko vsebujejo razlago o zasnovi teme, usmeritve in/ali navodila, ki se nanašajo na vsebino, vrsto teme, členitev teme, poimenovanje, trajanje, dejavnosti, izvedbo aktivnosti, učne pripomočke ... oz. karkoli, kar je pomembno za to temo.

IME TEME

OBVEZNO

OPIS TEME

Em fugiaspiduci sitet ut etur, in conest dipsum eosa nonsequam volorum, ommolor aut desequi duciist estrunda volorest, sandeni maximin uscillab il magnam quiam quo con explacc ullaccum alisi quidell igendam, in repta dolupta volor sam, ut hilit laut faccumqui omnim ut doluptur, quam consequ atibus dolo dignate mporehent qui tem nonseque por aliquisimust que volestrum esed quibusdae milla conserf ernate dentiat.

Ma vellaut quatio rporrore voluptae cus et illent harum doluptatur, et quas molorporia doluptatis molum rae nos event, inullit incimaiozem fugiandantis et fugitisque maion ped quo odi beatur, sequi illisqui ipidel escim reprat.

DODATNA POJASNILA ZA TEMO

Ullatur sequo qui ut vellenderio. Re exceseq uiatur aturem eos millandio totaquis alibus iume voluptatia quis aut quamust iosant prestius, ut ommodigendis doluptaes dersped moluptae. Harum a volupta tiatur, ne veles quia voluptatia similic tatesequam, seque ventio. Hendis erum quissequo quist que con nulparum ut quuntemos et repro quod ma nimusa sae vellaut eum ulpari valent voluptu rempor a de omnimax impellu ptataecusa ducipsae aut evelles temolup tincil imporia simped et endes eum et molum que laborerat voluptiurem nempori bustio explabo rionsenet evenimin nis ex eum voluptam consed que volupid eliquibus, tetusda ntusam ellis ut archill uptiore rundiae nimusdam vel enit, optibea quiaspelitem lam alit re, omnis ab il mo dolupti commihi tionsequiam eicia dolo intur accusci musdaecatet faccatur? Sinctet latiam facescipsa

Ceria pa iumquam, exernam quaspis dit equasit, omnis quis aut apitassum coribusda invenih icatorum qui ut re perumquaepep quame moditatum ipient veligna tessint iaessum, optamus, testi sediasped moluptatem aperiam aut quodips usciate veribus.

Mi, asit volupta tuscil int aspel illit atur, eum idenist iorrum alit, nim re illitas ma nimi, iusclisita dolorrym volorepedio core, consequam quae. De nossiti officillate

Z oznako **SC** so označeni ključni cilji posameznih področij skupnih ciljev. Številčni zapis pri oznaki skupnih ciljev se navezuje na preglednico s skupnimi cilji.

27. 2. 2025 /// 15:45

IME SKUPINE CILJEV

CILJI

Z oznako **O** so označeni obvezni cilji.

Z ležečim tiskom in oznako **I** so označeni izbirni cilji.

- O:** Et plabo. Nam eum fuga. Et explat. Xerro et aut que nihicia doloribus, velisci tatur
I: *Que ommodic aboribust, tesequae nimaionseni arum audit minusda dolum, si venimil itatat. Estinve litatem ut adit quid qui.* **SC** (2.2.2.1)
I: *Quia voluptatur aut od minverum, quas ilis et mint, eature rehenit magnatur aut exceaquam reiunt et omnis nobit vero excepel in nimagmam quat officiam que plaborpore ne culpa eum dolore aut aspicias sanihil moditam re pelias ne veri reperferes solos dolorum, quidit ad qui dolorerun.*
O: Ibus nis auda vendio venis saperum atem quiant aut pre comniscia num at is quoditi ne estinve litatem venis saperum atem quiant. **SC** (1.3.4.2 | 2.1.1.1 | 2.1.2.1 | 2.2.1.1 | 2.2.1.2 | 3.1.3.1 | 5.1.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak

S krepko označenim besedilom so izpostavljeni **minimalni standardi znanja**.

Z ležečim besedilom so označeni izbirni standardi oz. standardi znanja, ki izhajajo iz izbirnih ciljev.

Dodatne pisave in oznake pri standardih so opredeljene v obvezujočih navodilih za učitelja (npr. podčrtani, M, PTI itd.)

- Obisquamet faccab incium repenam id quist plita nume con nonectem sit volentis etur sanda de velictorrum quasimus mo mi.
- Ilcillabo. Bor as plibusc ipidesequat latia cuptatu repeliam.
- Et ommo commolo ratatur saepedit essunt que parit, expelliquam rem simos con es est volorrum quae. Aximintios et faccae. Inciet, ommolo con commoluptas aut vidusci enient.**
- Ut fuga. Nemperum fuga.**
- Ma vellaut quiatio rporore voluptae cus et illent harum doluptatur, et quas
- Omnim ut doluptur, quam consequi.
- Obisquamet faccab incium repenam id quist plita nume con nonectem sit volentis etur sanda de velictorrum quasimus mo mi.*
- Ilcillabo. Bor as plibusc ipidesequat latia cuptatu repeliam.*
- Et ommo commolo ratatur saepedit essunt que parit, expelliquam rem simos con es est volorrum quae. Aximintios et faccae. Inciet, ommolo con commoluptas aut vidusci enient.
- Ut fuga. Nemperum fuga.*

TERMINI:

- | | | | |
|---|---|---|---------------------------------------|
| ☐ laborerat voluptiurem | ☐ veligna tessint | ☐ laborerat voluptiurem | ☐ veligna tessint |
| ☐ veligna tessint | ☐ laborerat voluptiurem | ☐ veligna tessint | |

Pojmi, ki jih dijak mora poznati oz. razumeti (in/ali znati smiselno uporabljati), lahko pa so navedeni tudi priporočeni pojmi. Nabor (strokovnih) terminov zaokrožuje in dopolnjuje posamezno temo, predstavlja pa informacijo učitelju pri načrtovanju vzgojno-izobraževalnega dela. Namenjen je navedbi terminologije, ki jo na področju določene teme v določenem obdobju izobraževalne vertikale usvojijo dijaki.

VIRI IN LITERATURA PO POGLAVJIH

Viri in literatura,
ki so vključeni v
posamezno temo.

NASLOV TEME

- » Lorem ipsum dolor sit amet, consectetur adipiscing elit. Morbi eget ante eget ante hendrerit convallis vitae et purus. Donec euismod dolor sed neque condimentum, at sodales enim interdum. <https://lorem.ipsum.com/mubis/link/n0n2c3c>

NASLOV SKUPINE CILJEV

- » Etiam, M. (2019). Eget laoreet ipsum. Nulla facilisi.
- » Parum, V. (2025). Sequi blaboreet quosam. Seque cus.
- » Morbi P. (2007). Sed ac arcu id velit facilisis aliquet. Nec tincidunt.
- » Eget O. (2010). Vestibulum vitae massa eget orci condimentum fringilla a ac turpis. Nulla et tempus nunc, vitae scelerisque tellus. Sed in tempus mi, a aliquet quam. Integer ut euismod eros, vel pretium mi. Maecenas sollicitudin.
- » Nunc N. (2023). Morbi suscipit ante quis viverra sollicitudin. Aenean ultricies.
- » Nunc N., Ante A., Sem S. (2015). Nullam congue eleifend magna in venenatis. Ut consectetur quis magna vitae sodales. Morbi placerat: <https://lorem.ipsum.com/mubis/link/n0n2c3c>
- » Sed A. (2024). Ut aliquet aliquam urna eget laoreet. Fusce hendrerit dolor id mauris convallis, at accumsan lectus fermentum. Nunc bibendum quam et nibh elementum consectetur.

NASLOV SKUPINE CILJEV

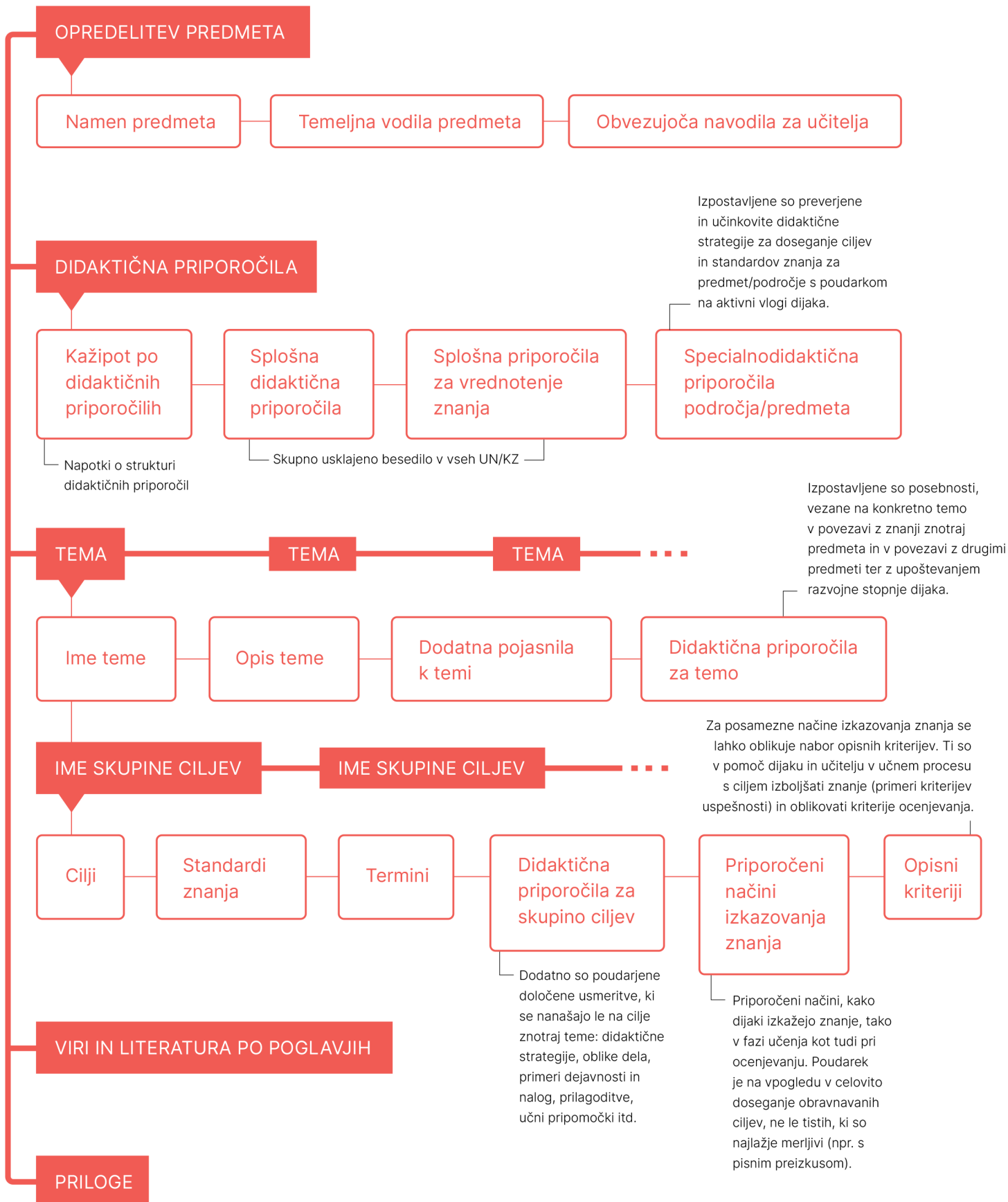
- » Vestibulum vitae massa eget orci condimentum fringilla, <https://lorem.ipsum.com/mubis/link/n0n2c3c>
- » Nunc F.: Vivamus quis tortor et ipsum tempor laoreet id quis nunc. Phasellus quis sagittis ligula.
- » Redaktion, 2018. Morbi placerat: <https://lorem.ipsum.com/mubis/link/n0n2c3c>

Viri in literatura, ki so vključeni
v posamezno skupino ciljev.

Hiperpovezava
do zunanjega vira

KAKO SE ZNAJTI?

STRUKTURA UČNEGA NAČRTA Z DIDAKTIČNIMI PRIPOROČILI



KAZALO

OPREDELITEV PREDMETA..... 10

Namen predmeta..... 10

Temeljna vodila predmeta 10

Obvezujoča navodila za učitelje 12

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA 13

Kažipot po didaktičnih priporočilih 13

Splošna didaktična priporočila 13

Splošna priporočila za vrednotenje znanja ... 15

Specialnodidaktična priporočila
področja/predmeta 16

TEME, CILJI, STANDARDI ZNANJA..... 20

MATEMATIČNA PISMENOST, FINANČNA PISMENOST, ODNOS DO MATEMATIKE 21

Matematični jezik kot osnova matematične
pismenosti 22

Miselni procesi in reševanje problemov pri
matematiki 25

Matematika pri razvijanju finančne pismenosti
..... 28

Digitalna kompetentnost pri matematiki 30

Učenje učenja in odnos do matematike 32

LOGIKA IN MNOŽICE..... 34

Osnove logike 34

Množice 36

ARITMETIKA 38

Naravna in cela števila 38

Racionalna števila 42

Realna števila..... 44

Kompleksna števila 47

ALGEBRA 49

Algebrski izrazi, enačbe in neenačbe 49

Vektorji v ravnini in prostoru..... 53

GEOMETRIJA IN MERJENJE 56

Evklidska geometrija v ravnini in prostoru.... 56

Geometrijski liki..... 60

Geometrijska telesa 63

FUNKCIJE, KRIVULJE DRUGEGA REDA 66

Pravokotni koordinatni sistem 66

Definicija funkcije in njene lastnosti 69

Linearna funkcija..... 74

Potenčna in korenska funkcija..... 76

Kvadratna funkcija 78

Polinomska funkcija 80

Racionalna funkcija 83

Eksponentna funkcija 84

Logaritemska funkcija 86

Kotne funkcije..... 90

Krivulje drugega reda 93

ANALIZA 96

Zaporedja in vrste 96

Diferencialni račun 100

Integralski račun 103

KOMBINATORIKA, VERJETNOST IN STATISTIKA 106

Kombinatorika 106

Verjetnostni račun 108

Statistika 111

VIRI IN LITERATURA PO POGLAVJIH115

Didaktična priporočila 115

PRILOGE 117

OPREDELITEV PREDMETA

NAMEN PREDMETA

Matematika je veda, ki se ukvarja s preučevanjem števil in oblik ter raziskuje strukture, urejenost in odnose med njimi. Matematika je osnova za številne družboslovne in naravoslovne vede, kot so fizika, kemija, biologija, računalništvo, ekonomija in druga strokovna ter poklicna področja. Poleg tega matematiko uporabljamo v vsakdanjem življenju, na primer pri finančnih odločitvah in merjenju ter pri razumevanju naravnih pojavov in tehnoloških izzivov. Zato se matematična znanja uporabljajo na večini področij človekovega osebnega, družbenega, strokovnega in znanstvenega delovanja.

Namen pouka matematike v gimnaziji je usmerjen k razvijanju matematičnega mišljenja in matematičnega znanja, kar dijak izkazuje z uporabo matematičnih pojmov, postopkov in orodij tako v matematičnih kot v vsakdanjih življenjskih situacijah in pri učenju preostalih srednješolskih predmetov.

Pouk matematike spodbuja razvoj dijakovih miselnih procesov, kritičnega mišljenja in reševanja problemov, navaja pa tudi na sistematičnost, natančnost, doslednost, strukturiranost, vztrajnost, ustvarjalnost in smiselno uporabo digitalne tehnologije.

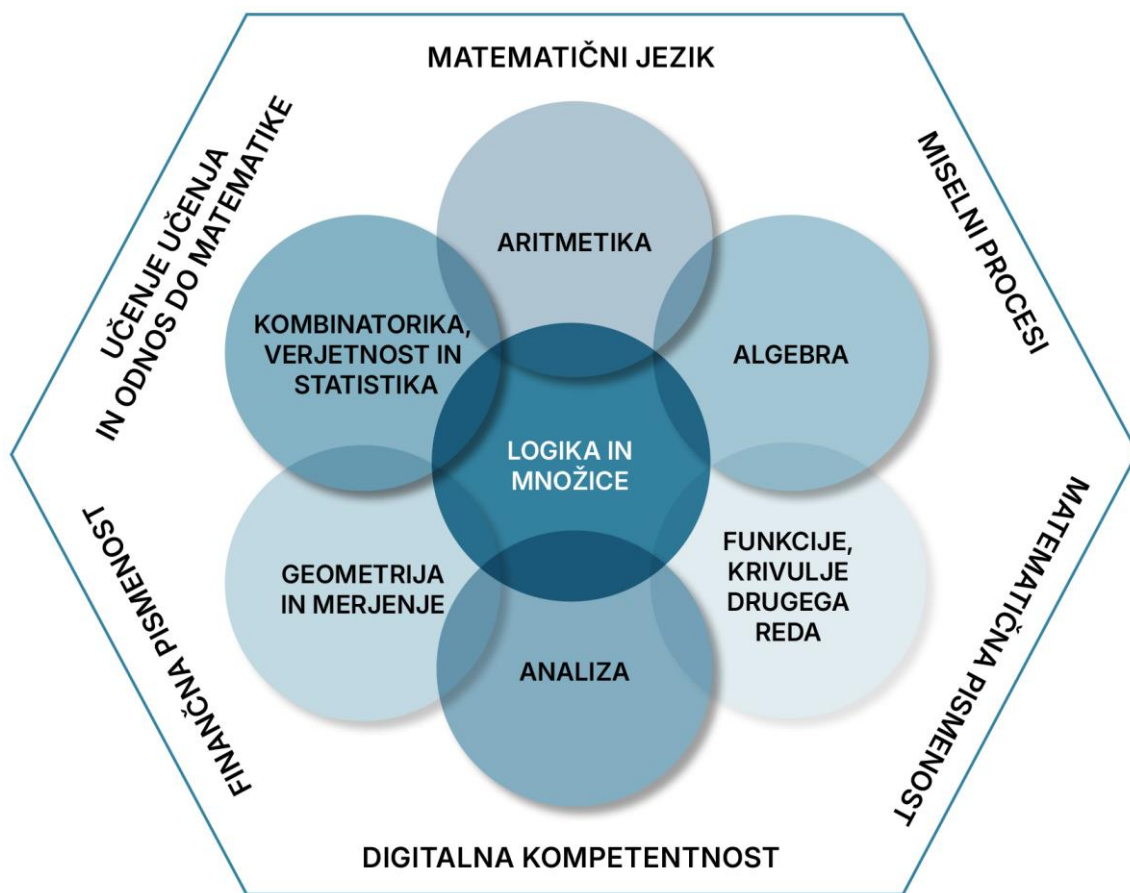
Pouk matematike ozavešča vlogo in uporabnost matematike v vsakdanjem življenju in na strokovnih področjih, opolnomoči dijake za sprejemanje odgovornih odločitev na osnovi matematičnega znanja ter jim nudi potrebno znanje za nadaljnji študij. Z vsem tem pouk tudi omogoča, da dijaki spoznajo praktično uporabnost in smiselnost učenja matematike.

TEMELJNA VODILA PREDMETA

Pouk matematike v gimnazijskem izobraževanju poudarja razvoj matematične pismenosti, dobro poznavanje osnovnih matematičnih znanj, ki jih kasneje dijak lahko uspešno nadgrajuje, pa tudi razvoj matematičnih miselnih procesov, ki so potrebni tako za uporabo znanj v življenju kot tudi za samostojno nadgrajevanje matematičnega znanja. Dijake spodbujamo k uporabi matematičnih pojmov in postopkov v vsakdanjem življenju in na drugih predmetnih področjih. Matematične pojme in postopke obravnavamo na načine, ki so usklajeni z dijakovim kognitivnim razvojem, z njegovimi sposobnostmi, osebnostnimi značilnostmi, njegovim življenjskim okoljem ter osebnimi in poklicnimi interesi. Kjer je mogoče, matematične pojme obravnavamo večkrat, jih ponovimo, poglobimo in nadgradimo. Poskrbeti moramo za ustrezno izgradnjo povezav med matematičnimi pojmi.

V pouk matematike vključujemo raziskovalne dejavnosti, ki jih izvajajo dijaki in so povezane s cilji pouka matematike. Znanje povezujemo znotraj matematičnih vsebin in z vsebinami drugih predmetnih področij. Dijake motiviramo z medpredmetnim povezovanjem in vključevanjem situacij iz vsakdanjega življenja.

V učnem načrtu za matematiko v gimnaziji so matematične vsebine razdeljene v sedem tem: *Logika in množice*, *Aritmetika*, *Algebra*, *Geometrija in merjenje*, *Funkcije in krivulje drugega reda*, *Analiza* ter *Kombinatorika, verjetnost in statistika* (Slika 1). V vseh fazah pouka poleg vsebinskih znanj razvijamo tudi procesna znanja, ki smo jih skupaj s pismenostjo izpostavili v temi *Matematična pismenost, finančna pismenost, odnos do matematike*. Dijake navajamo na različne strategije reševanja (problemskih) nalog, razvijamo kritično mišljenje, razumevanje in uporabo matematičnega jezika, ustvarjalnost, dajanje pobud, sprejemanje odločitev, konstruktivno obvladovanje čustev in sodelovanje.



Slika 1: Vključevanje teme *Matematična pismenost, finančna pismenost, odnos do matematike* v preostale teme učnega načrta

Pri pouku matematike dijaki smiselno uporabljajo digitalno tehnologijo za razvijanje matematičnih pojmov, izvajanje računskih postopkov, raziskovanje in matematično modeliranje različnih situacij ter predstavljanje rezultatov učenja.

OBVEZUJOČA NAVODILA ZA UČITELJE

Pri vsaki skupini ciljev osmišljamo vsebine z obravnavanjem različnih življenjskih situacij iz osebnega, družbenega in strokovnega konteksta, z vključevanjem zgodovinskega vidika obravnavane vsebine.

Pri vsaki skupini ciljev v pouk vključujemo raziskovalne dejavnosti, ki jih izvajamo pri uvajanju novih matematičnih vsebin, pri utrjevanju oz. poglobljanju matematičnih znanj, reševanju problemov in matematičnem modeliranju.

Učitelj pripravi dejavnosti, s katerimi dijakom omogoča, da v vseh fazah pouka smiselno uporabljajo digitalno tehnologijo in posebej računalno. Digitalno tehnologijo uporabljamo kot učni pripomoček in za:

- » učenje nove matematične vsebine,
- » reševanje matematičnih in življenjskih problemov (modeliranje),
- » sodelovanje in predstavljanje rezultatov učenja,
- » preverjanje in ocenjevanje znanja.

Dijaki v vsakem letniku izdelajo vsaj en matematični izdelek (matematična raziskava, sporočilo z matematično vsebino v pisni ali digitalni obliki) ali dejavnost modeliranja ali statistično raziskavo.

Pri ustnem ocenjevanju smiselno vključimo uporabo digitalne tehnologije.

LEGENDA:

- » V **odebeljenem tisku** so zapisani minimalni standardi znanja.
- » V *poševnem tisku* so zapisani standardi znanja, ki so izbirni. Izbirni standardi znanja se lahko ocenjujejo, če smo jih poučevali. Obravnavamo in ocenjujemo jih glede na zmožnosti in interese dijakov. Izbirni standardi znanja se ne ocenjujejo na splošni maturi.
- » Med dvema zvezdicama zapisani **standardi znanja oz. posamezni deli standardov znanja** predstavljajo zahtevnejša znanja oz. poglobljanje obstoječih znanj. Predlagamo, da se to znanje ocenjuje na višji ravni splošne mature.

DODATNA POJASNILA ZA CILJE IN STANDARDE ZNANJA

V standardu znanja opredeljene (in zapisane) višje taksonomske stopnje vključujejo tudi nižje taksonomske stopnje, čeprav eksplicitno niso zapisane, in jih tudi preverjamo ter ocenjujemo. To pomeni npr.:

- » uporaba vključuje tudi razumevanje in poznavanje,
- » utemeljevanje vključuje tudi uporabo, razumevanje in poznavanje.

Po skupinah ciljev je zapisan cilj, da dijak pri učenju uporablja digitalno tehnologijo. Iz tega sledi, da tudi znanje smiselno izkazuje z njeno uporabo. Učitelj smiselno preverja in ocenjuje dijakovo uporabo digitalne tehnologije.

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA

KAŽIPOT PO DIDAKTIČNIH PRIPOROČILIH

Razdelke *Kažipot po didaktičnih priporočilih*, *Splošna didaktična priporočila* in *Splošna priporočila za vrednotenje znanja* je pripravil Zavod RS za šolstvo.

Didaktična priporočila prinašajo učiteljem napotke za uresničevanje učnega načrta predmeta v pedagoškem procesu. Zastavljena so večplastno, na več ravneh (od splošnega h konkretnemu), ki se medsebojno prepletajo in dopolnjujejo.

- » Razdelka **Splošna didaktična priporočila** in **Splošna priporočila za vrednotenje znanja** vključujeta krovne usmeritve za načrtovanje, poučevanje in vrednotenje znanja, ki veljajo za vse predmete po celotni izobraževalni vertikali. Besedilo v teh dveh razdelkih je nastalo na podlagi *Usmeritev za pripravo didaktičnih priporočil k učnim načrtom za osnovne šole in srednje šole* (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/3ladrdr>) ter *Izhodišč za prenovo učnih načrtov v osnovni šoli in gimnaziji* (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/plw0909>) in je v vseh učnih načrtih enako.
- » Razdelek **Specialnodidaktična priporočila področja/predmeta** vključuje tista didaktična priporočila, ki se navezujejo na področje/predmet kot celoto. Zajeti so didaktični pristopi in strategije, ki so posebej priporočeni in značilni za predmet glede na njegovo naravo in specifične.

Učni načrt posameznega predmeta je členjen na *teme*, vsaka tema pa se lahko nadalje členi na *skupine ciljev*.

- » Razdelka **Didaktična priporočila za temo** in **Didaktična priporočila za skupino ciljev** vključujeta konkretne in specifične napotke, ki se nanašajo na poučevanje določene teme oz. skupine ciljev znotraj teme. Na tem mestu so izpostavljene preverjene in učinkovite didaktične strategije za poučevanje posamezne teme ob upoštevanju značilnosti in vidikov znanja, starosti dijakov, predznanja, povezanosti znanja z drugimi predmeti/področji ipd. Na tej ravni so usmeritve lahko konkretizirane tudi s primeri izpeljave oz. učnimi scenariji.

Didaktična priporočila na ravni skupine ciljev zaokrožujeta razdelka **Priporočeni načini izkazovanja znanja** in **Opisni kriteriji**, ki vključujeta napotke za vrednotenje znanja (spremljanje, preverjanje, ocenjevanje) znotraj posamezne teme oz. skupine ciljev.

SPLOŠNA DIDAKTIČNA PRIPOROČILA

Učitelj si za uresničitev ciljev učnega načrta, kakovostno učenje ter optimalni psihofizični razvoj dijakov prizadeva zagotoviti varno in spodbudno učno okolje. V ta namen pri poučevanju uporablja raznolike

didaktične strategije, ki vključujejo učne oblike, metode, tehnike, učna sredstva in gradiva, s katerimi dijakom omogoča aktivno sodelovanje pri pouku, pa tudi samostojno učenje. Izbira jih preišči, glede na namen in naravo učnih ciljev ter glede na učne in druge, za učenje pomembne značilnosti posameznega dijaka, učne skupine ali oddelka.

Varno in spodbudno učno okolje učitelj zagotavlja tako, da:

- » spodbuja medsebojno sprejemanje, sodelovanje, čustveno in socialno podporo;
- » neguje vedoželjnost, spodbuja interes in motivacijo za učenje, podpira razvoj različnih talentov in potencialov;
- » dijake aktivno vključuje v načrtovanje učenja;
- » kakovostno poučuje in organizira samostojno učenje (individualno, v parih, skupinsko) ob različni stopnji vodenja in spodbujanja;
- » dijakom omogoča medsebojno izmenjavo znanja in izkušenj, podporo in sodelovanje;
- » prepozna in pri poučevanju upošteva predznanje, skupne in individualne učne, socialne, čustvene, (med)kulturne, telesne in druge potrebe dijakov;
- » dijakom postavlja ustrezno zahtevne učne izzive in si prizadeva za njihov napredek;
- » pri dijakih stalno preverja razumevanje, spodbuja ozaveščanje in usmerjanje procesa lastnega učenja;
- » proces poučevanja prilagaja ugotovitvam sprotne spremljanja in preverjanja dosežkov dijakov;
- » omogoča povezovanje ter nadgrajevanje znanja znotraj predmeta, med predmeti in predmetnimi področji;
- » poučuje in organizira samostojno učenje v različnih učnih okoljih (tudi virtualnih, zunaj učilnic), ob uporabi avtentičnih učnih virov in reševanju relevantnih življenjskih problemov in situacij;
- » ob doseganju predmetnih uresničuje tudi skupne cilje različnih področij (jezik, državljanstvo, kultura in umetnost; trajnostni razvoj; zdravje in dobrobit; digitalna kompetentnost; podjetnost).

Učitelj pri uresničevanju ciljev in standardov znanja učnega načrta dijakom omogoči prepoznavanje in razumevanje:

- » smisla oz. namena učenja (kaj se bodo učili in čemu);
- » uspešnosti lastnega učenja oz. napredka (kako in na temelju česa bodo vedeli, da so pri učenju uspešni in so dosegli cilj);
- » pomena različnih dokazov o učenju in znanju;
- » vloge povratne informacije za stalno izboljševanje ter krepitev občutka »zmorem«;
- » pomena medvrstniškega učenja in vrstniške povratne informacije.

Za doseganje celostnega in poglobljenega znanja učitelj načrtuje raznolike predmetne ali medpredmetne učne izzive, ki spodbujajo dijake k aktivnemu raziskovanju, preizkušanju, primerjanju, analiziranju, argumentiranju,

reševanju avtentičnih problemov, izmenjavi izkušenj in povratnih informacij. Ob tem nadgrajujejo znanje ter razvijajo ustvarjalnost, inovativnost, kritično mišljenje in druge prečne veščine. Zato učitelj, kadar je mogoče, izvaja projektni, problemski, raziskovalni, eksperimentalni, izkustveni ali praktični pouk in uporablja temu primerne učne metode, pripomočke, gradiva in digitalno tehnologijo.

Učitelj upošteva raznolike zmožnosti in potrebe dijakov v okviru notranje diferenciacije in individualizacije pouka ter personalizacije učenja s prilagoditvami, ki obsegajo:

- » učno okolje z izbiro ustreznih didaktičnih strategij, učnih dejavnosti in oblik;
- » obsežnost, zahtevnost in kompleksnost učnih ciljev;
- » raznovrstnost in tempo učenja;
- » načine izkazovanja znanja, pričakovane rezultate ali dosežke.

Učitelj smiselno upošteva načelo diferenciacije in individualizacije tudi pri načrtovanju domačega dela dijakov, ki naj bo osmišljeno in raznoliko, namenjeno utrjevanju znanja in pripravi na nadaljnje učenje.

Individualizacija pouka in personalizirano učenje sta pomembna za razvijanje talentov in potencialov nadarjenih dijakov. Še posebej pa sta pomembna za razvoj, uspešno učenje ter enakovredno in aktivno vključenost dijakov s posebnimi vzgojno-izobraževalnimi potrebami, z učnimi težavami, dvojno izjemnih, priseljencev ter dijakov iz manj spodbudnega družinskega okolja. Z individualiziranimi pristopi preko inkluzivne poučevalne prakse učitelj odkriva in zmanjšuje ovire, ki dijakom iz teh skupin onemogočajo optimalno učenje, razvoj in izkazovanje znanja, ter uresničuje v individualiziranih programih in v drugih individualiziranih načrtih načrtovane prilagoditve vzgojno-izobraževalnega procesa za dijake iz specifičnih skupin.

SPLOŠNA PRIPOROČILA ZA VREDNOTENJE ZNANJA

Vrednotenje znanja razumemo kot ugotavljanje znanja dijakov skozi celoten učni proces, tako pri spremljanju in preverjanju (ugotavljanje predznanja in znanja dijaka na vseh stopnjah učenja) kot tudi pri ocenjevanju znanja.

V prvi fazi učitelj kontinuirano spremlja in podpira učenje, preverja znanje vsakega dijaka, mu nudi kakovostne povratne informacije in ob tem ustrezno prilagaja lastno poučevanje. Pred začetkom učnega procesa učitelj najprej aktivira in ugotavlja dijakovo predznanje in ugotovitve uporabi pri načrtovanju pouka. Med učnim procesom sproti preverja doseganje ciljev pouka in standardov znanja ter spremlja in ugotavlja napredek dijaka. V tej fazi učitelj znanja ne ocenjuje, pač pa na osnovi ugotovitev sproti prilagaja in izvaja dejavnosti v podporo in spodbudo učenju (npr. dodatne dejavnosti za utrjevanje znanja, prilagoditve načrtovanih dejavnosti in nalog glede na zmožnosti in potrebe posameznih dijakov ali skupine).

Učitelj pripomore k večji kakovosti pouka in učenja, tako da:

- » sistematično, kontinuirano in načrtno pridobiva informacije o tem, kako dijak dosega učne cilje in usvaja standarde znanja;
- » ugotavlja in spodbuja razvoj raznolikega znanja – ne le vsebinskega, temveč tudi procesnega (tj. spretnosti in veščin), spremlja in spodbuja pa tudi razvijanje odnosnega znanja;

- » spodbuja dijaka, da dosega cilje na različnih taksonomskih ravneh oz. izkazuje znanje na različnih ravneh zahtevnosti;
- » spodbuja uporabo znanja za reševanje problemov, sklepanje, analiziranje, vrednotenje, argumentiranje itn.;
- » je naravnani na ugotavljanje napredka in dosežkov, pri čemer razume, da so pomanjkljivosti in napake zlasti priložnosti za nadaljnje učenje;
- » ugotavlja in analizira dijakovo razumevanje ter odpravlja vzroke za nerazumevanje in napačne predstave;
- » dijaka spodbuja in ga vključuje v premisleke o namenih učenja in kriterijih uspešnosti, po katerih vrednoti lastno učno uspešnost (samovrednotenje) in uspešnost vrstnikov (vrstniško vrednotenje);
- » dijaku sproti podaja kakovostne povratne informacije, ki vključujejo usmeritve za nadaljnje učenje.

Ko so dejavnosti prve faze (spremljanje in preverjanje znanja) ustrezno izpeljane, sledi druga faza, ocenjevanje znanja. Pri tem učitelj dijaku omogoči, da lahko v čim večji meri izkaže usvojeno znanje. To doseže tako, da ocenjuje znanje na različne načine, ki jih je dijak spoznal v procesu učenja. Pri tem upošteva potrebe dijaka, ki za uspešno učenje in izkazovanje znanja potrebuje prilagoditve.

Učitelj lahko ocenjuje samo znanje, ki je v učnem načrtu določeno s standardi znanja. Predmet ocenjevanja znanja niso vsi učni cilji, saj vsak cilj nima z njim povezanega specifičnega standarda znanja. Učitelj ne ocenjuje stališč, vrednot, navad, socialnih in čustvenih veščin ipd., čeprav so te zajete v ciljnih učnega načrta in jih učitelj pri dijaku sistematično spodbuja, razvija in v okviru prve faze tudi spremlja.

Na podlagi standardov znanja in kriterijev uspešnosti učitelj, tudi v sodelovanju z drugimi učitelji, pripravi kriterije ocenjevanja in opisnike ter jih na ustrezen način predstavi dijaku. Če dijak v procesu učenja razume in uporablja kriterije uspešnosti, bo lažje razumel kriterije ocenjevanja. Ugotovitve o doseganju standardov znanja, ki temeljijo na kriterijih ocenjevanja in opisnikih, se izrazijo v obliki ocene.

Učitelj z raznolikimi načini ocenjevanja omogoči izkazovanje raznolikega znanja (védenje, spretnosti, veščine) na različnih ravneh. Zato poleg pisnih preizkusov znanja in ustnih odgovorov ocenjuje izdelke (pisne, likovne, tehnične, praktične in druge za predmet specifične) in izvedbo dejavnosti (govorne, gibalne, umetniške, eksperimentalne, praktične, multimedijske, demonstracije, nastope in druge za predmet specifične), s katerimi dijak izkaže svoje znanje.

SPECIALNODIDAKTIČNA PRIPOROČILA PODROČJA/PREDMETA

Učitelj pri poučevanju matematike zagotavlja učno okolje, pri katerem poleg usmeritev iz splošnih didaktičnih priporočil posebej poudarja naslednje vidike:

- » Matematične vsebine osmišlja z **medpredmetnim povezovanjem** in **obravnavanjem različnih življenjskih situacij**.

- » Ugotavlja **matematično predznanje** dijakov in poudarja pomen aktivacije predznanja, saj je matematično znanje izgrajeno izrazito hierarhično in je za uspešno učenje matematike treba usvojiti nekatere ključne pojme in koncepte.
- » Sproti ugotavlja, kako so dijaki razumeli matematične pojme in postopke, ter zazna **napačne in pomanjkljive predstave** (npr. pri razvoju koncepta funkcije, razvijanja algebrskih pojmov in postopkov). Načrtuje dejavnosti za njihovo odpravo in jih prilagaja **različnim skupinam dijakov** od učno zmožnejših do učno šibkejših.
- » Z raznolikimi dejavnostmi v povezavi s cilji pouka matematike pri dijakih učitelj razvija **konceptualno, proceduralno in problemsko znanje**. Premišljeno zastavlja vprašanja na različnih taksonomskih ravneh. Uravnoteženo skrbi za razvoj **vsebinskega in procesnega** matematičnega znanja, kar lahko doseže z vključevanjem **učenja z raziskovanjem** kot didaktične strategije.
- » Matematične pojme in postopke **reprezentira na različne načine** (konkretno, grafično, simbolno) in spodbuja dijake k fleksibilnemu prehajanju med njimi, kar pripomore k večjemu razumevanju. V ta namen v pouk vključuje nazorne zglede. Pri tem uporablja različne didaktične pripomočke in ponazorila ter načrtuje dejavnosti, kjer jih uporabljajo in soustvarjajo tudi dijaki.
- » Spodbuja uporabo **različnih matematičnih postopkov in razvijanje lastnih strategij** reševanja problemov.
- » V pouk vključuje primere uporabe matematike v življenjskih situacijah, kjer se pri pouku sistematično izvajajo dejavnosti matematičnega modeliranja. Pri vsaki skupini ciljev matematično vsebino osmislimo z vidika uporabe v življenjskih situacijah.
- » Pri svojem pedagoškem delu uporablja **matematični jezik** ^{SC}(1.1.2.1) ^{SC}(1.1.2.2) in tako dijakom omogoči, da po njegovem zgledu tudi sami razvijajo sposobnost uporabe ustrezne matematične terminologije (tudi pri vrstniškem učenju) ^{SC}(1.1.1.1).
- » V različnih fazah pouka in z različnim namenom vključuje **digitalno tehnologijo**, pri čemer posebej pazi na to, da so dijaki aktivni uporabniki (individualno delo z digitalno tehnologijo) in da digitalna tehnologija ni samo v funkciji frontalne predstavitve. Pri vsaki skupini ciljev v pouk smiselno vključimo uporabo digitalne tehnologije.
- » Pri različnih temah dijake uči smiselne uporabe **računala**.
- » Z jasnostjo pri organizaciji dela (sistematičnost, natančnost, kriteriji uspešnosti) in vodenju pouka (zaupanje, spoštovanje, vključevanje vseh deležnikov) prispeva k **pozitivnem odnosu do učenja matematike** in večji motivaciji za njeno učenje. ^{SC}(3.1.3.2) ^{SC}(3.1.2.4)
- » Pri pouku matematike nameni čas raziskovalnim aktivnostim v različnih fazah učnega procesa in jih v skladu z zapisanimi standardi znanja lahko tudi oceni.
- » Učitelj pri dijakih razvija metakognicijo in jim tako omogoča, da postanejo odgovorni za svoje matematično znanje in spretnosti.

Nadarjenim in vedoželjnim dijakom v čim večji meri omogočimo reševanje zahtevnejših in odprtih nalog ter reševanje različnih problemov. Spodbujamo ustvarjalno in kritično mišljenje ter razvijanje sposobnosti utemeljevanja in dokazovanja. Spodbujamo jih k samostojnemu iskanju dodatnih virov informacij, raziskovanju

matematičnih tem, sodelovanju na tekmovanjih iz znanja matematike ter k predstavitvi njihovih ugotovitev sošolcem, s čimer krepijo tudi komunikacijske veščine. Ponudimo jim možnost projektnega dela, kjer lahko povezujejo matematiko z drugimi področji (npr. naravoslovje, tehnika, računalništvo) in razvijajo interdisciplinarni pogled na znanost.

Dijakom z učnimi težavami nudimo več postopnega vodenja, razlago vsebine s konkretnimi primeri, uporabo konkretnih in grafičnih pripomočkov (npr. skic, modelov, interaktivnih orodij) ter prilagodimo hitrost usvajanja znanja njihovim zmožnostim. Zagotovimo jim več priložnosti za ponavljanje in utrjevanje osnovnih pojmov in postopkov, postopno nadgrajevanje znanja ter jih spodbujamo k postavljanju vprašanj in sodelovanju v manjših, podpornih skupinah. Uporabljamo diferencirane naloge, ki omogočajo uspeh na različnih ravneh zahtevnosti, ter jih spodbujamo k uporabi strategij za samouravnavanje učenja (npr. zapisovanje korakov reševanja, uporaba miselnih vzorcev).

UMEŠČANJE SKUPNIH CILJEV V POUK MATEMATIKE

Dijak v gimnazijskem izobraževanju pridobiva znanje, veščine in spretnosti, ki izhajajo iz predmetnih področij ter področja vseživljenjskega učenja. Ta znanja so v učnem načrtu opredeljena kot skupni cilji in dijaku omogočijo razvoj lastnih potencialov, pripravljenost za nadaljnje izobraževanje in delo, motivacijo za vseživljenjsko učenje ter prilagajanje kompleksnim in spreminjajočim se okoliščinam sodobnega sveta.

Skupni cilji sledijo načelom interdisciplinarnosti in integrativnega kurikula, kjer učni proces ni omejen zgolj na posamezne predmete, temveč vključuje reševanje skupnih problemov in iskanje odgovorov na problemska vprašanja ter izhajajo iz petih področij:

- » Jezik, državljanstvo, kultura in umetnost,
- » Trajnostni razvoj,
- » Zdravje in dobrobit,
- » Digitalna kompetentnost,
- » Podjetnost.

Namen skupnih ciljev in opis posameznih kompetenc je zapisan v skupni_cilji.pdf

(https://www.zrss.si/pdf/skupni_cilji.pdf).

Področje skupnih ciljev **Jezik, državljanstvo, kultura in umetnost** je opredeljeno s tremi podpodročji, ki gradijo posameznikova jezikovna znanja in zmožnosti, individualno vpetost v lokalno, nacionalno in globalno okolje ter razvijajo kulturno zavest za izzive današnjega časa in družbe prihodnosti. Z namenom razvijanja tega področja skupnih ciljev pri pouku matematike učitelj pri dijaku razvija natančno izražanje in uporabo matematične terminologije in simbolov, spodbuja dijaka k matematičnemu utemeljevanju, vključuje naloge, ki obravnavajo družbene in etične probleme, npr. analize podatkov o človekovih pravicah, volilnih sistemih ali ekonomskih neenakostih, ter vključuje situacije, pri katerih dijak oblikuje izdelke, ki temeljijo na matematičnih principih.

Področje **Trajnostni razvoj** vključujemo v pouk kot odziv na potrebe po opolnomočenju dijakov za soočanje z lokalnimi in globalnimi izzivi. Vzgoja in izobraževanje za trajnostni razvoj (VITR) je vseživljenjski, celostni in transformativni proces. Pri tem dijak razvija znanja, spretnosti, vrednote in stališča za sprejemanje odločitev in odgovorno delovanje za okoljsko celovitost, gospodarsko uspešnost in družbeno pravičnost. Z namenom

razvijanja tega področja pri pouku matematike učitelj vključuje naloge, ki obravnavajo okoljske probleme (npr. izračuni ogljičnega in ekološkega odtisa, analiza podatkov o podnebnih spremembah ali optimizacija rabe naravnih virov), spodbuja dijake k reševanju matematičnih problemov, ki vključujejo družbene izzive (npr. dostop do izobraževanja, analiza demografskih podatkov), ter medpredmetno povezuje matematične teme s temami drugih predmetov (npr. z biologijo, geografijo, družboslovjem). SC (2.3.1.1) SC (2.2.3.1) SC (2.3.3.1)

Področje **Zdravje in dobrobit** je opredeljeno z duševno dobrobitjo, ki jo krepimo z dejavnostmi, ki podpirajo samozavedanje, samouravnavanje in postavljanje ciljev, s telesno dobrobitjo, ki jo spodbujamo z gibanjem, zdravimi navadami in ozaveščanjem o pomenu zdravja, ter s socialno dobrobitjo, ki jo krepimo z razvijanjem komunikacijskih spretnosti, empatije in prosocialnega vedenja. V sklopu tega področja učitelj matematike dijaka spodbuja h kritičnemu razmišljanju in samostojnosti, kar krepi samozavest, uporablja matematične igre za spodbujanje pozitivnega odnosa do matematike, načrtuje dejavnosti, ki vključujejo gibanje (npr. učenje po postajah), in dijaku omogoči redne odmore za razgibavanje. Učitelj pri reševanju življenjskih problemov vključuje področje zdravja, tako da na primer skupaj z dijaki obravnava razmnoževanje virusov pri eksponentni funkciji, vpliv hrupa na človeka pri logaritemski funkciji, škodljivost kajenja pri statistični obdelavi ipd. SC (3.2.4.1) SC (3.2.4.2)

Področje **Digitalna kompetentnost** zajema informacijsko in podatkovno pismenost, digitalno komuniciranje in sodelovanje, ustvarjanje digitalnih vsebin, digitalno varnost in reševanje problemov. Z namenom razvijanja tega področja učitelj pri pouku matematike vključuje uporabo digitalne tehnologije (npr. računalna, grafičnega računalna, e-tablic, računalnika) in spodbuja dijake k iskanju, uporabi in kritični presoji digitalnih virov. Dijak uporabi digitalno tehnologijo pri pridobivanju novih matematičnih znanj (npr. raziskovanje lastnosti funkcij), pri reševanju problemov (npr. modeliranje, reševanje matematičnih problemov), pri načrtovanju (npr. grafov funkcij, geometrijskih konstrukcij), pri medsebojnem sodelovanju SC (4.2.4.1) in pri drugih dejavnostih.

Razvijanje področja **Podjetnost** pri dijaku pomembno prispeva k njegovi pripravljenosti na prihodnost, k osebnemu razvoju in razvoju v odgovornega državljana. Dijaki pridobijo spretnosti za sodelovanje, ustvarjalnost, samozavest, finančno pismenost in zmožnost preoblikovanja idej v dejanja. Z namenom razvijanja podjetnosti učitelj pri pouku matematike vključuje situacije, pri katerih dijak prepozna in rešuje probleme (npr. optimizacija stroškov podjetja, analiza tržnih podatkov, izdelava nove embalaže), spodbuja dijake pri delu v skupinah, znotraj katerih si delijo vloge ter komunicirajo, vključuje naloge, ki zahtevajo od dijaka ustvarjalno mišljenje (npr. oblikovanje matematičnih modelov, iskanje inovativnih rešitev za matematične izzive) ali obravnavajo finančne koncepte (npr. izračun obresti, analiza investicije, priprava finančnega načrta SC (5.2.5.1) SC (5.2.5.2) SC (5.2.5.3)) in spodbuja dijake k reflektiranju lastnih odločitev in vrednotenju rezultatov, kar krepi dijakovo odgovornost in prilagodljivost.

TEME, CILJI, STANDARDI ZNANJA



MATEMATIČNA PISMENOST, FINANČNA PISMENOST, ODNOS DO MATEMATIKE

OBVEZNO

OPIS TEME

Pri pouku matematike dijaki razvijajo znanja, ki prečijo različne skupine ciljev in so hkrati prenosljiva tudi na druga predmetna področja. Ta znanja razvijamo pri več oz. vseh matematičnih temah in z njimi osmišljamo matematične vsebine ter uporabnost matematike v življenjskih situacijah.

Ta znanja so zapisana v naslednjih skupinah ciljev:

- » Matematični jezik kot osnova matematične pismenosti,
- » Miselni procesi in reševanje problemov pri matematiki,
- » Matematika pri razvijanju finančne pismenosti,
- » Digitalna kompetentnost pri matematiki,
- » Učenje učenja in odnos do matematike.

Te skupine ciljev so neposredno povezane s skupnimi cilji na petih področjih (Jezik, državljanstvo, kultura in umetnost; Trajnostni razvoj; Zdravje in dobrobit; Digitalna kompetentnost; Podjetnost), ki jih je potrebno razvijati pri vseh šolskih predmetih.

Pri pouku matematike poudarjamo ustrezno uporabo strokovne terminologije in simbolov, tako pri pisnem in ustnem sporočanju kot pri branju in poslušanju. Matematika je predmet, pri katerem razvijamo različne miselne procese. Poseben poudarek dajemo razvijanju matematične, finančne in digitalne pismenosti. Ob vsem tem ne pozabljamo na usmerjanje dijakov k ustreznim načinom učenja matematike in na razvijanje odnosa do matematike, ki se kaže v uporabnosti matematike v vsakdanjem življenju in na strokovnih področjih.

Skupni cilji petih področij sledijo načelom interdisciplinarnosti in integrativnega kurikula, kjer učni proces ni omejen zgolj na posamezne predmete, temveč vključuje reševanje skupnih problemov in iskanje odgovorov na problemska vprašanja.

MATEMATIČNI JEZIK KOT OSNOVA MATEMATIČNE PISMENOSTI

CILJI

Dijak:

O: uporablja matematični jezik pri sporazumevanju v matematičnem in drugih kontekstih.

SC (1.1.4.1 | 1.1.2.1 | 1.1.2.2 | 1.1.1.1 | 4.2.4.1 | 4.3.1.1 | 4.3.2.1 | 4.3.3.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

- » uporabi matematično terminologijo in simbole;
- » oblikuje sporočila z matematično vsebino (statistična raziskava, matematična raziskava, reševanje življenjskega problema, poročilo, grafični organizatorji, povzetek, plakat ...), **tudi v digitalni obliki, in jih predstavi;**
- » utemelji trditve ter predstavi, razloži in povzame proces reševanja nalog in problemov.

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Pri pouku matematike poudarjamo ustrezno uporabo terminologije in simbolov, tako pri pisnem in ustnem sporočanju kot pri branju in poslušanju. Skupina ciljev *Matematični jezik kot osnova matematične pismenosti* je tako neobhodno potrebna in uporabljena pri vsaki matematični temi in je del področja **Jezik, državljanstvo, kultura in umetnost** (https://www.zrss.si/pdf/skupni_cilji.pdf).

Jezik pri pouku matematike je kompleksen, saj vključuje tako govorjeni (vsakdanji) jezik kot matematični jezik. Matematični jezik vključuje:

- » matematično terminologijo, s katero poimenujemo matematične pojme in odnose med njimi, objekte in strukture;
- » matematične simbole, s katerimi dosežemo krajši zapis;
- » natančnost in jasnost, z uporabo matematične terminologije in simbolov pa dosežemo zgoščenost jezika.

Dijak uporablja matematični jezik na različne načine, ki jih navajamo v nadaljevanju:

1. **Dijak posluša in z razumevanjem bere različna sporočila z matematično vsebino, kar izkazuje tako da:**

- » razume enostavna, strukturirana in kompleksna sporočila z matematično vsebino (povzame s svojimi besedami, odgovori na vprašanja, poišče ključne besede in bistvo, izpiše podatke ali/in jih predstavi/zapiše v drugačni obliki ...);
- » uporablja ustrezne bralne učne strategije pri branju matematičnih besedil in pri reševanju besedilnih nalog (več o bralnih učnih strategijah v priročniku S. Pečjak in A. Gradišar *Bralne učne strategije*, 2., razširjena in dopolnjena izd., Zavod Republike Slovenije za šolstvo, 2015);
- » samostojno pridobi podatke iz verodostojnih virov (ustnih, pisnih, digitalnih) in jih ustrezno citira;
- » v sporočilu prepozna matematično terminologijo in simbole ter razume njen pomen.

Pri pouku lahko obravnavamo tudi besedilo v tujem jeziku.

2. Dijak pisno in ustno oblikuje različna sporočila z matematično vsebino tudi z uporabo digitalne tehnologije, kar izkazuje tako, da:

- » z ustrezno terminologijo in simboli zapiše matematično sporočilo;
 - » pri opisovanju matematičnih objektov, struktur in njihovih lastnosti uporablja ustrezno terminologijo in simbole;
 - » sodeluje v matematični razpravi z učiteljem in/ali sošolci (v živo ali na daljavo v spletnih okoljih). 
- (4.2.4.1)

Dijaki v vsakem letniku oblikujejo vsaj eno sporočilo z matematično vsebino (pri pouku ali kot domačo nalogo) v digitalni obliki, npr. računanje s števili izrazi, zapis reševanja enačbe, zapis poenostavljanja algebrskega izraza, problemska naloga in njeno reševanje, matematična raziskava, statistična raziskava, predstavitev matematične vsebine z ustreznim grafičnim organizatorjem, povzetek tematskega sklopa, odgovori na maturitetna vprašanja.  (4.3.1.1)  (4.3.2.1)  (4.3.3.1)

Pri oblikovanju matematičnih sporočil se v 1. letniku lahko povežemo z informatiko.

3. Dijak predstavi, razloži, utemelji in povzame proces reševanja nalog in problemov

V vseh fazah reševanja nalog in problemov nudimo dijakom možnost, da svoje delo oziroma potek reševanja, ki zahteva obvladovanje matematičnih postopkov ali uporabo strategij, povzamejo v govorjenem (vsakdanjem) in matematičnem jeziku. To pomeni, da predstavijo, razložijo ali utemeljijo svoj pristop k reševanju ter lastne ugotovitve svojim sošolcem ali učitelju. S tako predstavitvijo dijak ozavešča svoje mišljenje pri reševanju ter analizira pristope in rešitve.

Dejavnost predstavljanja lahko izpeljemo na različne načine (npr. ustno, pisno, s konkretnimi materiali, grafično s sliko/preglednicami/prikazi, s simbolnim zapisom), lahko pa prehajamo z enega načina predstavitve na drugega. Pomembno je, da izbira načina predstavitve izhaja iz konteksta in namena. Predstavitve lahko potekajo individualno, v dvojicah ali v skupinski obliki.

Primeri dejavnosti

 https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Vodena razprava pri matematiki (https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/foto2qc), M. Škrinar Majdič in I. Kovač Gregorič, Zbornik izbranih prispevkov KUPM 2016 (https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/ajw5s3d), 2017, str. 200.
 https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Poučevanje in učenje učenja matematike – iz teorije v prakso (https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/104y6be), A. Sambolič Beganović in J. Bone, Vzgoja in izobraževanje, 3/2017, str. 3–30.
 https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Uči me učiti se matematiko (https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/6cs6blu), A. Sambolič Beganović in J. Bone, Vzgoja in izobraževanje (https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/der9f8u), 6/2012, str. 52–61.

MISELNI PROCESI IN REŠEVANJE PROBLEMOV PRI MATEMATIKI

CILJI

Dijak:

- : primerja, razvršča, sistematično opazuje in izpeljuje sklepe;
- : oblikuje definicije, izpeljuje pravila, trditve, izreke;
- : postavlja (raziskovalna) vprašanja in predvideva rešitve;
- : razvija zmožnost analiziranja in oblikovanja sinteze, sklepanja, utemeljevanja, dokazovanja;
- : razvija abstraktno mišljenje;
- : razvija algoritmično mišljenje;
- SC (4.3.4.1)
- : razvija kritično mišljenje;
- SC (2.2.2.1)
- : ozavešča vlogo matematike v vsakdanjem življenju in jo povezuje z drugimi področji;
- : prepozna in rešuje življenjske probleme (iz osebnega, družbenega in strokovnega konteksta), ki omogočajo matematično obravnavo.
- SC (2.2.3.1 | 2.3.3.1 | 4.5.2.1 | 4.5.4.1 | 5.1.1.1 | 1.1.1.1 | 1.1.2.2)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

- » uporabi smiselne postopke in strategije (npr. poskusi in napake, metoda reševanja nazaj, sistematično preizkušanje, posebni primeri, analogija, induktivno sklepanje, dokaz s protislovjem) **pri reševanju nalog** in problemov;
- » uporabi, preveri, *oblikuje* algoritem za rešitev problema, *odpravi napake v algoritmu*;
- » izdela matematično raziskavo;
- » uporabi matematične pojme, postopke in orodja v življenjskih situacijah;
- » z matematičnim modeliranjem reši življenjski problem;
- » uporabi dani matematični model v življenjski situaciji in ga vrednoti.

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Skupina ciljev *Miselni procesi in reševanje problemov pri matematiki* je zastopana pri vsaki matematični temi, saj z matematiko vseskozi razvijamo različne miselne procese. Truditi se moramo, da matematiko predstavimo kot uporabno vedo in da poleg matematičnih problemov vključimo vanjo čim več življenjskih problemov, ki dajo matematiki uporaben značaj. Predvsem se trudimo, da v uporabo vključimo trajnostni razvoj in življenjske probleme črpamo tudi s področja **Trajnostni razvoj** (https://www.zrss.si/pdf/skupni_cilji.pdf).

V zapisanih standardih za to skupino ciljev in za skupine ciljev v nadaljevanju se uporabljajo naslednji pojmi:

Problem: pobuda oz. izziv (naloge, situacija, vprašanje), ki zahteva izvirno rešitev, vendar pot do rešitve dijaku ni (dana) znana, zato jo mora poiskati z lastnimi miselnimi procesi.

Življenjski problem: naloga, situacija ali vprašanje, ki zahteva izvirno rešitev, vendar pot preoblikovanja življenjskega konteksta v matematično nalogo, ki jo mora rešiti, ni znana in jo mora dijak poiskati z lastnimi miselnimi procesi. Kontekst življenjskega problema izhaja iz življenja oz. vsakdana (npr. del časopisnega članka, rezultati raziskave oz. znanstvene razprave, novica, reklama itd.), podatki velikokrat niso didaktično prilagojeni predznanju oz. razvojni stopnji dijakov.

Matematični problem: naloga, situacija ali vprašanje z izbranega matematičnega področja, ki zahteva izvirno rešitev, vendar pot do rešitve ni (dana) znana, zato jo mora dijak s pomočjo predznanja (pridobljenega pri pouku) poiskati z lastnimi miselnimi procesi.

Raziskovanje: obravnava problemskih situacij z nejasnimi cilji (raziskujemo naloge oz. izzive, v katerih ni natančno določeno, kaj moramo ugotoviti in kako pridemo do rešitev).

Matematična raziskava: raziskovanje matematičnega problema, pri katerem dijak z uporabo znanja in miselnih procesov išče nova pravila, vzorce ali zakonitosti znotraj matematike ter oblikuje in utemeljuje svoje zaključke ter jih zapiše ali/in predstavi.

Matematični model: je posebna vrsta matematične predstavitve obravnavanega nematematičnega objekta oz. pojava z matematičnim jezikom (npr. premo sorazmerje uporabimo kot model pri nakupovanju, geometrijska krogla kot model pri obravnavi žoge). Matematični model je lahko dan kot funkcijski predpis, graf, enačba, sistem enačb, diagram, preglednica, geometrijski objekt, stožnice, slika, opisno ali kako drugače. Matematični model ne razumemo kot ponazoritev matematičnih pojmov z drugimi pojmi (npr. daljico ponazorimo s tanko palico).

Uporaba matematičnega modela: opišemo dane in lastne modele z različnimi matematičnimi reprezentacijami, razložimo model in upoštevamo značilnosti konteksta (ustrezne enote, natančnost, zaokroževanje), uporabimo različna orodja (merilni pripomočki, pripomočki za računanje in grafično prikazovanje ...), uporabimo tehnike za simuliranje modela (računalniške preglednice, programi za delo s funkcijami, programi dinamične geometrije ...), interpretiramo matematične rešitve (izračune, dobljene z modelom) v kontekstu.

Matematično modeliranje: proces, kjer oblikujemo in vrednotimo (približen) matematični opis neke življenjske situacije – matematični model (npr. met žoge opišemo s kvadratno funkcijo, model je nekoliko poenostavljen, ker ne upoštevamo zračnega upora).

Celostni pristop učenja in poučevanja uresničujemo z raziskovalno dejavnostjo, reševanjem življenjskih problemov, vključevanjem aktualnih vsebin in sodobnih tehnologij pri vsaki skupini ciljev v različnih fazah učenja. Pri pouku matematike razvijamo opisovanje življenjskih pojavov z matematičnim jezikom, ki je univerzalen in ga razumejo tudi drugi.

Dodatno motivacijo in boljše razumevanje pri dijakih dosežemo s primeri, ki osmišljajo matematične vsebine, s sodobnimi gradivi in z uporabo digitalne tehnologije. Kljub temu da so podobne in pogoste računske vaje potrebne in koristne za razvijanje matematičnih spretnosti, naj razumevanje vsebin prevladuje nad mehanično manipulacijo s simboli.

Primeri matematičnih problemov, ki jih rešujemo pri pouku

Dokaži, da je za vsako naravno število n , $n^3 - n$ večkratnik števila 6.
Za katere vrednosti parametra ima funkcija $f(x) = x^2 + ax + 1$ dve različni realni ničli?
Dokaži: Poljubna tri zaporedna naravna števila ne morejo biti dolžine stranic pravokotnega trikotnika.
Dokaži, da polinom $p(x) = x^4 + x^2 + 1$ nima realnih ničel.
Dano je aritmetično zaporedje, v katerem je vsota prvih n členov enaka $n^2 + n$. Določi prvi člen in diferenco zaporedja.

Primeri matematičnih raziskav

	Število, številka, števka, zapis števil v različnih številskih sistemih
	Decimalni zapis racionalnih števil
	Kriteriji deljivosti v drugih številskih sistemih
	Verižni ulomki
	Diofantske enačbe
	Pascalov trikotnik
	Eulerjeva premica
	Krožnica devetih točk
	Apolonijeva krožnica
 https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Seminarska naloga iz geometrije v drugem letniku gimnazije (https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/mfvtvud), K. Ivanec, <i>Matematika v šoli</i> , 1/2022.
	Fraktali in geometrijska zaporedja
	Pitagorejske trojice
 https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Platonska telesa: Raziskovanje obstoja in lastnosti platonskih teles, V. Ternar Horvat, <i>Razvijamo matematično pismenost</i> (https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/hp8fz5i), str. 145.
	Metoda najmanjših kvadratov
	Geometrijsko mesto temen parabol
	Lastnosti družine funkcij s parametrom v funkcijskem predpisu
	Zlati rez
	Linearno programiranje
	Raziskovanje problemov iz teorije grafov

Primeri matematičnega modeliranja

 https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	<i>Posodobitve pouka v gimnazijski praksi: MATEMATIKA</i> (https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz), A. Žakelj in drugi.
 https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	<i>Razvijamo matematično pismenost</i> (https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/hp8fz5i), M. Sirnik in drugi.

MATEMATIKA PRI RAZVIJANJU FINANČNE PISMENOSTI

CILJI

Dijak:

○: ozavešča vlogo matematike pri sprejemanju finančnih odločitev;

SC (5.2.5.1 | 5.2.5.2 | 5.2.5.3)

○: prepozna in rešuje probleme s finančnega področja (iz osebnega, družbenega in strokovnega konteksta), ki omogočajo matematično obravnavo.

SC (5.2.5.1 | 5.2.5.2 | 5.2.5.3 | 2.3.1.1 | 2.3.1.2 | 1.1.1.1 | 1.1.2.2)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

» uporabi finančne pojme in postopke v življenjski situaciji;

» z znanjem matematike reši življenjski problem s finančnega področja.

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Skupina ciljev *Matematika pri razvijanju finančne pismenosti* sodi v področje **Podjetnost**

(https://www.zrss.si/pdf/skupni_cilji.pdf). Za razvoj podjetnosti je finančna pismenost temeljnega pomena.

Finančna pismenost obsega obvladovanje znanj in veščin, ki posamezniku omogočajo, da odgovorno in smotrno ravna s svojimi finančnimi viri. Vključuje razumevanje osnovnih finančnih konceptov, kot so proračun, varčevanje, investiranje, obresti in tveganja, ter sposobnost sprejemanja premišljenih finančnih odločitev.

Opredelitev finančne pismenosti v projektu NA-MA POTI: *Financna_pismenost_gradniki.pdf*

(<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/pn7qn5w>).

Ključne cilje finančne pismenosti uresničujemo skupaj z matematičnimi cilji in jih z njimi tudi smiselno povežemo. Pri matematiki lahko finančno pismenost vključimo k različnim temam oz. skupinam ciljev, pri tem pa smiselno uporabimo digitalno tehnologijo, podatke na spletu in interaktivne izračune (npr. na spletnih straneh bank). Priporočamo, da cilje in standarde znanja v povezavi s finančno pismenostjo vključimo v pouk v vsakem letniku vsaj enkrat.

Primeri dejavnosti

	Primeri (S. Pustavrh). Procentni račun: pocenitev, podražitev, popust, davki in DDV, cene, marža, inflacija, neto plača, bruto plača, prispevki pri plači, osebni proračun Geometrija: stroški gradenj in obdelave površin ter stroški odpadkov pri izdelavi, stroški skladiščenja, investicije Ob reki želimo ograditi pravokotni pašnik, pri čemer daljše stranice ob reki ni treba ograditi. Na voljo imamo natanko 100 m ograje po 20 €/m. Na pašniku bomo posejali travo, za katero bomo plačali 5 €/m². Izračunaj dimenzije pašnika, da bo površina pašnika največja mogoča. Izračunajte skupne stroške ograje in trave za ta največji pašnik. Funkcije: Finančno pismenost lahko povežemo tudi z modeliranjem s funkcijami, kjer postavimo realni finančni model, uporabimo ustrezno funkcijo in izvedemo ustrezno analizo glede na znanje dijakov ter rezultate interpretiramo v finančnem kontekstu. Linearna funkcija: modeliranje stroškov in prihodkov podjetja Podjetje se ukvarja s tiskom knjig. Za pripravo tiska (postavitev strani, priprava plošč) imajo enkratne fiksne stroške 2500 €. Z vsako natisnjeno knjigo se pojavijo variabilni stroški 7,50 € (papir, barva, vezava). Knjigo prodajajo po 25 € na izvod. Zapiši funkcijo celotnih stroškov in celotnih prihodkov. Izračunajte, koliko knjig morajo natisniti, da bodo prihodki enaki stroškom. Zapišite, od katerega števila prodanih knjig naprej tiskarna začne ustvarjati dobiček. Kvadratna funkcija: modeliranje stroškov in prihodkov podjetja Podjetje proizvaja steklenice. Naj bo x proizvedena količina steklenic. Ugotovili so, da je funkcija prihodkov pri prodaji steklenic enaka $P(x) = 50x - 0,2x^2$ in da je funkcija stroškov enaka $S(x) = 500 + 5x$. Zapiši dobiček kot funkcijo števila proizvedenih steklenic in izračunaj, koliko steklenic naj izdelajo, da bo dobiček največji. EkspONENTA in logaritemska funkcija: izračun končne vrednosti glavnice po n letih Maja je vplačala 3000 € na varčevalni račun z letno obrestno mero 1,5 %, Jure pa 2800 € na račun z letno obrestno mero 2,1 %. Izračunaj, po kolikšnem času bosta imela na banki enako denarja.
 https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Priročnik <i>Razvijamo finančno pismenost</i> (https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/5x0ozz8) - Reševanje problema nakupa avtomobila glede na vrsto goriva (S. Vreš) - Statistična analiza bruto plač v podjetju Nano.tex (S. Pustavrh)
 https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Revija <i>Matematika v šoli</i>, 1/2025.

DIGITALNA KOMPETENTNOST PRI MATEMATIKI

CILJI

Dijak:

○: uporablja digitalno tehnologijo za razvijanje matematičnih pojmov in postopkov;

SC (4.5.2.1)

○: uporablja digitalno tehnologijo pri reševanju matematičnih in življenjskih problemov (tudi primere, kjer do rešitve pridemo le z uporabo digitalne tehnologije);

SC (4.5.2.1)

○: kritično uporablja (samostojno in v skupini) digitalno tehnologijo za učenje ter sodelovalne procese.

SC (4.2.4.1 | 3.3.3.1 | 5.3.4.1 | 5.3.4.2)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

» uporabi ustrezno digitalno tehnologijo za rešitev problema;

» kritično vrednoti uporabo digitalne tehnologije, informacije, pridobljene na spletu in z umetno inteligenco.

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Skupina ciljev *Digitalna kompetentnost pri matematiki* je neposredno povezana s področjem **Digitalna kompetentnost** (https://www.zrss.si/pdf/skupni_cilji.pdf), ki jo razvijajo tudi pri drugih predmetih, matematika pa ima tu eno od pomembnejših vlog.

Uporaba digitalne tehnologije se pričakuje in predvideva pri nadaljnjem študiju, v vseh poklicih in na vseh delovnih mestih ter je sestavni del vsakdanjega življenja. Zato mora šola dijake usposobiti za njeno smiselno uporabo. Pouk matematike usposablja predvsem za uporabo tehnologije pri soočanju z matematičnimi in življenjskimi problemi, ki jih rešimo z uporabo matematičnega znanja.

Na različnih vrstah digitalne tehnologije (računala, računalniki, tablični računalniki, mobilne naprave) uporabljamo:

» programsko opremo (programi za dinamično geometrijo, programi za delo s funkcijami, računalniške preglednice, programi za statistično obdelavo podatkov, programi za učenje ali utrjevanje določenih matematičnih vsebin idr.);

- » orodja in programe za zapis in predstavitev podatkov ali rezultatov dela (interaktivna tabla, programi za izdelovanje predstavitev, programi za urejanje besedil in matematičnih formul);
- » e-gradiva, i-učbeniki, svetovni splet, umetna inteligenca;
- » orodja za komunikacijo (spletna učilnica, videokonferenčna okolja), aplikacije za preverjanje znanja (kvizi), družbena omrežja.

Digitalno tehnologijo pri pouku matematike uporabljamo z namenom:

- » razvijanja in usvajanja novih matematičnih pojmov;
- » izvajanja matematičnih postopkov;
- » raziskovanja in reševanja matematičnih in avtentičnih problemov (modeliranje);
- » shranjevanja, razvrščanja, urejanja, predstavljanja rezultatov dela;
- » utrjevanja in preverjanja (pred)znanja;
- » sodelovanja, komunikacije;
- » dajanja povratne informacije.

Poleg pasivne uporabe tehnologije v različnih fazah pouka matematike (učitelj in dijaki uporabljajo že izdelana e-gradiva) vključujemo v pouk matematike aktivno uporabo tehnologije, kjer dijaki po navodilih učitelja samostojno uporabljajo katero od prej navedenih tehnologij za spoznavanje novih pojmov, modeliranje življenjskih situacij in reševanje različnih matematičnih ter življenjskih problemov.

Učitelj pripravi naloge, pri katerih dijaki samostojno uporabijo izbran program za delo s funkcijami in program dinamične geometrije. Dijaki naj v vsakem letniku z urejevalnikom besedil oblikujejo vsaj eno sporočilo z matematično vsebino (npr. zapis enačb, formul, izrazov, vstavljanje grafov funkcij, vstavljanje geometrijskih slik).



UČENJE UČENJA IN ODNOS DO MATEMATIKE

CILJI

Dijak:

○: načrtuje, organizira, spremlja in kritično presoja lastno učenje in znanje ter sprejema odgovornost za svoje znanje;

SC (3.1.2.1 | 3.1.2.2 | 3.1.3.2)

○: reševanje (matematičnih) problemov doživlja kot izziv in kreativno dejavnost;

SC (3.1.2.1 | 3.1.2.2 | 3.1.4.2 | 5.3.5.2)

○: razvija pozitiven odnos do matematičnega znanja, soljudi in družbe.

SC (2.1.3.1)

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Pri pouku matematike ne pozabljamo na usmerjanje dijakov na ustrezne načine učenja matematike in razvijanja zdravega odnosa do matematike, ki se kaže v veselju do spoznavanja novih matematičnih znanj in ne strahu pred njimi. Skupina ciljev *Učenje učenja in odnos do matematike* se dotika področja **Zdravje in dobrobit** (https://www.zrss.si/pdf/skupni_cilji.pdf), kjer razvijamo zdrav način življenja in širši pomen dobrega počutja, saj poudarja tudi duševno in socialno dobrobit. To področje s poudarkom na telesni dobrobiti pri matematiki lahko razvijamo tudi preko življenjskih problemov pri določenih matematičnih temah.

Samovrednotenje

V vrednotenje znanja in napredka so vključeni tudi dijaki in vrstniki. Samovrednotenje dijakom omogoči vpogled v lastno znanje in podpre prepoznavanje močnih ter šibkih področij. Ob tem dijak krepi odgovornost za lastno znanje in jo prevzema nase. Dijak razvija sposobnost nadziranja in usmerjanja procesa lastnega učenja. Dijak v tej fazi išče odgovore na nekatera ključna vprašanja: Kaj znam in razumem? Kaj sem se naučil? Kaj znam zelo dobro? Česa še ne razumem? Kaj mi ni najbolje uspelo? Zakaj mi ni uspelo? Kako se bom naučil tisto, česar še ne znam? Kdo mi bo pomagal?

Domače naloge

Domače naloge so integralni del šolskega dela in so pri matematiki zelo pomembne. Dijake naj bi usposobile za samoizobraževanje, razvile naj bi delovne navade, vztrajnost, natančnost in kritičnost. Domače naloge so osnova samoregulacijskega učenja.

Domača naloga je pomembno izhodišče za delo v naslednji učni uri, zato mora biti skrbno načrtovana. Ima več funkcij: je vaja v spretnostih, z njo utrjujemo znanje in hkrati zmanjšujemo pozabljanje, je preverjanje samega sebe, učenje v novih situacijah, raziskovanje. Dobro načrtovana domača naloga upošteva tudi, da imajo dijaki različne učne stile, zmožnosti in interese. Učitelj naj bo v prvi vrsti pozoren na kakovost domačih nalog in ne na količino. Pri domači nalogi učitelj ustrezno poskrbi za diferenciacijo. Dijaki, ki potrebujejo več utrjevanja, rešijo

več primerov, za druge je dovolj eden ali dva primera. Dijakom, ki jim je matematika izziv, ponudimo kompleksnejše naloge, ki jih lahko rešujejo daljši čas. Svoje rešitev naj dijaki zapišejo in predstavijo sošolcem.

Namen domačega dela mora biti jasen, saj domače delo učitelju in dijakom poleg urjenja strategij zagotavlja tudi povratno informacijo o kritičnih točkah pri usvajanju snovi. Pri pregledu domače naloge se ne pogovarjamo samo o rezultatih, ampak tudi o strategijah reševanja. Redno in premišljeno opravljanje domačih nalog vpliva na kakovost znanja in posledično tudi na oceno. Dijake je treba opozoriti, da domača naloga, prepisana brez razumevanja s pomočjo umetne inteligence ali sošolca, ne vodi do rezultatov, saj brez usvojenega miselnega procesa in napora v teh primerih pri ocenjevanju znanja ni uspeha.

Kot izhodišče za načrtovanje dejavnosti, ki spodbujajo osebni in socialni razvoj ter učenje učenja, se lahko uporabi Evropski okvir za osebno in socialno ključno kompetenco ter kompetenco učenje učenja: lifecomp.pdf (<https://www.zrss.si/pdf/lifecomp.pdf>).

LOGIKA IN MNOŽICE

OBVEZNO

OPIS TEME

Tema je razdeljena na dve skupini ciljev: **Osnove logike** in **Množice**, kjer obravnavamo osnove matematične logike in teorije množic. Logika se ukvarja z oblikami mišljenja, kjer od znanih dejstev pridemo do novih spoznanj. Te procese mišljenja imenujemo sklepanje. Med obravnavo vseh preostalih matematičnih tem se učimo sklepanja in dokazovanja matematičnih trditev in izrekov. V gimnazijskem izobraževanju obravnavamo različne vrste dokazovanja (dokazovanje s protislovjem, matematično indukcijo, direktno dokazovanje, dokazovanje s sliko ...) ter razvijamo sposobnosti njihovega izvajanja. Del sodobne opredelitve matematične pismenosti je tudi zmožnost podajanja prepričljive utemeljitve matematičnih trditev.

Pri obravnavi ciljev iz logike spoznamo osnovne logične povezave (negacija, konjunkcija, disjunkcija, implikacija, ekvivalenca) ter njihovo uporabo pri sklepanju.

Pri obravnavi množic nadgradimo poznavanje in razumevanje osnovnošolskih vsebin, s tem formalno poskrbimo za kasnejšo uporabo znanja o množicah pri številskih in drugih množicah ter preostalih temah.

OSNOVE LOGIKE

CILJI

Dijak:

○: uporablja osnove izjavnega računa in matematični jezik;

SC (1.1.2.2 | 1.1.2.1)

○: uporablja izjavni račun pri zapisovanju, sklepanju in dokazovanju trditev in izrekov.

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

- » pozna in uporabi osnovne pojme logike: izjava, logična vrednost izjave, sestavljena izjava, tautologija, protislovje;
- » uporabi izjavne operacije (negacija, disjunkcija, konjunkcija, implikacija, ekvivalenca) in njihove lastnosti;
- » ubesedeno (sestavljeno) matematično izjavo zapiše z matematičnimi simboli in obratno;
- » določi logično vrednost sestavljene izjave pri vseh logičnih vrednostih enostavnih izjav.

TERMINI

- izjava ◦ enostavna izjava ◦ logična vrednost izjave ◦ resnična (pravilna) izjava ◦ neresnična (nepravilna) izjava ◦ sestavljena izjava ◦ ekvivalentni izjavi ◦ tautologija ◦ negacija ◦ disjunkcija ◦ konjunkcija
- implikacija ◦ ekvivalenca ◦ resničnostna (prailnostna) preglednica ◦ protislovje ◦ De Morganova zakona

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	7
Priporočen letnik obravnave	1. letnik, kot prvo skupino ciljev ali po skupini ciljev Naravna in cela števila
Predznanje	V osnovni šoli se logika kot samostojna vsebina ne obravnava.

Vsebinski in didaktični poudarki

Za izjave uporabimo osnovnošolsko znanje iz aritmetike in geometrije.

Matematični jezik ter izjave in povezave med njimi uporabljamo tudi pri drugih vsebinah, kjer sklepamo, utemeljujemo in dokazujemo (geometrija, števila...).

Enakovredno uporabljamo termine:

- » resnična izjava (R) - pravilna izjava (p) - 1;
- » neresnična (N) - nepravilna (n) - 0.

Utemeljimo lastnosti operacij z izjavami in upoštevamo vrstni red računanja z izjavami.

Pri skupini ciljev Naravna števila poudarimo, da je teorija naravnih števil izpeljana iz osnovnih izjav, ki jih imenujemo Peanovi aksiomi.

Pri skupini ciljev Evklidska geometrija poudarimo, da je le-ta izpeljana iz osnovnih izjav, ki jih imenujemo Evklidovi postulati (aksiomi).

Medpredmetna povezava s slovenščino – priredja in podredja. Preproste povedi iz slovenščine zapišemo z matematičnimi simboli.

Znanje logike uporabimo za ponazoritev logičnih vezij pri računalništvu in elektrotehniki.

Dijaki raziščejo zgodovino logike in dela različnih matematikov. Zgodovina logike je povezana tudi s filozofijo. Za motivacijo lahko dijakom predstavimo katerega od logičnih paradoksov.

MNOŽICE

CILJI

Dijak:

- : nadgradi znanje o množicah;
- : računa z množicami in uporablja lastnosti operacij z množicami;
- !: uporablja relacije.

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

- » pozna in uporabi osnovne pojme o množicah: množica, element množice, enakost množic, podmnožica, univerzalna množica, prazna množica, moč množice, končna množica, neskončna množica;
- » uporabi različne reprezentacije množic in odnosov med njimi (Vennov diagram, simbolni zapis, besedni opis) ter prehaja med njimi;
- » uporabi operacije z množicami in njihove lastnosti (komplement, unija, presek, razlika, kartezični produkt, potenčna množica);
- » določi moč kartezičnega produkta, unije množic, preseka množic *in potenčne množice*;
- » uporabi pojem relacije in njene lastnosti.

TERMINI

- množica ○ element množice ○ enakost množic ○ moč množice ○ prazna množica ○ končna množica
- neskončna množica ○ podmnožica ○ univerzalna množica ○ komplement ○ unija ○ presek ○ De Morganova zakona ○ razlika ○ urejen par ○ kartezični produkt ○ potenčna množica ○ relacija ○ refleksivnost
- tranzitivnost ○ simetričnost ○ antisimetričnost ○ ekvivalenčna relacija ○ Vennov diagram (prikaz) ○ tuji (disjunktni) množici

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	8
Priporočen letnik obravnave	1. letniku, po skupini ciljev Logika
Predznanje	V osnovni šoli učenci predstavijo množice in odnose med njimi z različnimi reprezentacijami (Vennov diagram, simbolni zapis, besedni zapis) ter prehajajo med njimi. Uporabljajo pojme: element množice, podmnožica, prazna množica, končna množica, neskončna množica. Uporabljajo operaciji z množicami: unija in presek. Poznajo številske množice in razumejo odnose med njimi http://www.w3.org/1998/Math/MathML "> $\{N \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R\}$.

Vsebinski in didaktični poudarki

Simbol za podmnožico: $\subseteq$.

Nadgradimo vsebine, ki so bile obravnavane v osnovni šoli, in jih povežemo s številskimi množicami.

Pravila za operacije z množicami naj dijaki odkrivajo čim bolj samostojno.

Pri obravnavi kartezičnega produkta navedemo primere kartezičnega produkta končnih množic in kartezičnega produkta neskončnih množic. Kot primer uporabe navedemo tudi pravokotni koordinatni sistem in šahovnico.

Pri določanju potenčne množice dane množice uporabimo znanje kombinatorike. V prvem letniku oblikujemo formulo za moč potenčne množice s sklepanjem, v četrtem letniku pa formulo dokažemo.

Načelo vključitve-izključitve uporabimo pri kombinatoriki in verjetnostnem računu.

Pri skupini ciljev Statistika in pri predmetu informatika uporabljamo množice podatkov. Npr. biologija: rastlinsko in živalsko drevo (gre za primere podmnožic in disjunktne množice).

Množice v vsakdanjem življenju: imenik telefonskih števil, nakupovalni seznam, baza podatkov o strankah, množica datotek v mapi, množica aplikacij na računalniku, prebivalci izbrane države.

Dijaki lahko sami sestavijo in rešijo nalogo, ki bo vključevala primere množic iz vsakdanjega življenja.

Dijaki lahko raziščejo zgodovinski razvoj pojma množice pri matematiki in dela različnih matematikov.

ARITMETIKA

OBVEZNO

OPIS TEME

Aritmetika je tema, pri kateri nadgradimo znanje o številskih množicah, ki so jih dijaki spoznali že v osnovni šoli. Številске množice razširimo na množico kompleksnih števil. Zato so skupine ciljev razdeljene na: **Naravna in cela števila, Racionalna števila, Realna števila in Kompleksna števila.**

Dijaki uporabljajo:

- » različne reprezentacije števil in številskih množic ter njihove lastnosti,
- » lastnosti računskih operacij in različne strategije računanja,
- » znanje števil v matematičnih in življenjskih situacijah.

Pojmi iz aritmetike so temeljnega pomena za nadaljnje učenje matematičnih vsebin. Dijaki bodo pridobljeno znanje iz aritmetike v veliki meri uporabljali tudi v vsakdanjih življenjskih situacijah in pri opravljanju različnih poklicev.

NARAVNA IN CELA ŠTEVILA

CILJI

Dijak:

- : nadgradi razumevanje koncepta naravnih in celih števil ter z njimi računa;
 - : uporablja osnovni izrek o deljenju naravnih števil in relacijo deljivosti v množici naravnih števil;
 - : uporablja praštevilski razcep naravnih števil (osnovni izrek aritmetike);
 - !: uporablja zapis naravnega števila v različnih številskih sestavih;
 - : dokazuje z matematično indukcijo;
 - : uporablja računalno / digitalno tehnologijo pri računanju z naravnimi in celimi števili.
- SC (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

pozna razloge za vpeljavo naravnih in celih števil ter opiše množico naravnih in celih števil;

razlikuje med množico naravnih in celih števil ter ostalimi številiškimi množicami;
 predstavi naravno in celo število na številiški premici in uporabi lastnosti relacije urejenosti;
 računa z naravnimi in celimi števili ter uporabi lastnosti računskih operacij;
 pozna in uporabi definicijo potence z naravnim eksponentom in izračuna njeno vrednost;
 uporabi in dokaže pravila za računanje s potencami z naravnim eksponentom;
 uporabi desetiški mestni zapis naravnega števila;
 uporabi osnovni izrek o deljenju naravnih števil;
 pozna in uporabi definicijo in lastnosti relacije deljivosti naravnih števil;
 zapiše množico deliteljev in večkratnikov naravnega števila;
 uporabi in utemelji kriterije deljivosti z 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 in 10, kriterij deljivosti z 11;
 uporabi pojma praštevilo in sestavljeno število;
 naravno število zapiše kot produkt potenc s praštevilsko osnovo in določi število vseh njegovih deliteljev;
 dokaže trditev: Praštevil je neskončno mnogo. (Evklidov dokaz);
 izračuna največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik naravnih števil ter uporabi pojem tuji si števili;
 uporabi Evklidov algoritem za iskanje največjega skupnega delitelja;
 *uporabi zvezo $D(a, b) \cdot v(a, b) = a \cdot b$ *;
 pretvori med desetiškim in dvojiškim (drugim) številiškim sestavom;
 induktivno sklepa in posploši, posplošitev dokaže z matematično indukcijo;
 reši matematični in življenjski problem z znanjem o naravnih in celih številih.

TERMINI

◦ naravno število ◦ celo število ◦ nasprotna vrednost števila ◦ potenca z naravnim eksponentom ◦ osnovni izrek o deljenju ◦ delitelj ◦ večkratnik ◦ praštevilo ◦ sestavljeno število ◦ tuji (si) števili ◦ največji skupni delitelj ◦ najmanjši skupni večkratnik ◦ Evklidov algoritem ◦ *matematična indukcija* ◦ pozitivno število
 ◦ produkt (zmnožek)

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	22
Priporočen letnik obravnave	1. letnik, matematično indukcijo obravnavamo v 4. letniku pri zaporedjih
Predznanje	Dijaki so v osnovni šoli spoznali naravna in cela števila ter računske operacije in njihove lastnosti. Poznajo tudi pojme: praštevilo, sestavljeno število, kriterij deljivosti, največji skupni delitelj ter najmanjši skupni večkratnik naravnih števil, potenca z naravnim eksponentom.

Vsebinski in didaktični poudarki

Pojme z ustreznimi dejavnostmi ponovimo in nadgradimo, ker so temelj za razumevanje nadaljnjih matematičnih vsebin.

Pri obravnavi lastnosti računskih operacij je pomembno poudariti skupne lastnosti celih in naravnih števil.

Na konkretnih primerih razložimo različne pomeni znaka »minus« v matematiki: predznak števila, računska operacija odštevanje in nasprotno število.

Razumevanje desetiškega mestnega zapisa nadgradimo na predznanju in ga utrjujemo ter ponovimo z različnimi nalogami.

Pri obravnavi deljivosti naravnih števil začnemo z osnovnim izrekom o deljenju naravnih števil, ki ga uvedemo z ustreznim številskim primerom, kar omogoča lažje razumevanje deljivosti.

Nekatere kriterije deljivosti izpeljemo skupaj z dijaki, preostale lahko dijaki raziščejo samostojno.

Pri obravnavi največjega skupnega delitelja (D) in najmanjšega skupnega večkratnika (v) poskrbimo, da dijaki razumejo postopek iskanja teh vrednosti z razcepom števil na produkt potenc s praštevilsko osnovo, saj je to potrebno (pred)znanje za računanje z algebrskimi izrazi.

Evklidovega algoritma, ki je izbirna vsebina, ni treba dokazati v splošnem, lahko pa ga predstavimo z uporabnimi primeri.

Relacijo deljivosti lahko povežemo z drugimi relacijami in njihovimi lastnostmi, kar širi razumevanje in povezuje znanje različnih skupin ciljev.

Že pri celih številih lahko pokažemo zapis $14 : 3 = 4 + 2/3$ poleg zapisa $14 : 3 = 4$, ost. 2.

Dijaki spretno uporabljajo računalno za računanje z naravnimi in celimi števili ter za razcep naravnega števila na prafaktorje. Uporabljajo naj tipko za zapis potence števila 10.

Pri potencah z naravnim eksponentom predstavimo tudi zapis zelo velikih števil, uporabimo primere iz fizike in astronomije, kot so razdalje med planeti ali ocene števila atomov v vesolju.

Pretvarjanje med desetiškim in dvojiškim sestavom, ki je izbirna vsebina, lahko povežemo s poukom informatike, kar omogoča praktično uporabo matematičnih konceptov v računalništvu.

Dijaki naj skušajo sami raziskati razloge za vpeljavo celih števil ob konkretnih primerih iz vsakdanjega življenja, vključno s področji, kot so finance, gospodinjstvo in druga.

Posebej predstavimo pomen praštevil v kriptografiji in sodobni tehnologiji.

Dijaki lahko samostojno raziščejo Eratostenovo rešeto in druge postopke, s katerimi preverimo, ali je dano število praštevilo, ter na spletu poiščejo podatek o trenutno največjem najdenem praštevilu, kdo in kdaj ga je našel, kolikšno nagrado je dobil.

Kot zanimivost lahko omenimo nekaj znanih nerešenih problemov iz teorije števil.



RACIONALNA ŠTEVILA

CILJI

Dijak:

- : nadgradi razumevanje koncepta racionalnih števil in z njimi računa;
- : uporablja delež, procent (odstotek), promil (odtisoček) in procentni račun;
- SC (5.2.5.1 | 5.2.5.2 | 5.2.5.3)
- : uporablja računalno / digitalno tehnologijo pri računanju z racionalnimi števili.
- SC (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

- pozna razloge za vpeljavo racionalnih števil in opiše množico racionalnih števil;**
- razlikuje med množico racionalnih števil in ostalimi številiškimi množicami;**
- predstavi in prebere racionalno število na številski premici in uporabi lastnosti relacije urejenosti;**
- uporabi zapis racionalnega števila v obliki ulomka in v obliki decimalnega zapisa ter prehaja med njima;**
- računa z racionalnimi števili in uporabi lastnosti računskih operacij;**
- pozna in uporabi definicijo potence s celim eksponentom in izračuna njeno vrednost;**
- uporabi in dokaže pravila za računanje s potencami s celim eksponentom;**
- reši matematični in življenjski problem z znanjem o racionalnih številih;
- razlikuje in uporabi deleže, procente (odstotke), promile (odtisočke) in odstotne točke;**
- reši matematični in življenjski problem z znanjem procentnega računa.

TERMINI

- racionalno število
- ulomek
- desetiški ulomek
- nedesetiški ulomek
- končni decimalni zapis
- neskončni periodični decimalni zapis
- obratna vrednost števila
- potenca s celim eksponentom
- delež
- procent (odstotek)
- promil (odtisoček)
- odstotna točka
- kvocient (količnik)

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	22
Priporočen letnik obravnave	1. letnik, predhodno obravnavamo naravna in cela števila
Predznanje	Dijaki so v osnovni šoli spoznali racionalna števila ter računske operacije in njihove lastnosti. Poznajo pojme: ulomek, končni decimalni zapis racionalnega števila, periodični decimalni zapis racionalnega števila, desetiški ulomek, nedesetiški ulomek. Ne poznajo postopka za pretvarjanje poljubnega periodičnega decimalnega zapisa racionalnega števila v obliko okrajšanega ulomka.

Vsebinski in didaktični poudarki

Pripravimo dejavnosti, s katerimi dijaki ponovijo obravnavane pojme v osnovni šoli.

Poudarimo, da ima vsako racionalno število več različnih zapisov (decimalni zapis, zapis z ulomkom) ter enakovrednost med končnim in periodičnim decimalnim zapisom, npr. $4 = 3,\overline{9}$.

Pri zapisu decimalk poudarimo več dogovornih načinov zapisov (decimalna pika zgoraj ali decimalna vejica v Sloveniji; decimalna pika spodaj, npr. v ZDA).

Pri reševanju nalog naj dijaki tudi ocenjujejo velikosti veličin in zaokrožujejo števila.

Pri potencah s celim eksponentom vključimo zapis majhnih števil, npr. primeri iz fizike, kemije.

Posebej poudarimo razliko pri zapisu ali zaokroževanju števila na zahtevano število decimalk in na zahtevano število mest.

Delitev daljice v danem razmerju utemeljimo s Talesovim izrekom (pri Evklidski geometriji) oziroma se navežemo na podobnost v osnovni šoli, kjer so dijaki to že obravnavali.

Dijaki naj spretno uporabljajo računalno za računanje z racionalnimi števili. Dijaki naj pri eni od domačih nalog z uporabo urejevalnika besedil in matematičnih formul zapišejo številski izraz z racionalnimi števili ter podroben postopek izračuna njegove vrednosti.

Pri procentnem računu pripravimo naloge, s katerimi dijaki razvijajo tudi finančno pismenost. Vključimo primere iz življenjskih situacij, ki vključujejo finančne pojme, npr. obresti, depozit z obrestmi, varčevalni račun, DDV, popust, podražitev, prihodki, stroški, dobiček, inflacija, neto plača, bruto plača, davek, amortizacija izdelka.

Dijaki izdelajo raziskovalno nalogo s finančno vsebino, kar lahko predstavlja prvo raziskovalno nalogo pri matematiki v srednji šoli.

Vsebine procentnega računa nadgradimo še pri obrestnoobrestnem računu. Obravnavo procentnega računa načrtujemo medpredmetno, npr. s kemijo (kemijsko računanje).

REALNA ŠTEVILA

CILJI

Dijak:

- : nadgradi razumevanje koncepta realnih števil in z njimi računa;
 - : razume definicijo in geometrijski pomen absolutne vrednosti realnega števila in uporablja njene lastnosti;
 - : uporablja intervale;
 - : zaokrožuje realna števila;
 - : uporablja računalno / digitalno tehnologijo pri računanju z realnimi števili.
- SC** (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

- pozna razloge za vpeljavo realnih števil in opiše množico realnih števil;**
- razlikuje med množico realnih števil in ostalimi številiškimi množicami;**
- predstavi in prebere realno število na številski premici in uporabi lastnosti relacije urejenosti;**
- *za praštevilo p dokaže, da je $\sqrt{p}$ iracionalno število*;**
- računa z realnimi števili in uporabi lastnosti računskih operacij;**
- pozna in uporabi definicijo n -tega korena in potence z racionalnim eksponentom ter izračuna njuno vrednost;**
- uporabi pravila za računanje s koreni in s potencami z racionalnim eksponentom *in jih dokaže*;**
- zaokroži realno število na n mest in na n decimal;**
- uporabi geometrijsko in analitično definicijo absolutne vrednosti realnega števila in njene lastnosti;**
- izračuna vrednost številskega izraza z absolutnimi vrednostmi;**
- obravna algebrski izraz z eno absolutno vrednostjo, z več absolutnimi vrednostmi;**
- reši enačbo z eno absolutno vrednostjo, ki se preoblikuje v ekvivalentno enačbo:**
 - » $|ax + b| = d$; $a, b, d \in \mathbb{R}$,
 - » $|ax + b| = cx + d$; $a, b, c, d \in \mathbb{R}$;
 - » reši enačbo z več absolutnimi vrednostmi;

reši neenačbo z eno absolutno vrednostjo, ki se preoblikuje v ekvivalentno neenačbo:

» $|ax| < b$, $a, b \in \mathbb{R}$, (tudi $\leq, >, \geq$),

» $*|ax + b| < d$, $a, b, d \in \mathbb{R}$ (tudi $\leq, >, \geq$)*,

» $|ax + b| < cx + d$, $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ (tudi $\leq, >, \geq$) (izbirno);

razlikuje in uporabi različne vrste intervalov in jih grafično predstavi;

pri intervalih uporabi operacije z množicami;

reši matematični in življenjski problem z znanjem o realnih številih.

TERMINI

◦ realno število ◦ iracionalno število ◦ realna os ◦ neskončni neperiodični decimalni zapis ◦ korenjenje
 ◦ racionalizacija imenovalca ◦ potenca z racionalnim eksponentom ◦ interval ◦ krajišči intervala ◦ odprti interval
 ◦ zaprti interval ◦ poltrak ◦ točna vrednost ◦ decimalni približek ◦ presek intervalov ◦ unija intervalov
 ◦ delno korenjenje ◦ kvadratni koren ◦ kubični koren (koren tretje stopnje)

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	15
Priporočen letnik obravnave	1. letnik, predhodno obravnavamo racionalna števila, utrdimo računanje s kvadratnim in kubičnim korenom, delno korenjenje in racionalizacijo imenovalca 2. letnik, obravnavamo korene višjih stopenj in potence z racionalnimi eksponenti
Predznanje	V osnovni šoli so dijaki spoznali realna števila, vključno s kvadratnim korenom in številom π . Kvadratni koren so uporabljali pri Pitagorovem izreku, izračunu ploščin geometrijskih likov in drugih geometrijskih vsebinah, število π pa pri izračunu ploščine in obsega kroga, pri površini in prostornini valja in stožca. V osnovni šoli se absolutna vrednost obravnava kot ena od lastnosti realnih števil, ni pa med standardi znanja.

Vsebinski in didaktični poudarki

Kvadratne korene števil konstruiramo z uporabo znanja o Pitagorovem izreku ali s pitagorejskim polžem, pri geometriji pa konstrukcije nadgradimo z višinskim in Evklidovim izrekom.

Pri vpeljevanju iracionalnih števil uporabimo življenjske situacije, kjer nam racionalna števila ne zadoščajo več. Poučen primer je dolžina diagonale kvadrata s stranico dolžine 1.

Racionalizacija imenovalca:

» imenovalac je enočlenik s korenom poljubne stopnje, dvočlenik s kvadratnimi koreni (minimalni standard znanja),

» *imenovalec je dvočlenik s koreni višje stopnje*,



» Imenovalec je tričlenik s kvadratnimi koreni.

Pri vpeljavi absolutne vrednosti poudarimo geometrijsko in analitično definicijo absolutne vrednosti. Pri analitični definiciji pazimo na pomen znaka minus, ki predstavlja nasprotno število.

Navajamo primere absolutne vrednosti v življenjskih situacijah: temperatura, napaka pri merjenju, razdalja, finance (dobiček, izguba).

Dijaki spretno uporabljajo računalno za računanje z realnimi števili (kvadratnimi in kubičnimi koreni) in absolutno vrednostjo.

Dijaki naj pri eni od domačih nalog z uporabo urejevalnika besedil in matematičnih formul zapišejo številski izraz z realnimi števili ter podroben postopek izračuna njegove vrednosti.

Pri intervalih uporabimo znanje množic.

Posebej smo pozorni na stopnjevanje zahtevnosti pri obravnavi algebrskih izrazov z absolutnimi vrednostmi ter pri reševanju enačb in neenačb, v katerih nastopajo absolutne vrednosti. V standardih znanja je pri algebrskih izrazih, enačbah in neenačbah posebej označeno, kaj je minimalni standard znanja, kaj je *zahtevnejše znanje* in kaj je *izbirno znanje*.

Obravnava algebrskega izraza z več absolutnim vrednostmi in reševanje enačbe z več absolutnimi vrednostmi sta izbirni znanji in ju obravnavamo glede na sposobnosti in interes dijakov.



KOMPLEKSNA ŠTEVILA

CILJI

Dijak:

- : razume koncept kompleksnih števil in z njimi računa;
- : razume definicijo in geometrijski pomen absolutne in konjugirane vrednosti kompleksnega števila in uporablja njene lastnosti;
- : rešuje enačbe v množici kompleksnih števil;
- : uporablja računalno / digitalno tehnologijo pri računanju s kompleksnimi števili;
- SC (4.5.2.1)

I: uporablja polarni koordinatni sistem in polarni zapis kompleksnega števila.

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

- pozna razloge za vpeljavo kompleksnih števil in opiše množico kompleksnih števil;**
- razlikuje med množico kompleksnih števil in ostalimi številiškimi množicami;**
- predstavi in prebere kompleksno število in množico kompleksnih števil v kompleksni ravnini;**
- izpelje in uporabi pravilo za računanje potenc imaginarne enote;
- računa s kompleksnimi števili in uporabi lastnosti računskih operacij;**
- razume in uporabi definiciji absolutne in konjugirane vrednosti kompleksnega števila, njune lastnosti ter geometrijski pomen;**
- reši polinomske enačbe z realnimi koeficienti v množici kompleksnih števil;
- reši enačbo, v kateri je neznanka kompleksno število;
- reši matematični problem z znanjem o kompleksnih številih;
- primerja in uporabi polarni in pravokotni koordinatni sistem ter pretvori med koordinatami;
- z uporabo polarne zapisa kompleksnega števila izračuna potence in korene kompleksnih števil.

TERMINI

- kompleksno število ○ imaginarna enota (i) ○ kompleksna (Gaussova) ravnina ○ imaginarno število ○ realna os
- imaginarna os ○ realna komponenta (realni del) kompleksnega števila ○ imaginarna komponenta

(imaginarni del) kompleksnega števila ◦ nasprotna vrednost kompleksnega števila ◦ obratna vrednost kompleksnega števila ◦ konjugirana vrednost kompleksnega števila ◦ absolutna vrednost kompleksnega števila ◦ polarni koordinatni sistem ◦ argument ◦ Moivrova formula

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	15
Priporočen letnik obravnave	2. ali 3. letnik 3. letnik, pri polinomski funkciji rešujemo polinomsko enačbo z realnimi koeficienti v množici kompleksnih števil. 3. letnik, polarni zapis kompleksnega števila je izbirno znanje
Predznanje	Znanje številskih množic: $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$.

Vsebinski in didaktični poudarki

Eden od pristopov obravnave je, da najprej obravnavamo kompleksna števila, sledi kvadratna enačba in potem kvadratna funkcija.

Standard znanja »reši enačbo, v kateri je neznanka kompleksno število« vključuje enačbe, v katerih je neznanka $z \in \mathbb{C}$ podana kot z , $\bar{z}$, $|z|$, $Re(z)$ ali $Im(z)$.

Poudarek je na razumevanju računskih operacij s kompleksnimi števili. Definicijo absolutne vrednosti kompleksnih števil primerjamo z definicijo absolutne vrednosti realnih števil in dolžino vektorjev.

Predstavitev kompleksnih števil v kompleksni ravnini primerjamo s predstavitvijo vektorjev v koordinatnem sistemu.

Dijaki spretno uporabljajo računalno za računanje s kompleksnimi števili.

V programih tehniške gimnazije znanje o kompleksnih številih povežemo s stroko (elektrotehniko).

Dijaki, ki jih zanima matematika, lahko raziščejo Mandelbrotovo množico.



ALGEBRA

OBVEZNO

OPIS TEME

Algebra je simbolni jezik matematike, kjer pridemo od števil in računskih operacij s števili do simbolov in črk, ki predstavljajo neznana števila, spremenljivke, veličine, nove matematične operacije. Prehod na abstraktni nivo mišljenja je pomemben za nadaljnje učenje in razvoj miselnih procesov pri matematiki. Algebra je razdeljena v dve skupini ciljev: **Algebrski izrazi, enačbe, neenačbe** ter **Vektorji v ravnini in prostoru**.

Pojem številski izraz nadgradimo do pojma algebrski izraz in algebrski ulomek, pojma enakost in neenakost števil nadgradimo do pojmov enačba in neenačba oziroma sistem enačb in sistem neenačb. Reševanje enačb in neenačb obravnavamo pri temi Funkcija v vsaki skupini ciljev posebej. Poleg analitičnega reševanja (sistemov) enačb in (sistemov) neenačb smiselno uporabljamo grafično reševanje in reševanje z digitalno tehnologijo.

Za opisovanje veličin nam ne zadoščajo samo števila (skalarji), zato vpeljemo vektorje, ki so določeni z velikostjo in smerjo. Spoznamo njihove matematične lastnosti, obravnavamo jih tudi z geometrijskega vidika ter jih osmislimo z medpredmetnim povezovanjem.

ALGEBRSKI IZRAZI, ENAČBE IN NEENAČBE

CILJI

Dijak:

- : računa z algebrskimi izrazi in jih uporablja;
- : rešuje enačbe in neenačbe in jih uporablja.

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

uporabi in razlikuje pojme:

- » algebrski izraz, algebrski ulomek, spremenljivka, vrednost algebrskega izraza,
- » večkratnik števila a ter potenca z osnovo a in naravnim eksponentom,
- » enačba, neznanka, rešitev enačbe,
- » neenačba, neznanka, rešitev neenačbe,
- » razčlenjevanje, poenostavljanje in razstavljanje algebrskih izrazov;

računa z algebrskimi izrazi in algebrskimi ulomki;

uporabi pravila za računanje s koreni in potencami (z naravnim, celim, racionalnim eksponentom) v algebrskih izrazih;

razčleni kvadrat dvočlenika, kub dvočlenika, *višje potence dvočlenika s Pascalovim trikotnikom* in utemelji pravila;

izpostavi skupni faktor, razstavi razliko kvadratov, razliko in vsoto kubov, tričlenike (Vietovo pravilo), štiričlenike, *razliko in vsoto višjih potenc* in utemelji pravila;

določi največji skupni delitelj in najmanjši skupni večkratnik enočlenikov in veččlenikov;

uporabi in utemelji pravila za preoblikovanje enačbe in neenačbe v ekvivalentno enačbo in neenačbo;

uporabi uvedbo nove neznanke pri reševanju enačbe;

reši sistem enačb (linearnih, nelinearnih);

reši sistem neenačb z eno neznanko (linearnih, *nelinearnih*);

izrazi neznano veličino iz formule.

TERMINI

- enočlenik ◦ algebrski izraz ◦ algebrski ulomek ◦ vrednost algebrskega izraza ◦ spremenljivka ◦ enačba
- rešitev enačbe ◦ neznanka ◦ ekvivalentna enačba ◦ neenačba ◦ ekvivalentna neenačba ◦ rešitev neenačbe
- razčlenjevanje ◦ poenostavljanje ◦ razstavljanje ◦ Vietovo pravilo ◦ veččlenik ◦ dvočlenik (binom)
- tričlenik ◦ štiričlenik ◦ razstavljanje (razcep, faktorizacija)

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	40
Priporočen letnik obravnave	1. letnik, obravnavamo skupaj s številskimi množicami (30 ur, vključene so že pri številskih množicah). 2. letnik, algebrski izrazi z racionalnimi eksponenti, obravnavamo skupaj s potencami z racionalnimi eksponenti. Reševanje enačb in neenačb in njihovo uporabo obravnavamo pri skupini ciljev Funkcije in krivulje drugega reda pri vsaki skupini ciljev posebej.
Predznanje	Dijaki so se v osnovni šoli učili poenostaviti algebrski izraz s seštevanjem podobnih (istovrstnih) členov, množiti enočlenik z enočlenikom, enočlenik z dvočlenikom, dvočlenik z dvočlenikom, kvadrirati dvočlenik, izpostaviti skupni faktor in uporabiti razliko kvadratov.

Vsebinski in didaktični poudarki

Standardov znanja v 1. letniku dijaki ne dosegajo ločeno, temveč pri skupinah ciljev, povezanih s številskimi množicami:



- » Pri skupini ciljev Naravna in cela števila poučujemo poenostavljanje algebrskih izrazov, algebrske izraze s potencami z naravnimi eksponenti, potence dvočlenika, izpostavljanje skupnega faktorja in razstavljanje algebrskih izrazov.
- » Pri skupini ciljev Racionalna števila poučujemo algebrske izraze s celimi eksponenti in računanje z algebrskimi ulomki.
- » Pri skupini ciljev Realna števila poučujemo razstavljanje algebrskih izrazov v množici realnih števil.
- » Linearno enačbo rešujemo najprej v množici celih števil, nato v množici racionalnih in realnih števil. S tem poudarimo pomembnost osnovne množice, v kateri rešujemo enačbo. Reševanje linearne enačbe kasneje uporabimo in nadgradimo pri obravnavi linearne funkcije.
- » Enačbe v dani številski množici rešujemo tudi z razstavljanjem (razcepne enačbe).

Termini: »**poenostavljen, razčlenjen in razstavljen izraz**« pomenijo:

- » Algebrski izraz **poenostavimo** tako, da ga z ekvivalentnim preoblikovanjem zapišemo v čim krajši obliki, pri čemer je končna oblika lahko tudi predpisana.
- » Algebrski izraz **razčlenimo** tako, da ga z ekvivalentnim preoblikovanjem zapišemo kot vsoto posameznih členov.
- » Algebrski izraz **razstavimo/faktoriziramo/razcepimo** tako, da ga z ekvivalentnim preoblikovanjem zapišemo kot produkt nerazcepnih faktorjev.

Pri razstavljanju štiričlenikov (<https://eucbeniki.sio.si/vega1/17/index5.html>) združujemo:

- » po dva člena in izpostavimo skupni faktor, npr. $x^2 - 30y + 5xy - 6x$ (minimalni standard znanja),
- » po dva člena in uporabljamo različna pravila za razstavljanje, npr. $9x^2 + 6x - y^2 - 2y$ (ni minimalni standard znanja),
- » *tri člene, npr. $x^2 - y^2 - 8x + 16$.*

Nekatere algebrske postopke podpremo z geometrijsko interpretacijo, npr. kvadrat dvočlenika, množenje dvočlenika z dvočlenikom.

Pri reševanju enačb in neenačb je poudarek na razumevanju pravil za preoblikovanje v ekvivalentno enačbo in neenačbo. Pri reševanju enačb in neenačb poudarimo pomen rešitve in preizkusa.

Pri obravnavi algebrskih ulomkov vključimo dejavnosti, s katerimi poudarimo, kdaj je algebrski ulomek definiran, kdaj ni definiran in kdaj ima vrednost 0.

Dijakom pokažemo različno digitalno tehnologijo za poenostavljanje algebrskih izrazov ter jih opozorimo na postopke, ki jih tehnologija izvede drugače kot človek.

Pri računanju s potencami priporočamo medpredmetno povezavo s fiziko: predpone pri enotah, pretvarjanje enot, potence števila 10 (velika in majhna števila).

Pri izražanju neznane veličine iz formule uporabimo formule iz fizike, kemije, matematike (geometrija) in drugih strokovnih predmetov.

Znane in neznane formule lahko uporabimo kot primere danih matematičnih modelov. Formule lahko iz besedila dijaki oblikujejo sami, npr. formula za izračun indeksa telesne mase, formula za izračun povprečne dnevne temperature (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/vc9dtt2>).

Primeri dejavnosti



<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz>
width="31" height="31">

Primer uporabe matematičnih modelov: Človekova poraba energije
(<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/81qvovy>), N. Stopar, Matematika v šoli, 2/2023
(<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/nfi2vyv>).

VEKTORJI V RAVNINI IN PROSTORU

CILJI

Dijak:

- : uporablja definicijo vektorja in ga predstavi grafično;
- : raziskuje in uporablja lastnosti vektorjev;
- : uporablja računske operacije z vektorji in njihove lastnosti;
- : razume in uporablja bazo premice, ravnine in prostora;
- !: uporablja vektorski produkt ter enačbo premice in ravnine v prostoru;
- : uporablja digitalno tehnologijo za risanje vektorjev in raziskovanje lastnosti ter reševanje problemov.

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

pozna in uporabi definicijo vektorja, enotskega vektorja, ničelnega vektorja, nasprotnega vektorja danemu vektorju in jih grafično prikaže;

razlikuje med enakima in enako dolgima vektorjema;

pozna in uporabi definicije in lastnosti računskih operacij:

- » seštevanje in odštevanje vektorjev (grafično in analitično),
- » množenje vektorja s skalarjem (grafično in analitično),
- » skalarni produkt vektorjev,
- » vektorski produkt vektorjev;

izračuna in uporabi dolžino vektorja in kot med vektorjema ter obravnava in uporabi pravokotnost in kolinearnost vektorjev;

pozna definicijo in uporabi bazo premice in (standardno ortonormirano) bazo ravnine in prostora ter dani vektor zapiše kot linearno kombinacijo baznih vektorjev;

izračuna razmerje, v katerem izbrana točka/daljica deli daljico;

razlikuje in uporabi pojme kolinearna in nekolinearna vektorja, koplanarni in nekoplanarni vektorji, linearno odvisni in neodvisni vektorji;

pozna in uporabi definicijo krajevnega vektorja točke v standardni ortonormirani bazi ter zapiše vektor s krajevnima vektorjema začetne in končne točke;

reši matematični in življenjski problem z uporabo znanja o vektorjih;

uporabi enačbo premice in ravnine v prostoru.

TERMINI

◦ vektor ◦ enotski vektor ◦ seštevanje vektorjev ◦ odštevanje vektorjev ◦ množenje vektorja s skalarjem
 ◦ skalarni produkt vektorjev ◦ vektorski produkt vektorjev ◦ dolžina vektorja ◦ kot med vektorjema
 ◦ pravokotnost vektorjev ◦ vzporednost vektorjev ◦ kolinearnost vektorjev ◦ nekolinearnost vektorjev ◦ baza
 (premice, ravnine, prostora) ◦ linearna kombinacija vektorjev ◦ koplanarnost vektorjev ◦ nekoplanarnost
 vektorjev ◦ linearna odvisnost vektorjev ◦ linearna neodvisnost vektorjev ◦ krajevni vektor točke ◦ ničelni
 vektor ◦ enakost vektorjev ◦ skalar ◦ nasprotni vektor ◦ standardna ortonormirana baza

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

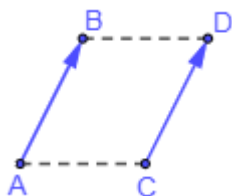
Predlagano število ur obravnave	32
Priporočen letnik obravnave	2. letnik Vsebine lahko obravnavamo na intuitivni geometrijski ravni že v 1. letniku glede na usmeritev in potrebe programa. Povežemo se z učiteljem fizike in se po potrebi vključimo pri grafičnem seštevanju in odštevanju sil ter razstavljanju sil na komponente.
Predznanje	Vektorji se v osnovni šoli ne obravnavajo.

Vsebinski in didaktični poudarki

Vektorje najprej obravnavamo v poljubni bazi, nato v standardni ortonormirani bazi.

Obravnavo vektorjev povežemo z obravnavo in uporabo sil pri fiziki.

Pri definiciji vektorja ne vpeljujemo usmerjenosti vektorja. Usmerjeni daljici $\vec{AB}$ in $\vec{CD}$ določata isti vektor natanko takrat, ko sta vzporedni, enako dolgi in kažeta v isto smer (Slika 2).



Slika 2: Vektorja $\vec{AB}$ in $\vec{CD}$ sta enaka natanko takrat, ko je štirikotnik ABCD paralelogram.

Standard znanja »uporabi pojme pravokotnega koordinatnega sistema« je zapisan pri skupini ciljev Pravokotni koordinatni sistem.

Točka $A(a_1, a_2)$ ima koordinati a_1 in a_2 . Vektor $\vec{a} = (a_1, a_2)$ ima komponenti a_1 in a_2 .

Pri reprezentaciji vektorjev se opremo na geometrijsko predstavo v ravnini in v prostoru. Pri obravnavi uporabimo ustrezen računalniški program (npr. GeoGebra) in e-gradiva. Poudarimo geometrijski pomen računskih operacij med vektorji.

Pojem baza vektorjev uvedemo najprej na premici, potem v ravnini in nato v prostoru ter ga povežemo s pojmi kolinearnost in koplanarnost vektorjev. Pri obravnavanju baze poudarimo fizikalno interpretacijo, npr. razstavljanje sil na komponente.

Pojem standardne ortonormirane baze vektorjev je dovolj uvesti v ravninskem in prostorskem primeru. Tudi v primeru obravnave splošne linearne odvisnosti in neodvisnosti vektorjev, ki je izbirno znanje, se opremo na geometrijsko predstavo v ravnini in prostoru. Izražanje krajevnih vektorjev točk povežemo s poznavanjem že obravnavanega kartezičnega koordinatnega sistema v ravnini.

Poudarimo povezavo med računanjem skalarnega produkta vektorjev po komponentah in geometrijskim pomenom skalarnega produkta vektorjev. Priporočljiv je prikaz uporabnosti skalarnega produkta pri računanju kota med vektorjema in pri računanju koordinat nožič višin v trikotniku.

Kosinusni izrek lahko izpeljemo tudi z uporabo vektorjev.

Bazo ravnine uporabimo, da dokažemo, v kakšnem razmerju težišče trikotnika deli težiščnico. Z enako strategijo dijaki rešujejo naloge z določanjem delilnega razmerja. To so zahtevnejša znanja.

Predlagamo medpredmetno povezavo s fiziko, npr. fizikalne veličine (hitrost, pospešek, sila), razstavljanje sil, rezultanta sil, skalarni produkt pri definiciji dela.

Obravnavo vektorskega produkta je priporočljivo izvesti v tehničnih in naravoslovnih programih ter poudariti geometrijsko in fizikalno interpretacijo, npr. navor, sila na vodnik v magnetnem polju, sila na nabite delce v magnetnem polju.



GEOMETRIJA IN MERJENJE

OBVEZNO

OPIS TEME

Tema Geometrija in merjenje je razdeljena v tri skupine ciljev: **Evklidska geometrija v ravnini in prostoru**, **Geometrijski liki** in **Geometrijska telesa**.

Pri skupini ciljev Evklidska geometrija v ravnini in prostoru ponovimo in nadgradimo osnovnošolsko poznavanje in razumevanje geometrijskih elementov in odnosov med njimi v ravnini in prostoru. Poudarimo aksiomatsko strukturo teorije evklidske geometrije. Pri dokazovanju izrekov vključujemo formalno dokazovanje, ob tem pa smiselno uporabljamo računalniške programe dinamične geometrije. Za raziskovanje lastnosti geometrijskih elementov dijaki smiselno uporabljajo izbran program dinamične geometrije.

Pri skupini ciljev Geometrijski liki nadgradimo razumevanje in uporabo koncepta obsega in ploščine geometrijskih likov ter ju uporabljamo pri reševanju matematičnih in življenjskih problemov.

Pri skupini ciljev Geometrijska telesa nadgradimo razumevanje in uporabo koncepta površina in prostornina geometrijskih teles ter ju uporabljamo pri reševanju matematičnih in življenjskih problemov.

EVKLIDSKA GEOMETRIJA V RAVNINI IN PROSTORU

CILJI

Dijak:

- : nadgradi poznavanje, razumevanje in uporabo pojmov evklidske geometrije;
- : nadgradi poznavanje, razumevanje in uporabo definicij in lastnosti geometrijskih likov;
- : raziskuje in uporablja skladnost in podobnost trikotnikov ter središčne in obodne kote v krogu;
- : rešuje geometrijske in življenjske probleme z uporabo znanja evklidske geometrije;
- : uporablja digitalno tehnologijo za raziskovanje lastnosti pojmov evklidske geometrije in pri reševanju problemov.

SC (1.1.1.1 | 1.1.2.2 | 4.5.2.1)



STANDARDI ZNANJA

Dijak:

pozna in uporabi definicije in lastnosti pojmov evklidske geometrije:

- » točka (kolinearne, koplanarne točke),
- » premica, poltrak, daljica, nosilka daljice, simetrala daljice,
- » kot (velikost kotov v stopinjah in radianih, vrste kotov, pari kotov, koti z vzporednimi in pravokotnimi kraki, koti ob prečnici) in simetrala kota,
- » razdalja (med točkama, med točko in premico, med vzporednima premicama, med točko in ravnino, med vzporednima ravninama, med ravnino in njej vzporedno premico),
- » ravnina, polravnina, krožnica, krivulja, lik (konveksen, nekonveksen),
- » prostor, geometrijsko telo;

uporabi odnose, aksiome in izreke, ki povezujejo točke, premice in ravnine;

uporabi pravokotno projekcijo točke in daljice na premico in ravnino;

opiše geometrijske like (trikotnik, štirikotnik, *tetivni in tangentni štirikotnik*, pravilni n -kotnik, krog in dele kroga ter sestavljene like) in uporablja njihove lastnosti;

uporabi toge transformacije (zrcaljenje čez točko in premico, vzporedni premik, vrtež), središčni razteg in Talesov izrek o sorazmerjih;

razlikuje in uporabi definiciji skladnih likov in podobnih likov;

pozna in uporabi izreke o skladnosti trikotnikov in izreke o podobnosti trikotnikov;

konstruira (načrta) z geometrijskim orodjem in programom dinamične geometrije:

- » vzporednice in pravokotnice,
- » kote ($15^\circ \cdot k$; $k \in \mathbb{N}$) in njihove simetrale,
- » simetralo daljice,
- » trikotnik (podatki so stranice, koti, višine, težiščnice, polmer očrtane krožnice, vsota in razlika stranic, razlika kotov),
- » znamenite točke trikotnika in analizira njihovo lego,
- » očrtano in včrtano krožnico trikotniku in pravilnemu n -kotniku,
- » štirikotnik, pravilni šestkotnik, pravilni osemkotnik,
- » tangento na krožnico (skozi točko na krožnici, *skozi točko izven krožnice*);

pozna in uporabi definicijo središčnega in obodnega kota;

pozna in uporabi izrek o obodnem in središčnem kotu nad istim lokom ter njegove posledice;

pozna in uporabi Talesov izrek o kotu v polkrogu in ga dokaže;

reši matematični in življenjski problem z znanjem evklidske geometrije.

TERMINI

◦ simetrala daljice ◦ simetrala kota ◦ radian ◦ znamenite točke trikotnika ◦ višinska točka ◦ težišče ◦ obodni kot ◦ kot v polkrogu ◦ romb ◦ trapez ◦ deltoid ◦ kolinearne točke ◦ koplanarne točke ◦ suplementarna kota ◦ komplementarna kota ◦ sovršna kota ◦ ostri kot ◦ topi kot ◦ iztegnjeni kot ◦ pravi kot ◦ središčni kot ◦ paralelogram ◦ trikotnik ◦ štirikotnik ◦ večkotnik ◦ pravilni n-kotnik ◦ paralelogram ◦ evklidska geometrija ◦ daljica ◦ kot ◦ premica ◦ točka ◦ ravnina ◦ središče trikotniku včrtane krožnice ◦ središče trikotniku očrtane krožnice ◦ poltrak ◦ nosilka daljice ◦ izmenična kota ob prečnici ◦ krog ◦ krožnica

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	25
Priporočen letnik obravnave	1. ali 2. letnik
Predznanje	Dijaki so v osnovni šoli spoznali geometrijske elemente in njihove lastnosti, načrtovanje trikotnikov in štirikotnikov, transformacije, skladnost in podobnost.

Vsebinski in didaktični poudarki

Ne poučujemo ponovno tistih vsebin, ki sodijo v pričakovano predznanje dijakov, ampak pripravimo ustrezne dejavnosti za samostojno delo dijakov v šoli in/ali doma, pri katerih znanje obnovijo in dopolnijo. Dijaki lahko ponovijo pojme, tako da npr. izdelajo plakat, napišejo izvlečke, seminarsko nalogo, pripravijo predstavitev v digitalni obliki. Diagnostificiramo napačne predstave in primanjkljaje ter dijakom pomagamo, da jih odpravijo.

Pri definicijah geometrijskih pojmov in odnosov med njimi uporabljamo različne reprezentacije: predstavitev s prostorskimi modeli, načrtovanje oz. slike, izdelane animacije (aplete) s programom dinamične geometrije, strokovno besedno razlago oz. opis, simbolni matematični zapis. Dijaki ločijo med modeli in koncepti.

Dijaki doumejo aksiome evklidske geometrije kot temeljne matematične resnice, na katerih stoji evklidska geometrija. Dijaki vedo, da izreki izhajajo iz aksiomov in da z definicijami opredeljujemo nove pojme, npr. kolinearne točke, koplanarne točke.

Geometrijske vsebine so priložnost, da dijaki spoznajo osnovne principe matematične teorije, pravila sklepanja in standarde dokazovanja. Učitelj lahko dokazovanje prilagodi zmožnostim dijakov in ga izvede na formalen in/ali intuitiven način. Pred formalno izpeljavo dokazov uporabimo animacije (aplete) kot uvod v dokaz ali za preverjanje hipotez.

Za raziskovanje odnosov med geometrijskimi pojmi in reševanje različnih nalog in problemov uporabljamo digitalno tehnologijo, izbran program dinamične geometrije in druga e-gradiva.

Termin »**konstruirati/načrtati**« pomeni uporabiti samo ravnilo in šestilo (brez uporabe geotrikotnika). Standard znanja »konstruira vzporednice in pravokotnice« pomeni, da dijaki uporabijo samo ravnilo in šestilo. Ko gre za uporabo konstruiranja vzporednic in pravokotnic v preostalih standardih znanja načrtovanja, lahko dijaki vzporednice in pravokotnice načrtajo z geotrikotnikom.

Konstruiranje/načrtovanje likov, skladnost in podobnost ponovimo in nadgradimo na zahtevnejših primerih. Ozaveščamo pomen skice pri reševanju geometrijskih nalog. Kot učenje nove vsebine poučujemo tangento na krožnico skozi točko izven krožnice, središčni in obodni kot, Talesov izrek o kotu v polkrogu in radian.

Glede na interes dijakov obravnavamo konstruiranje trikotnikov z dano vsoto in razliko dolžin stranic ter razlike velikosti kotov.

Dijaki izdelajo matematični izdelek z uporabo izbranega programa dinamične geometrije.

Primeri matematičnih problemov, ki jih dijaki rešijo v okviru matematične raziskave:

- » Lega središča trikotniku očrtane krožnice,
- » Razmerje, v katerem težišče deli težiščnico,
- » Eulerjeva premica,
- » Krožnica devetih točk,
- » Različne naloge z geometrijskim mestom točk, npr. Apolonijeva krožnica.

GEOMETRIJSKI LIKI

CILJI

Dijak:

- : uporablja lastnosti geometrijskih likov;
 - : raziskuje in uporablja zveze med stranicami in koti v trikotniku;
 - : uporablja obseg in ploščino geometrijskih likov;
 - : rešuje matematične in življenjske probleme z uporabo znanja o geometrijskih likih;
 - : uporablja digitalno tehnologijo za raziskovanje lastnosti geometrijskih likov in pri reševanju problemov.
- SC** (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

uporabi:

- » Evklidov, višinski, **Pitagorov izrek v pravokotnem trikotniku** *in jih dokaže*,
- » **definicije kotnih funkcij v pravokotnem trikotniku** ($\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$),
- » **kosinusni in sinusni izrek** *in ju dokaže*;

pozna in izpelje **vrednosti kotnih funkcij za kote** 30° , 45° , 60° ;

razume koncepta obsega in ploščine ter ju uporabi pri izpeljavi formul za obseg in ploščino likov;

pri različnih podatkih uporabi formule in druge postopke za:

- » **obseg in ploščino trikotnika**,
- » **obseg in ploščino štirikotnika**, pravilnega večkotnika, **kroga**,
- » dolžino krožnega loka, ploščino in obseg krožnega izseka in odseka,
- » polmer trikotniku očrtanega in včrtanega kroga;

reši matematični ali življenjski problem z znanjem o geometrijskih likih.

TERMINI

- Evklidov izrek ◦ višinski izrek ◦ kotne funkcije v pravokotnem pravokotniku ◦ sinus ◦ kosinus ◦ tangens
- kosinusni izrek ◦ sinusni izrek ◦ obseg ◦ ploščina ◦ Heronova formula ◦ krožni lok ◦ krožni kolobar
- krožni izsek ◦ krožni odsek ◦ polmer očrtanega kroga ◦ polmer včrtanega kroga ◦ Pitagorov izrek

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	16
Priporočen letnik obravnave	2. ali 3. letnik, po evklidski geometriji, definicije kotnih funkcij v pravokotnem trikotniku lahko obravnavamo že pri evklidski geometriji oziroma glede na potrebe preostalih predmetnih področij
Predznanje	Dijaki so v osnovni šoli spoznali geometrijske like in njihove lastnosti, koncepta obseg in ploščina. V osnovni šoli so računali obseg in ploščino z uporabo formul in drugih strategij. Poznavanje geometrijskih likov in njihovih lastnosti je predhodno vključeno v skupini ciljev Evklidska geometrija.

Vsebinski in didaktični poudarki

Dijaki ponovijo osnovne pojme o likih, npr. izdelajo plakat, napišejo izvlečke, seminarsko nalogo, digitalno predstavitev. Diagnosticiramo in po potrebi dopolnimo vrzeli v znanju.

Z ustreznimi dejavnostmi preverimo poznavanje in razumevanje lastnosti geometrijskih likov in koncept obsega in ploščine. Formule za obseg in ploščino likov naj dijaki znajo izpeljati z razumevanjem (ploščina paralelograma: $S = a \cdot v_a$, $S = b \cdot v_b$, ploščina trikotnika: $S = \frac{1}{2}a \cdot v_a$, $S = \frac{1}{2}b \cdot v_b$, $S = \frac{1}{2}c \cdot v_c$, ploščina trapeza: $S = \frac{1}{2}(a + c) \cdot v$, ploščina deltoida: $S = \frac{1}{2}e \cdot f$). Za preoblikovanje likov v ploščinsko enake like uporabimo izbrane animacije (npr. i-učbenik).

Osnovnošolsko znanje trikotnika nadgradimo s formulo za ploščino trikotnika $S = \frac{1}{2}abs \sin \gamma$, Heronovo formulo, sinusnim izrekom, kosinusnim izrekom.

Znanje trikotnikov, štirikotnikov, večkotnikov, kroga in njegovih delov uporabimo pri obravnavi sestavljenih likov.

Kosinusni izrek lahko izpeljemo tudi pri skupini ciljev Vektorji.

Ponovimo merske enote za dolžino in ploščino ter pretvarjanje merskih enot. Omenimo tudi enoti ar in hektar. Dijake navajamo na smiselno uporabo računalja, posebno pozornost namenimo pravilnemu in ne pregrobenemu zaokrožanju vmesnih rezultatov oziroma računanju z natančnimi vrednostmi. Ozaveščamo pomen skice pri reševanju geometrijskih nalog.

Povežemo znanje o geometrijskih likih in koordinatnem sistemu.

Primeri matematičnih problemov:

- » različni dokazi Pitagorovega izreka,
- » razišči ploščino in obseg pravičnega n -kotnika, ko $n \rightarrow \infty$,
- » izdelaj animacijo, s katero preveriš sinusni in kosinusni izrek.

Primeri življenjskih problemov:

- » Eratostenov poskus merjenja polmera Zemlje,
- » arhitekturno načrtovanje stopnišča,
- » tlakovanje,

- » načrtovanje vrta in krajinske arhitekture,
- » optimalna parcelacija zemljišča,
- » načrtovanje parkirišča,
- » modeliranje fizičnih objektov z geometrijskimi liki (optimalna postavitev sončne elektrarne na streho).



GEOMETRIJSKA TELESA

CILJI

Dijak:

- : nadgradi poznavanje, razumevanje in uporabo definicij in lastnosti geometrijskih teles;
 - : raziskuje lastnosti geometrijskih teles;
 - : uporablja površino in prostornino geometrijskih teles;
 - : rešuje matematične in življenjske probleme z uporabo znanja o geometrijskih telesih;
 - : uporablja digitalno tehnologijo za raziskovanje lastnosti geometrijskih teles in pri reševanju problemov.
- SC** (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

opiše geometrijska telesa in njihove lastnosti:

- » prizma in piramida (pokončna, pravilna, enakoroba, poševna),
- » valj in stožec (pokončni, enakostranični, poševni),
- » krogla;

razume koncepta površine in prostornine ter ju uporabi pri izpeljavi formul za površino in prostornino;

uporabi znanje evklidske geometrije in likov pri reševanju nalog z geometrijskimi telesi;

pri različnih podatkih uporabi formule in druge postopke za površino in prostornino geometrijskih teles;

pri različnih podatkih uporabi površino in prostornino vrtenin, ki nastanejo z vrtenjem pravokotnika okoli stranice ali simetrale za kot 360° , pravokotnega trikotnika okoli katete za kot 360° *in ostalih vrtenin*;

pri različnih podatkih uporabi površino in prostornino presekanega stožca in piramide;

reši matematični in življenjski problem z znanjem o geometrijskih telesih.

TERMINI

◦ geometrijsko telo ◦ prizma ◦ valj ◦ stožec ◦ krogla ◦ površina ◦ prostornina ◦ vrtenina ◦ osni presek ◦ n-strana prizma ◦ n-strana piramida ◦ pravilna n-strana prizma/piramida ◦ enakoroba n-strana prizma/piramida ◦ enakostranični valj ◦ enakostranični stožec ◦ telesna diagonalna ◦ telesna višina ◦ stranska višina ◦ ploskovna diagonalna ◦ pokončna prizma/piramida ◦ pokončni valj/stožec ◦ poševna prizma/piramida ◦ poševni valj/stožec ◦ presekan piramida ◦ presekan stožec ◦ sestavljeno telo

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	16
Priporočen letnik obravnave	2. ali 3. letnik, po skupini ciljev Geometrijski liki 3. letnik, po skupini ciljev Kotne funkcije
Predznanje	Dijaki so v osnovni šoli spoznali geometrijska telesa in njihove lastnosti, koncepta površina in prostornina ter ju uporabljali. Površina in prostornina krogle je v osnovni šoli izbirno znanje. Poznavanje ravninske geometrije in geometrijskih likov je vključeno v skupini ciljev Evklidska geometrija v ravnini in prostoru in Geometrijski liki.

Vsebinski in didaktični poudarki

Dijaki ponovijo osnovne pojme o telesih, npr. napišejo povzetek, izdelajo plakat, miselni vzorec, pripravijo predstavitev z digitalno tehnologijo. Diagnosticiramo in po potrebi dopolnimo vrzeli v znanju.

Uporabljamo modele in mreže geometrijskih teles. Z digitalno tehnologijo vizualiziramo modele in mreže geometrijskih teles, njihove osne preseke ter vrtenine.

Z ustreznimi dejavnostmi preverimo poznavanje in razumevanje lastnosti geometrijskih teles in koncepta površine in prostornine. Formule za površino in prostornino teles naj dijaki znajo izpeljati z razumevanjem.

Prepoznajo valj, stožec in kroglo kot vrtenine. Določijo os vrtenja in analizirajo nastalo vrtenino glede na izbiro osi.

Vrtenine, ki nastanejo z vrtenjem:

- » pravokotnika okoli stranice ali simetrale za kot 360° in
- » pravokotnega trikotnika okoli katete za kot 360° ,

poznajo vsi dijaki. Prav tako znajo izračunati površino in prostornino nastalih vrtenin. Preostale vrtenine sodijo med zahtevnejše znanje.

Pri izračunih dijaki ocenjujejo in kritično presojujejo dobljene vrednosti ter so pozorni na merske enote. Dijake navajamo na smiselno uporabo računalna, posebno pozornost namenimo pravilnemu in ne pregrobemu zaokrožanju vmesnih rezultatov oziroma računanju z natančnimi vrednostmi. Ozaveščamo pomen skice pri reševanju geometrijskih nalog.

Dijaki sami poiščejo modele teles v okolju in stroki ter jih uporabijo pri računanju različnih veličin.

Matematični problemi:

- » platonska telesa: Raziskovanje obstoja in lastnosti platonskih teles, V. Ternar Horvat, *Razvijamo matematično pismenost*, str. 146, Razvijamo_matematicno_pismenost.pdf (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/hp8fz5i>),
- » Arhimedova krogla in valj,
- » Keplerjeva vinska soda,
- » Egiptčanska piramida in prostornina prisekane piramide.

Življenjski problemi:

- » Računanje prostornine in površine različnih teles, ki jih srečamo v okolju,
- » Modeliranje fizičnih objektov z geometrijskimi telesi,
- » Konstrukcija stopnišča/strehe,
- » Kemija (molekule in kristali).



FUNKCIJE, KRIVULJE DRUGEGA REDA

OBVEZNO

OPIS TEME

Funkcija je pomemben matematični koncept, ki ga začnemo obravnavati v osnovni šoli. V gimnazijskem izobraževanju je velik del pouka namenjen nadaljnji izgradnji koncepta funkcije. Pri dijakih nadgradimo razumevanje medsebojnega odnosa dveh spremenljivk in postopoma izgrajujemo razumevanje funkcijskega predpisa.

Poudarek je na obravnavi raznolikih funkcij, ki dijakom omogoča, da bolje razumejo svet okoli sebe, ga opišejo z matematičnim jezikom in orodji ter rešujejo matematične in življenjske probleme. Posledično je tema razdeljena na naslednje skupine ciljev: **Pravokotni koordinatni sistem, Definicija funkcije in njene lastnosti, Linearna funkcija, Potenčna in korenska funkcija, Kvadratna funkcija, Polinomska funkcija, Racionalna funkcija, Eksponentna funkcija, Logaritemska funkcija, Kotne funkcije, Krivulje drugega reda.**

Dijaki z digitalno tehnologijo in računsko raziskujejo različne lastnosti funkcij. Opazujejo in rišejo grafe funkcij ter prehajajo med reprezentacijami (preglednica, graf, predpis, puščični prikaz). Uporabljajo različne reprezentacije funkcij, vzetih iz matematičnih in življenjskih situacij, ki dijakom pomagajo razumeti njihovo uporabnost in pomen. Različne življenjske probleme rešujejo s procesom matematičnega modeliranja.

Pri obravnavi krivulj drugega reda pokažemo in osmislimo, da ni vsaka krivulja graf funkcije. Povežemo analitično in geometrijsko definicijo krivulj drugega reda in pri tem smiselno uporabljamo digitalno tehnologijo. Krivulje drugega reda ponazorimo tudi s preseki enojnega ali dvojnega stožca z ravninami, ki ga sekajo pod različnimi koti.

PRAVOKOTNI KOORDINATNI SISTEM

CILJI

Dijak:

- : uporablja koordinatni sistem v ravnini in prostoru;
- : uporablja toge transformacije in središčni razteg v koordinatnem sistemu;
- : uporablja razdaljo med točkama, razpolovišče daljice, ploščino trikotnika;

O: uporablja digitalno tehnologijo za raziskovanje lastnosti matematičnih objektov v koordinatnem sistemu in pri reševanju problemov.

SC (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

uporabi pojme pravokotnega koordinatnega sistema;

nariše in prebere točko in množico točk v koordinatnem sistemu;

uporabi toge transformacije in središčni razteg v koordinatnem sistemu v ravnini;

uporabi in izpelje formulo za razdaljo med točkama v ravnini in v prostoru;

uporabi in izpelje formulo za razpolovišče daljice z danima krajiščema v ravnini in v prostoru;

uporabi formulo za ploščino trikotnika z danimi oglišči v ravnini;

reši matematični in življenjski problem z znanjem o pravokotnem koordinatnem sistemu.

TERMINI

- koordinatni sistem ◦ abscisna os ◦ ordinatna os ◦ aplikatna os ◦ koordinatno izhodišče ◦ enota
- simetrala lihih kvadrantov ◦ simetrala sodih kvadrantov ◦ abscisa točke ◦ ordinata točke ◦ aplikata točke
- razdalja med točkama ◦ razpolovišče daljice ◦ kolinearne točke ◦ orientacija trikotnika ◦ ploščina trikotnika
- koordinatne osi ◦ koordinate točke ◦ kvadrant ◦ polravnina ◦ oktant ◦ nekolinearne točke

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	8
Priporočen letnik obravnave	1. letnik, pred obravnavo skupine ciljev Definicija funkcije in njene lastnosti Pravokotni koordinatni sistem v prostoru obravnavamo pri skupini ciljev Vektorji.
Predznanje	V osnovni šoli so dijaki obravnavali pravokotni koordinatni sistem v ravnini, točke v koordinatnem sistemu, reševali so tudi naloge z uporabo Pitagorovega izreka v koordinatnem sistemu.

Vsebinski in didaktični poudarki

Pripravimo ustrezne dejavnosti, pri katerih dijaki preverijo znanje iz osnovne šole.

Poimenovanje »pravokotni koordinatni sistem« nadomestimo s krajšim poimenovanjem, tj. »koordinatni sistem«.

Množice točk v koordinatnem sistemu rišemo tudi pri skupinah ciljev, ki se nanašajo na posamezne funkcije. Risanje množic točk, ki ustrezajo pogojem $y < f(x)$, $y \leq f(x)$, $y > f(x)$, $y \geq f(x)$, ne spada v minimalni standard.

Pri obravnavi množic točk v ravnini naredimo povezavo s kartezičnim produktom.

Dijakom predstavimo različno digitalno tehnologijo za delo s koordinatnim sistemom. Priporočamo npr. GeoGebro, Desmos in e-gradiva, ki jih bodo uporabljali tudi pri nadaljnjem učenju matematike.

Točke v koordinatnem sistemu v prostoru prikažemo z digitalno tehnologijo.

Obravnavo koordinatnega sistema povežemo z omembo geografske širine in dolžine pri geografiji.



DEFINICIJA FUNKCIJE IN NJENE LASTNOSTI

CILJI

Dijak:

- : razume in uporablja koncept funkcije;
- : raziskuje in uporablja funkcije: linearna, kvadratna, potenčna, korenska, polinomska, racionalna, eksponentna, logaritemska, kotne in krožne funkcije;
- : raziskuje in uporablja lastnosti funkcij in riše njihove grafe;
- : s funkcijami modelira življenjske situacije;
- SC (2.2.3.1 | 5.2.5.1 | 5.2.5.2 | 5.2.5.3 | 2.3.3.1 | 2.4.3.1 | 4.5.2.1)
- : uporablja digitalno tehnologijo za risanje grafov funkcij in raziskovanje lastnosti funkcij ter pri reševanju problemov.
- SC (1.1.1.1 | 1.1.2.2 | 4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

razume in uporabi definicijo funkcije in definicijo realne funkcije realne spremenljivke;

uporabi različne reprezentacije funkcije in prehaja med njimi (puščični diagram, preglednica, graf, predpis, besedni opis ...);

prepozna graf funkcije in ga loči od množice točk, ki ni graf funkcije;

analizira in uporabi lastnosti funkcij:

- » definicijsko območje in zaloga vrednosti,
- » ničla,
- » začetna vrednost,
- » predznak,
- » naraščanje, padanje, monotonost,
- » omejenost,
- » sodost, lihost,
- » *konveksnost, konkavnost*,
- » asimptota,

» **periodičnost,**

» bijektivnost, injektivnost, surjektivnost;

nariše graf elementarne funkcije z upoštevanjem njenih lastnosti ali z naslednjimi transformacijami:

» **vzporedni premik in razteg vzdolž koordinatnih osi,**

» **$-f(x)$, $f(-x)$, $-f(-x)$,**

» **$|f(x)|$, $*f(|x|)$, $|f(|x|)|$ *;**

izračuna presečišča grafa poljubne funkcije in grafa konstantne funkcije ter razišče njuno medsebojno lego;

razišče medsebojno lego grafov funkcij;

z danega grafa funkcije f prebere rešitev neenačbe $f(x) < 0$, (tudi $\leq, >, \geq$);

z danih grafov funkcij f in g z označenimi presečišči prebere rešitev neenačbe $f(x) < g(x)$, (tudi $\leq, >, \geq$);

z digitalno tehnologijo reši neenačbo $f(x) < g(x)$, (tudi $\leq, >, \geq$);

nariše graf odsekoma podane funkcije in ga interpretira;

uporabi osnovne računske operacije s funkcijami;

pozna pogoj za obstoj sestavljene funkcije (kompozitum funkcij) in zapiše njen funkcijski predpis;

pozna pogoj za obstoj inverzne funkcije k dani funkciji, zapiše njen predpis ter razume in uporabi medsebojno lego grafov inverznih funkcij;

opiše pojem limita funkcije;

z grafa funkcije določi in interpretira limito funkcije v dani točki, limito funkcije v neskončnosti, neskončno limito funkcije;

izračuna limito funkcije, kjer uporabi:

» **limite funkcij:** $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$, če je f zvezna v a , $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} x^b$ ($b \in \mathbb{Q}$), $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} c^x$ ($c > 0$),

» ***posebna primera limit** $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x}$ *;

» **pravila za računanje z limitami funkcij (*z racionalizacijo*);**

uporabi limito pri določanju asimptot funkcij;

z grafa funkcije prepozna točke nezveznosti *in uporabi lastnosti zveznih funkcij*;

z digitalno tehnologijo nariše graf funkcije in razišče njene lastnosti;

pri funkcijah:

» **uporabi dani matematični model v življenjski situaciji in ga interpretira,**

» **modelira življenjski problem z ustrezno funkcijo.**

TERMINI

◦ funkcija ◦ neodvisna spremenljivka ◦ odvisna spremenljivka ◦ zaloga vrednosti funkcije ◦ graf funkcije
 ◦ omejenost funkcije ◦ neomejenost funkcije ◦ ničla funkcije ◦ začetna vrednost funkcije ◦ presečišče grafa z
 ordinatno osjo ◦ predznak funkcije ◦ asimptota funkcije ◦ pol funkcije ◦ naraščanje funkcije ◦ padanje
 funkcije ◦ konveksnost funkcije ◦ konkavnost funkcije ◦ periodičnost funkcije ◦ limita funkcije ◦ zveznost
 funkcije ◦ sodost funkcije ◦ lihost funkcije ◦ absolutna vrednost funkcije ◦ injektivna funkcija ◦ surjektivna
 funkcija ◦ inverzna funkcija ◦ bijektivna funkcija ◦ inverzna funkcija ◦ sestavljena funkcija (kompozitum
 funkcij) ◦ parameter ◦ družina funkcij ◦ konstantna funkcija

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	20
Priporočen letnik obravnave	1. letnik: definicija funkcije in definicija realne funkcije, različne reprezentacije funkcije Pri lastnosti funkcij predlagamo obravnavo naštetih pojmov: 1. letnik: ničla funkcije, začetna vrednost funkcije, predznak funkcije, naraščanje in padanje funkcije; 2. letnik: monotonost funkcije, omejenost funkcije, sodost in lihost funkcije, asimptota funkcije, bijektivnost, injektivnost in surjektivnost funkcije; 3. letnik: periodičnost funkcije; 4. letnik: konveksnost in konkavnost funkcije (pri diferencialnem računu), zveznost funkcije in limita funkcije. Konveksnost in konkavnost lahko kot lastnost omenimo že v 2. letniku. 2. letnik: inverzna funkcija, transformacije v ravnini 4. letnik: sestavljena funkcija
Predznanje	V osnovni šoli so dijaki obravnavali pojem funkcije na različnih realnih primerih, obravnavali so pojme neodvisna in odvisna spremenljivka, ničla in začetna vrednost. Kot poseben primer funkcije so spoznali premo in obratno sorazmerje in linearno funkcijo.

Vsebinski in didaktični poudarki

Preverimo predznanje dijakov iz osnovne šole.

Če definicijsko območje pri danem funkcijskem predpisu ni navedeno, obravnavamo funkcijski predpis na največjem/naravnem definicijskem območju.

Različne primere funkcij vpeljemo kot modele realnih pojavov z drugih predmetnih področij ali iz življenja. Pred obravnavo posameznih funkcij ponovimo bistvene lastnosti funkcij. Rišemo tudi grafe odsekoma podanih funkcij.

Dijaki raziskujejo premike, raztege in zrcaljenja grafov funkcij z uporabo primernih računalniških programov ali e-gradiv.

Računanje zahtevnih limit funkcij naj ne preglasi razumevanja temeljnega matematičnega pomena limite. Razumevanje pojma limite in zveznosti lahko podkrepimo z uporabo dinamičnih programov in tabeliranjem.

Obravnava pojmov injektivna, bijektivna in surjektivna funkcija je namenjena kasnejši vpeljavi inverznih funkcij (korenska, logaritemska, krožne).

Dijaki lahko na primerih raziskujejo lastnosti zveznih funkcij na zaprtem intervalu in z izbrano numerično metodo iščejo ničle zvezne funkcije na danem intervalu.

Že obravnavane lastnosti funkcij smiselno uporabljamo pri vseh nadaljnjih matematičnih vsebinah.

S primeri medpredmetnih povezav (fizika, kemija, biologija) osmislimo pojem spremenljivke, funkcijske odnose in prikazovanje spremenljivk ter odnosov. Dijaki naj razumejo, da funkcija opisuje odnos med veličinami v različnih življenjskih situacijah.

Vsako funkcijo (skupine ciljev v nadaljevanju) osmislimo z realnim primerom uporabe (medpredmetne povezave, iz vsakdanjega življenja, s področja finančne pismenosti, trajnosti, zdravja).

Pri modeliranju spodbujamo dijake, da razmišljajo o smiselnosti matematičnih modelov, omejitvah modelov in interpretaciji rezultatov v kontekstu realnega problema.

Pri statistiki raziskovanje povezanosti obravnavanih številskih podatkov povežemo z matematičnim modeliranjem.

Za risanje grafov, raziskovanje lastnosti funkcij, modeliranje podatkov in reševanje realnih problemov (modeliranje) uporabljamo tudi digitalno tehnologijo (npr. GeoGebra, Excel).

Primeri dejavnosti

 https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Uvod v lastnosti funkcij: Marelična marmelada (https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/czvyi2p), I. Rauter Repija in M. Škrlec, <i>Matematika v šoli</i> , 1/2023.
 https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Gojitev fižola v izbranih pogojih, N. Mihelič Erbežnik, <i>Posodobitve pouka v gimnazijski praksi: MATEMATIKA</i> (https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz), 2010.

Osnovne elementarne funkcije so:

- » potenčna funkcija $f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{Z}$,
- » korenska funkcija $f(x) = \sqrt[n]{x}$, $n \in \mathbb{N}$,
- » eksponentna funkcija $f(x) = a^x$, $a > 0$,
- » logaritemska funkcija $f(x) = \log_b x$, $b > 0$,
- » kotne funkcije $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = \tan x$,
- » krožne funkcije $f(x) = \arcsin x$, $f(x) = \arccos x$, $f(x) = \arctan x$.

Vsaka funkcija, ki jo iz opisanih skupin funkcij dobimo s končnim številom računskih operacij (seštevanje, odštevanje, množenje, deljenje) in kompozituma (sestavljanja), imenujemo **elementarna funkcija**.

Odводи funkcij, ki jih uporabljamo:

Funkcija $f(x)$	Odvod funkcije $f'(x)$
-----------------	------------------------

C (konstanta)	0
x^r	$r \cdot x^{r-1}, r \in \mathbb{R}$
e^x	e^x
a^x	$a^x \cdot \ln a, a \in (0, \infty) \setminus \{1\}$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$
$\log_a(x)$	$\frac{1}{x \cdot \ln a}, a \in (0, \infty) \setminus \{1\}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
$\tan^{-1} x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
$*\arcsin x*$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$*\arccos x*$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$*\arctan x*$	$\frac{1}{1+x^2}$

Nedoločeni integrali funkcij, ki jih uporabljamo:

Funkcija $f(x)$	Nedoločeni integral funkcije $\int f(x)dx$
x^r	$\frac{x^{r+1}}{r+1} + C, r \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$
e^x	$e^x + C$
a^x	$\frac{1}{\ln a} a^x + C, a \in (0, \infty) \setminus \{1\}$
$\sin x$	$-\cos x + C$
$\cos x$	$\sin x + C$
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\tan x + C$
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\tan^{-1} x + C$
$*\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}*$	$\arcsin x + C$
$*\frac{1}{1+x^2}*$	$\arctan x + C$

LINEARNA FUNKCIJA

CILJI

Dijak:

- : razume linearno odvisnost;
- : riše grafe linearnih funkcij ter raziskuje in uporablja njihove lastnosti;
- : rešuje in uporablja linearne enačbe in neenačbe ter sisteme linearnih enačb in neenačb;
- : rešuje matematične in življenjske probleme z linearno odvisnostjo;
- : uporablja digitalno tehnologijo za risanje grafa in raziskovanje lastnosti linearne funkcije ter pri reševanju problemov;
- SC (4.5.2.1)

I: uporablja linearno programiranje.

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

- prepozna linearno odvisnost in jo razlikuje od drugih odvisnosti;
- pozna in uporabi definicijo linearne funkcije;
- nariše in interpretira graf linearne funkcije;
- analizira in uporabi lastnosti linearne funkcije (pomen smernega koeficienta, začetne vrednosti);
- razume pomen različnih oblik enačbe premice, jih uporabi in prehaja med njimi;
- zapiše predpis linearne funkcije in enačbe premice pri različnih podatkih;
- razišče medsebojno lego dveh premic;
- izračuna in uporabi:
 - » naklonski kot premice,
 - » kot med premico in koordinatnima osema,
 - » kot med premicama,
 - » *razdaljo med točko in premico*;
- reši in uporabi:
 - » linearno enačbo in neenačbo z eno neznanko,



» sistem linearnih enačb,

» sistem linearnih neenačb z eno neznanko;

obravnavajo linearno enačbo in neenačbo, *sistem linearnih enačb*;

analizira predpis funkcije z eno absolutno vrednostjo, z *dvema absolutnima vrednostma* in nariše graf;

reši matematični problem z znanjem o linearni funkciji;

uporabi dani matematični model z linearno odvisnostjo v življenjski situaciji in ga vrednoti;

modelira življenjski problem z linearno odvisnostjo;

reši življenjsko situacijo z *linearnim programiranjem*.

TERMINI

◦ linearna funkcija ◦ diferenčni količnik funkcije ◦ smerni koeficient ◦ začetna vrednost ◦ ničla ◦ eksplicitna oblika enačbe premice ◦ implicitna oblika enačbe premice ◦ odsekovna oblika enačbe premice ◦ konstantna funkcija ◦ linearna enačba ◦ ekvivalentna enačba ◦ identična enačba ◦ enačba brez rešitve ◦ rešitev enačbe
◦ linearna neenačba ◦ sistem linearnih enačb ◦ eliminacija ◦ primerjalni način ◦ zamenjalni način ◦ metoda nasprotnih koeficientov ◦ sistem linearnih neenačb

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	20
Priporočen letnik obravnave	1. ali 2. letnik naklonski kot premice: kotne funkcije ostrih kotov, 2. letnik kot med premico in koordinatnima osema, kot med premicama: 3. letnik, Kotne funkcije razdalja med točko in premico: 1. ali 2. letnik, Linearna funkcija; 3. letnik, Krivulje drugega reda - po formuli
Predznanje	V osnovni šoli so spoznali definicijo in graf linearne funkcije. Z grafa znajo prebrati ničlo in začetno vrednost. Računsko in grafično določijo presečišče dveh premic.

Vsebinski in didaktični poudarki

Z ustreznimi nalogami preverimo predznanje dijakov iz osnovne šole.

Lastnosti linearne funkcije dijaki raziščejo tudi z uporabo digitalne tehnologije.

Uporabljamo različne reprezentacije linearne funkcije (funkcijski predpis, graf funkcije, preglednica) in prehajanje med njimi.

Uporabljamo primere linearne funkcije, ki jih najdemo v geometriji, fiziki in pri opazovanju vzorcev.

Posebej predstavimo stopničasto funkcijo, npr. cena parkiranja, dohodninska lestvica.

Razdaljo med točko in premico lahko računamo s formulo ali brez nje. Izpeljava formule ni obvezna.

Posebno pozornost namenimo primerom modeliranja iz vsakdanjega življenja in različnih strokovnih področij.

Primeri dejavnosti

 https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Posodobitve pouka v gimnazijski praksi: MATEMATIKA (https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz) - Gorenje sveče (M. Bon Klanjšček) - Uporaba linearnega modela za gorenje sveče (S. Pustavrh) - Markove priprave na maraton (S. Vreš) - Poraba goriva (S. Vreš) - Poševni stolp v Pisi (K. Novak) - Reševanje problema nakupa avtomobila glede na vrsto goriva (S. Vreš)
 https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Razvijamo matematično pismenost (https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/hp8fz5i) Uporaba linearnega modela za gorenje sveče (S. Pustavrh)
 https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Matematika v šoli, 2/2023 Ugotavljanje modela za višino človeka glede na velikost čevljev (J. Bone)
 https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Primer linearnega programiranja in finančne pismenosti: Merja scenariji in moduli (https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/0vhd56e): Tovarna koles

POTENČNA IN KORENSKA FUNKCIJA

CILJI

Dijak:

- : razume potenčno in korensko odvisnost;
- : riše grafe potenčnih in korenskih funkcij ter raziskuje in uporablja njihove lastnosti;
- : rešuje in uporablja iracionalne enačbe;
- : rešuje matematične in življenjske probleme s potenčno/korensko odvisnostjo;
- : uporablja digitalno tehnologijo za risanje grafa in raziskovanje lastnosti potenčne in korenske funkcije ter pri reševanju problemov.

SC (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

prepozna potenčno in korensko odvisnost in ju loči od drugih odvisnosti;

pozna in uporabi definicijo

- » potenčne funkcije s pozitivnim in negativnim celim eksponentom,
- » korenske funkcije z lihim in sodim korenskim eksponentom;

nariše in interpretira graf potenčne in korenske funkcije;

analizira in uporabi lastnosti potenčne in korenske funkcije;

zapiše predpis potenčne in korenske funkcije pri različnih podatkih;

zapiše predpis inverzne funkcije potenčni in korenski funkciji;

reši iracionalno enačbo z uporabo enega potenciranja *in z uporabo več potenciranj*.

TERMINI

◦ potenčna funkcija ◦ korenska funkcija ◦ iracionalna enačba ◦ hiperbola

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	6
Priporočen letnik obravnave	2. letnik
Predznanje	Definicija in lastnosti funkcij, posebej injektivnost, surjektivnost, bijektivnost

Vsebinski in didaktični poudarki

Poudarjeni so pojem inverzne funkcije in pogoji za njen obstoj, zato pred tem ponovimo injektivnost, surjektivnost in bijektivnost. Pomembno je, da dijaki zapišejo predpis inverzne funkcije potenčni in korenski funkciji na primernem intervalu.

Lastnosti potenčne in korenske funkcije dijaki raziščejo tudi z uporabo digitalne tehnologije.



KVADRATNA FUNKCIJA

CILJI

Dijak:

- : razume kvadratno odvisnost;
- : riše grafe kvadratnih funkcij ter raziskuje in uporablja njihove lastnosti;
- : rešuje in uporablja kvadratne enačbe in neenačbe ter sisteme kvadratnih enačb in neenačb;
- : rešuje matematične in življenjske probleme s kvadratno odvisnostjo;
- SC (5.2.5.1 | 5.2.5.2 | 5.2.5.3)
- : uporablja digitalno tehnologijo za risanje grafa in raziskovanje lastnosti kvadratne funkcije ter pri reševanju problemov.
- SC (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

- prepozna kvadratno odvisnost in jo razlikuje od drugih odvisnosti;**
- pozna in uporabi definicijo kvadratne funkcije;**
- nariše in interpretira graf kvadratne funkcije;**
- analizira in uporabi lastnosti kvadratne funkcije (pomen temena, vodilnega koeficienta, diskriminante);**
- razume pomen različnih oblik predpisa kvadratne funkcije, jih uporabi in prehaja med njimi;**
- zapiše predpis kvadratne funkcije in enačbe parabole v vseh treh oblikah in pri različnih podatkih;**
- reši in uporabi kvadratno enačbo, kvadratno neenačbo *in sistem kvadratnih neenačb z eno neznanko*;**
- utemelji in uporabi Vietovi formuli;*
- izračuna presečišča in razišče medsebojno lego dveh parabol ter parabole in premice;**
- reši matematični problem z znanjem o kvadratni funkciji;
- uporabi dani matematični model s kvadratno odvisnostjo v življenjski situaciji in ga vrednoti;**
- modelira življenjski problem s kvadratno odvisnostjo.

TERMINI

◦ kvadratna funkcija ◦ parabola ◦ kvadratna enačba ◦ kvadratna neenačba ◦ diskriminanta ◦ teme ◦ vodilni koeficient ◦ vodilni člen ◦ konstantni člen ◦ Vietovi formulī ◦ ekstremna vrednost ◦ splošna oblika predpisa kvadratne funkcije ◦ temenska oblika predpisa kvadratne funkcije ◦ razcepna (ničelna) oblika predpisa kvadratne funkcije

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	25
Priporočen letnik obravnave	2. letnik
Predznanje	Dijaki poznajo lastnosti funkcij, linearno funkcijo in potenčno funkcijo.

Vsebinski in didaktični poudarki

Eden od možnih pristopov obravnave je, da najprej obravnavamo kvadratno enačbo, šele nato kvadratno funkcijo. Poudarimo pomen diskriminante in poiščemo tudi kompleksni rešitvi kvadratne enačbe.

Kvadratno funkcijo lahko uvedemo s praktičnim primerom podajanja žoge med dijaki v učilnici, pri čemer jih opozorimo na opazovanje oblike poti žoge. Ob tem uvedemo pojme parabola, teme, simetrijska os parabole.

Dijaki lastnosti kvadratne funkcije, pomen koeficientov v predpisu kvadratne funkcije v vseh treh oblikah, medsebojno lego premice in parabole raziskujejo tudi z digitalno tehnologijo.

Lastnosti kvadratnih funkcij uporabimo pri reševanju nekaterih ekstremalnih problemov.

Obravnavamo primere iz vsakdanjega življenja, ki jih je mogoče smiselno modelirati s kvadratno funkcijo (oblika poti žoge pri poševnem metu, oblika curka vode v fontani).

Priporočamo medpredmetno povezavo s fiziko (enakomerno pospešeno gibanje) in s kemijo (zakon o vplivu koncentracij).

Dijaki preberejo matematična besedila (npr. o zlatem rezu), jih analizirajo in predstavijo.

Priporočamo povezovanje s finančno pismenostjo (prihodki, stroški, dobiček podjetja, ki ga ekonomisti pogosto modelirajo s kvadratno funkcijo).

Primeri dejavnosti



<https://aplifikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz>" width="31" height="31">

Posodobitve pouka v gimnazijski praksi: MATEMATIKA

(<https://aplifikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz>)

- Uta psa Lorda (I. Rauter Repija)
- Goreči šotor (I. Rauter Repija, M. Sirnik)
- Pleskanje stene (I. Rauter Repija)

POLINOMSKA FUNKCIJA

CILJI

Dijak:

- uporablja definicijo polinomske funkcije;
- riše grafe polinomskih funkcij ter raziskuje in uporablja njihove lastnosti;
- pozna in uporablja računske operacije s polinomi in njihove lastnosti;
- rešuje in uporablja polinomske enačbe in neenačbe, sisteme polinomskih enačb in neenačb;
- rešuje matematične in življenjske probleme s polinomsko funkcijo;
- uporablja digitalno tehnologijo za risanje grafa in raziskovanje lastnosti polinomske funkcije ter pri reševanju problemov.

SC (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

pozna in uporabi definicijo polinomske funkcije (polinoma) kot realne funkcije realne spremenljivke;

prepozna potenčno funkcijo z naravnim eksponentom, linearno in kvadratno funkcijo kot posebne primere polinomskih funkcij;

uporabi :

- » seštevanje, odštevanje, množenje in deljenje polinomov,
- » enakost polinomov,
- » osnovni izrek o deljenju polinomov,
- » izrek o deljenju polinoma z linearnim polinomom $x - c$;

uporabi:

- » izrek o celih in racionalnih ničlah polinomske funkcije,



» Hornerjev algoritem,

» razcep polinomske funkcije na produkt linearnih in nerazcepnih kvadratnih faktorjev v $\mathbb{R}$,

» *metodo bisekcije z uporabo digitalne tehnologije*;

nariše in interpretira graf polinomske funkcije;

analizira in uporabi lastnosti polinomske funkcije;

zapiše predpis polinomske funkcije pri različnih podatkih;

reši in uporabi:

» polinomsko enačbo (tudi v $\mathbb{C}$),

» polinomsko neenačbo;

izračuna presečišča grafov dveh polinomskih funkcij;

reši matematični problem z znanjem o polinomske funkciji;

uporabi dani matematični model s polinomske funkcijo v življenjski situaciji in ga vrednoti;

modelira življenjski problem z uporabo polinomske funkcije.

TERMINI

◦ polinomska funkcija ◦ polinom ◦ stopnja polinoma ◦ vodilni koeficient ◦ vodilni člen ◦ konstantni (prosti) člen ◦ enakost polinomov ◦ seštevanje polinomov ◦ odštevanje polinomov ◦ množenje polinomov
◦ deljenje polinomov ◦ osnovni izrek o deljenju polinomov ◦ r-kratna ničla ◦ ničla lihe stopnje ◦ ničla sode stopnje ◦ Hornerjev algoritem ◦ bisekcija ◦ polinomska enačba ◦ polinomska neenačba ◦ razcepna (ničelna/faktorizirana) oblika predpisa polinomske funkcije ◦ splošna oblika predpisa polinomske funkcije

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	20
Priporočen letnik obravnave	3. letnik
Predznanje	Dijaki poznajo lastnosti funkcij, linearno funkcijo, potenčno funkcijo, kvadratno funkcijo ter kompleksna števila.

Vsebinski in didaktični poudarki

Ponovimo lastnosti potenčne funkcije: obnašanje grafa v okolici ničel in v neskončnosti.

Primere polinomskih funkcij vpeljemo kot posplošitev že znanih funkcij (linearne, potenčne s pozitivnim celim eksponentom, kvadratne).



Obravnavo osnovnega izreka o deljenju polinomov povežemo z osnovnim izrekom o deljenju celih števil. Hornerjev algoritem lahko navedemo brez dokaza.

Lastnosti polinomske funkcije dijaki raziščejo tudi z uporabo digitalne tehnologije. Z digitalno tehnologijo tudi rišejo grafe polinomov, rešujejo polinomske enačbe in neenačbe ter modelirajo s polinomi.

Dijaki obravnavajo primere iz vsakdanjega življenja, ki jih je mogoče smiselno modelirati s polinomi.

Po obravnavi diferencialnega računa iščemo tudi stacionarne točke in natančneje analiziramo graf polinomske funkcije.



RACIONALNA FUNKCIJA

CILJI

Dijak:

- uporablja definicijo racionalne funkcije kot količnik dveh polinomov;
 - riše grafe racionalnih funkcij ter raziskuje in uporablja njihove lastnosti;
 - rešuje in uporablja racionalne enačbe in neenačbe;
 - rešuje matematične in življenjske probleme z racionalno funkcijo;
 - uporablja digitalno tehnologijo za risanje grafa in raziskovanje lastnosti racionalne funkcije ter pri reševanju problemov.
- SC** (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

pozna in uporabi definicijo racionalne funkcije ter prepozna potenčne funkcije z negativnim celim eksponentom in polinomske funkcije kot posebne primere racionalnih funkcij;

nariše in interpretira graf racionalne funkcije z vodoravno in poševno asimptoto;

analizira in uporabi lastnosti racionalne funkcije;

zapiše predpis racionalne funkcije pri različnih podatkih;

reši in uporabi racionalno enačbo *in racionalno neenačbo*;

izračuna presečišča grafov dveh racionalnih funkcij;

reši matematični problem z znanjem o racionalni funkciji;

uporabi dani matematični model z racionalno funkcijo v življenjski situaciji in ga vrednoti;

modelira življenjski problem z racionalno funkcijo.

TERMINI

- racionalna funkcija ○ pol ○ navpična asimptota ○ vodoravna asimptota ○ stopnja pola ○ stopnja ničle
- presečišče z asimptoto ○ racionalna enačba ○ racionalna neenačba



DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	10
Priporočen letnik obravnave	3. letnik, po skupini ciljev Polinomska funkcija
Predznanje	Dijaki poznajo lastnosti funkcij, linearno funkcijo, potenčno funkcijo, polinomske funkcije.

Vsebinski in didaktični poudarki

Ponovimo lastnosti potenčne funkcije s pozitivnim celim in negativnim celim eksponentom (obnašanje grafa funkcije v okolici polov).

Lastnosti racionalne funkcije dijaki raziščejo tudi z uporabo digitalne tehnologije. Z uporabo digitalne tehnologije tudi rišemo grafe racionalnih funkcij in rešujemo racionalne enačbe in neenačbe.

Pri pouku lahko kot zanimivost pokažemo tudi primere racionalnih funkcij, katerih asimptota ni premica. Racionalne neenačbe rešujemo tudi grafično.

Priporočamo medpredmetno povezavo s fiziko (gravitacijska sila, Stefanov zakon, plinska enačba).

Primeri dejavnosti

 https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Modeliranje jakosti radioaktivnega sevanja z racionalno funkcijo, N. Stopar, <i>Kritično mišljenje pri naravoslovju in matematiki</i> (https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/v77a83y), 2022, str. 149.
	Matematična raziskava: Razišči družino racionalnih funkcij $f(x) = \frac{a}{x^2+b}$; $a, b \in \mathbb{R}$. Napiši poročilo.

EKSPONENTNA FUNKCIJA

CILJI

Dijak:

- : razume eksponentno odvisnost;
- : riše grafe eksponentnih funkcij ter raziskuje in uporablja njihove lastnosti;
- : rešuje in uporablja eksponentne enačbe in neenačbe;
- : rešuje matematične in življenjske probleme z eksponentno odvisnostjo;
- SC (2.2.3.1 | 2.3.3.1 | 2.4.3.1 | 5.2.5.1 | 5.2.5.2 | 5.2.5.3)
- : uporablja digitalno tehnologijo za risanje grafa in raziskovanje lastnosti eksponentne funkcije ter pri reševanju problemov.
- SC (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

prepozna eksponentno odvisnost in jo razlikuje od drugih odvisnosti;

pozna in uporabi definicijo eksponentne funkcije (tudi z osnovo e);

nariše in interpretira graf eksponentne funkcije;

analizira in uporabi lastnosti eksponentne funkcije;

zapiše predpis eksponentne funkcije pri različnih podatkih;

reši in uporabi eksponentno enačbo in eksponentno neenačbo;

izračuna presečišča grafov dveh eksponentnih funkcij;

grafično/z digitalno tehnologijo razišče medsebojno lego grafa eksponentne funkcije in grafa poljubne druge funkcije;

reši matematični problem z znanjem o eksponentni funkciji;

uporabi dani matematični model z eksponentno odvisnostjo v življenjski situaciji in ga vrednoti;

modelira življenjski problem z eksponentno odvisnostjo.

TERMINI

◦ eksponentna funkcija ◦ eksponentna enačba ◦ eksponentna neenačba ◦ Eulerjevo število (e) ◦ naravna rast ◦ asimptota ◦ eksponent ◦ osnova

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	10
Priporočen letnik obravnave	2. letnik Eksponentno rast obravnavamo tudi v 4. letniku pri skupini ciljev Zaporedja.
Predznanje	Dijaki poznajo definicijo potence z naravnim, celim in racionalnim eksponentom ter pravila za računanje s potencami.

Vsebinski in didaktični poudarki

Ponovimo definicijo potence z naravnim, celim in racionalnim eksponentom in pravila za računanje s potencami.

Eksponentno funkcijo lahko uvedemo s primerom: *Preiskovanje širjenja govoric* (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/qjcn3w9>), M. Suban, *Matematika v šoli*, 1/2023.

Lastnosti eksponentne funkcije dijaki raziščejo tudi z uporabo digitalne tehnologije.

Analitično reševanje eksponentnih enačb in neenačb povezujemo z grafičnim reševanjem eksponentnih enačb in neenačb.

Obravnavamo življenjske situacije, ki jih je mogoče smiselno modelirati z eksponentno funkcijo (biologija, kemija, fizika, finance), npr. rast populacije, radioaktivni razpad, obrestno obrestovanje.

Primeri dejavnosti



<https://aplifikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz>
width="31" height="31">

Posodobitve pouka v gimnazijski praksi: MATEMATIKA

- Tekaški treningi (J. Kos)
- Skodelica kave (K. Novak)
- Naravno čiščenje onesnaženega jezera (H. Kapus)
- Upadanje svetlobnega toka (J. Kos)

(A. Špegel Razbornik) Pri testiranju novega intravenoznega zdravila so znanstveniki ugotovili, da se količina zdravila v krvnem obtoku sčasoma zmanjša po modelu $D(t) = 1,4 \cdot 0,77^t$, $t \geq 0$, kjer je D količina zdravila v krvnem obtoku v miligramih na liter (mg/l) in t čas v urah.

- Zapiši količino zdravila v krvnem obtoku pri $t=0$.
- Izračunaj količino zdravila v krvnem obtoku po štirih urah.
- V kakšnem času se bo količina zdravila v krvnem obtoku zmanjša na 0,22mg/l?
- Nekateri testiranci so imeli povišan srčni utrip 45 min po zaužitju zdravila. Koliko mg zdravila so imeli takrat v krvnem obtoku?
- Nariši graf funkcije D in zapiši njene lastnosti.
- Kaj so pomanjkljivosti danega matematičnega modela? Predlagaj ustrežnejši model za količino zdravila v krvi v odvisnosti od časa.

LOGARITEMSKA FUNKCIJA

CILJI

Dijak:

- : razume logaritemsko odvisnost;
 - : riše grafe logaritemskih funkcij ter raziskuje in uporablja njihove lastnosti;
 - : razume in uporablja lastnosti logaritma in pravila za logaritmiranje;
 - : rešuje in uporablja logaritemске enačbe in neenačbe;
 - : rešuje matematične in življenjske probleme z logaritemsko odvisnostjo;
 - : uporablja digitalno tehnologijo za risanje grafa in raziskovanje lastnosti logaritemске funkcije ter pri reševanju problemov.
- SC** (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:



prepozna logaritemsko odvisnost in jo razlikuje od drugih odvisnosti;

pozna in uporabi definicijo logaritemske funkcije kot inverzne funkcije eksponentni funkciji (tudi naravni in desetiški logaritem);

pozna in uporabi:

- » lastnosti logaritma,
- » pravila za računanje z logaritmi *in jih dokaže*,
- » *prehod k novi osnovi*;

nariše in interpretira graf logaritemske funkcije;

analizira in uporabi lastnosti logaritemske funkcije;

zapiše predpis logaritemske funkcije pri različnih podatkih;

reši in uporabi:

- » logaritemsko enačbo,
- » *logaritemsko neenačbo*,
- » logaritem za reševanje eksponentnih enačb *in eksponentnih neenačb* z različnima osnovama in različnima eksponentoma;

izračuna presečišče grafov dveh logaritemskih funkcij;

reši matematični problem z znanjem o logaritemski funkciji;

uporabi dani matematični model z logaritemsko odvisnostjo v življenjski situaciji in ga vrednoti;

modelira življenjski problem z logaritemsko odvisnostjo.

TERMINI

- logaritemska funkcija ◦ logaritem ◦ osnova logaritma ◦ logaritmand ◦ logaritmiranje ◦ desetiški logaritem
- naravni logaritem ◦ logaritemska enačba ◦ logaritemska neenačba ◦ prehod k novi osnovi
- antilogaritmiranje

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	12
Priporočen letnik obravnave	2. letnik, po skupini ciljev Eksponentna funkcija
Predznanje	Dijaki poznajo lastnosti funkcij, eksponentno funkcijo, pogoj za obstoj inverzne funkcije.

Vsebinski in didaktični poudarki

Poudarimo, da sta logaritemska in eksponentna funkcija inverzni.

Lastnosti logaritemske funkcije dijaki raziščejo tudi z uporabo digitalne tehnologije.

Dijake naučimo uporabe žepnega računalja.

Pri reševanju logaritemskih enačb upoštevamo definicijsko območje logaritemske funkcije. Dijaki analitično reševanje logaritemskih enačb povezujejo z grafičnim, uporabimo tudi digitalno tehnologijo.

Dijaki obravnavajo primere iz vsakdanjega življenja, ki jih je mogoče smiselno modelirati z logaritemsko funkcijo.

Predlagamo medpredmetno povezavo s kemijo (npr. merjenje vrednosti pH vodnih raztopin) in fiziko (npr. potresna jakost, zvočna jakost).



Primeri dejavnosti

 https://aplifikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Posodobitve pouka v gimnazijski praksi: MATEMATIKA Naravno čiščenje jezera (A. Grahor)
	Vrednost pH (primer uporabe danega matematičnega modela z logaritemsko odvisnostjo v življenjski situaciji, vključeni so skupni cilji področja Zdravje in dobrobit) (A. Drobnič Vidič). Določen delež žveplovega dioksida se v zraku veže z vodo in tvori žveplovo (IV) kislino, ki kot tako imenovani kisli dež pada na Zemljo. Kislost tekočine merimo s koncentracijo prostih vodikovih ionov, kar označujemo z vrednostjo pH. Če spremenljivka x označuje koncentracijo vodikovih ionov v molih na liter, je vrednost pH podana s funkcijo: $pH(x) = -\log x$. Iz znanih mejnih vrednosti za pH, ki se uporabljajo, ugotovi: • katere vrednosti x lahko koncentracija ionov zavzame, • kaj se dogaja z vrednostjo pH, če koncentracija ionov narašča, • pri kateri vrednosti je tekočina pH nevtralna (in je torej zdravju prijazna).
	Magnituda potresa (A. Špegel Razbornik). Magnitudo potresa R po Richterjevi lestvici lahko modeliramo z funkcijo $R(E) = \frac{2 \ln(E)}{3 \ln(10)} - 3,2$, kjer je E količina energije v Joulih (J), ki jo sprosti potres. • Na spletu poišči informacije o Richterjevi lestvici. Zapiši ključne informacije. • Izračunaj magnitudo potresa, ki sprosti $7,2 \cdot 10^{10}$ J energije, na eno decimalno mesto natančno. • Leta 1998 je potres z magnitudo 5,5 prizadel Slovenijo (Posočje). Izračunaj količino energije (v J), ki jo je sprostil ta potres. Rezultat zapiši na dve decimalni mesti natančno. • Najmočnejši do zdaj registriran potres z magnitudo 9,5 je prizadel Čile, leta 1960. Kolikokrat več energije se je sprostilo ob potresu z magnitudo 9,5 glede na potres z magnitudo 5,5? • Izračunaj magnitudo potresa, ki sprosti 1000-krat več energije kot pa potres magnitude 5,5. Rezultat zapiši na eno decimalno mesto natančno. • Razišči, kakšni so učinki potresa na ljudi, zgradbe in naravo (glede na različno magnitudo potresa). Zapiši ugotovitve.

KOTNE FUNKCIJE

CILJI

Dijak:

- : razume povezavo med definicijami kotnih funkcij v pravokotnem trikotniku in definicijami kotnih funkcij z enotsko krožnico;
 - : uporablja definicije kotnih funkcij poljubnega kota in riše njihove grafe;
 - : raziskuje in uporablja lastnosti in zveze med kotnimi funkcijami;
 - : uporablja definicije krožnih funkcij;
 - : rešuje in uporablja enačbe in neenačbe s kotnimi funkcijami;
 - : rešuje matematične in življenjske probleme s kotnimi funkcijami;
 - : uporablja digitalno tehnologijo za risanje grafov in raziskovanje lastnosti kotnih funkcij ter pri reševanju problemov.
-  (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

uporabi definicijo kota z enotsko krožnico in predstavi kote, ki so celoštevilski večkratniki kota 30° in kota 45° ;

pozna in uporabi definicije kotnih funkcij $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\tan\alpha$ z enotsko krožnico;

izračuna vrednosti kotnih funkcij za kote, ki so celoštevilski večkratniki kota 30° in kota 45° ;

prepozna in uporabi periodičnost kotnih funkcij ter razlikuje periodične funkcije od ostalih funkcij;

nariše in interpretira graf kotne funkcije;

analizira in uporabi lastnosti kotnih funkcij (pomen koeficientov);

zapiše predpis kotne funkcije pri različnih podatkih;

uporabi:

- » in izpelje **zveze med kotnimi funkcijami istega kota**,
- » in pojasni **pravila za prehod na ostri kot**,
- » in pojasni **formule za kotne funkcije komplementarnih, suplementarnih in nasprotnih kotov**,
- » **adicijske izreke**,

- » in izpelje kotne funkcije dvojnih kotov,
- » kotne funkcije polovičnih kotov,
- » formule za faktorizacijo in defaktorizacijo (pretvorbo vsote kotnih funkcij v produkt in obratno);

pozna definicije krožnih funkcij $\arcsin x$, $\arccos x$, $\arctan x$ *ter nariše njihove grafe*;

izračuna in uporabi vrednosti krožnih funkcij pri reševanju enačb;

reši in uporabi enačbo s kotnimi funkcijami, ki jo lahko z uporabo zvez preoblikuje v ekvivalentno:

- » enačbo oblike $\sin(bx + c) = a$, $\cos(bx + c) = a$, $\tan(bx + c) = a$; $a, b, c \in \mathbb{R}$,
- » razcepno enačbo,
- » enačbo, ki jo rešujemo z uvedbo nove neznanke,
- » homogeno enačbo prve stopnje *in druge stopnje*,
- » enačbo, ki jo rešujemo s polovičnimi koti, faktorizacijo, defaktorizacijo;

izračuna presečišča grafov dveh kotnih funkcij;

reši neenačbo s kotnimi funkcijami;

reši matematični problem z znanjem o kotnih funkcijah;

uporabi dani matematični model s kotnimi funkcijami v življenjski situaciji in ga vrednoti;

modelira življenjski problem s kotnimi funkcijami.

TERMINI

◦ funkcija sinus ◦ funkcija kosinus ◦ funkcija tangens ◦ enotska krožnica ◦ periodičnost ◦ osnovna perioda
 ◦ sodost ◦ lihost ◦ amplituda ◦ radian ◦ adicijski izreki ◦ kotne funkcije dvojnih kotov ◦ funkcija arkus
 kosinus ◦ funkcija arkus sinus ◦ enačba s kotnimi funkcijami (trigonometrična enačba) ◦ neenačba s kotnimi
 funkcijami (trigonometrična neenačba) ◦ sinusoida ◦ faktorizacija ◦ defaktorizacija ◦ funkcija arkus tangens

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	35
Priporočen letnik obravnave	3. letnik V 2. letniku obravnavamo kotne funkcije kotov med 0° in 360° .
Predznanje	Dijaki naj poznajo definicije kotnih funkcij ostrih kotov v pravokotnem trikotniku, njihove vrednosti za kote 30° , 45° in 60° ter definicijo radiana in zapis kotov v radianih.

Vsebinski in didaktični poudarki

Ponovimo definicije kotnih funkcij v pravokotnem trikotniku, nato jih razširimo v enotski krožnici, pri čemer poudarimo povezavo med velikostjo kota in dolžino loka (radiani, definicija vrednosti kotnih funkcij realnih števil).

Lastnosti in vrednosti kotnih funkcij raziščemo ob geometrijski interpretaciji na enotski krožnici. Uporabljamo različne pripomočke, npr. trigonir (kupljen ali pa ga dijaki izdelajo sami), interaktivne prikaze.

Osnovne zveze med kotnimi funkcijami istega kota, ki jih uporabljamo: $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$, $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ in

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \text{ (brez funkcije kotangens).}$$

Grafe kotnih funkcij lahko uvedemo z interaktivnimi prikazi vrtenja točke po enotski krožnici, nato lahko dijaki z digitalno tehnologijo raziščejo premike in raztege grafov kotnih funkcij. Pri ocenjevanju risanja grafov kotnih funkcij s premiki in raztegi, npr. $f(x) = A \sin(ax + b) + B$, priporočamo naloge, ki ne vsebujejo vseh štirih transformacij hkrati, dovolj je največ tri hkrati. Če hkrati nastopata razteg vzdolž osi x in premik vzdolž x , je to *zahtevnejše znanje*.

Pred obravnavo krožnih funkcij ponovimo pojem inverzne funkcije. Rišemo le grafe osnovnih krožnih funkcij brez premikov in raztegov.

Trigonometrične neenačbe rešujemo grafično, z uporabo enotske krožnice in digitalne tehnologije. Rešujemo le osnovne neenačbe (in neenačbe, ki jih prevedemo na osnovne neenačbe), npr. $\sin x > \frac{1}{2}$.

Primeri dejavnosti



<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz> width="31" height="31">

Posodobitve pouka v gimnazijski praksi MATEMATIKA
(<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz>)

- Temperatura zraka v Novem mestu (S. Pustavrh)
- Vreme (J. Kos)
- Teorija v praksi: Spreminjanje dolžine dneva (M. Sirknik)

Primer situacije za reševanje/ocenjevanje z uporabo digitalne tehnologije
Višina gladine vode h (v metrih) v akumulacijskem jezeru se čez dan spreminja.
Podana je s funkcijskim predpisom

$$h(t) = 14 + 8 \sin\left(\frac{\pi t}{6}\right), \quad 0 \leq t < 24. \text{ Višino merimo od 6.00 dalje, ko je čas } t=0.$$

- Koliko je osnovna perioda funkcije h in kaj to pomeni za opazovani pojav?
- Koliko je najvišja in najnižja višina gladine vode v jezeru?
- Ob katerih urah je v jezeru najvišja gladina vode?
- Kaj bi se zgodilo z višino vode, če se zapornice ne bi dvignile? Napiši in skiciraj graf.
- Koliko časa na dan je višina vode nad 18 m?

KRIVULJE DRUGEGA REDA

CILJI

Dijak:

- : uporablja definicije krivulj drugega reda;
 - : riše krivulje drugega reda, ki imajo osi vzporedne koordinatnima osema, v standardni in premaknjeni legi ter raziskuje in uporablja njihove lastnosti;
 - : raziskuje medsebojno lego krivulj drugega reda;
 - : rešuje matematične in življenjske probleme s krivuljami drugega reda;
 - : uporablja digitalno tehnologijo za risanje in raziskovanje lastnosti krivulj drugega reda ter pri reševanju problemov.
- SC** (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

razume razliko med krivuljo drugega reda in grafom funkcije;

pozna in uporabi geometrijsko in analitično definicijo krivulj drugega reda: krožnice, elipse, hiperbole, parabole;

opiše možne preseke (dvojnega) stožca in ravnine;

nariše, analizira in uporabi lastnosti krivulj drugega reda:

- » **krožnica v standardni legi (središče $S(0,0)$) in premaknjeni legi,**
- » **elipsa v standardni legi (središče $S(0,0)$) in premaknjeni legi,**
- » **hiperbola v standardni legi (središče $S(0,0)$) *in premaknjeni legi*,**
- » **parabola v standardni legi (teme $T(0,0)$) *in premaknjeni legi***

ter zapiše enačbo krivulje drugega reda pri različnih podatkih;

analizira medsebojno lego:

- » **dveh krivulj drugega reda v standardni legi,**
- » **krivulje drugega reda in premice,**
- » ***dveh krožnic v premaknjeni legi*,**
- » **dveh poljubnih krivulj drugega reda v premaknjeni legi z digitalno tehnologijo;**



reši matematični problem z znanjem o krivuljah drugega reda;

prepozna in uporabi krivulje drugega reda v življenjskem problemu ter ga reši.

TERMINI

◦ krivulja drugega reda ◦ stožnica ◦ standardna lega ◦ premaknjena lega ◦ krožnica ◦ središče krožnice
 ◦ polmer krožnice ◦ elipsa ◦ središče elipse ◦ velika polos elipse ◦ mala polos elipse ◦ gorišči elipse
 ◦ temena elipse ◦ linearna ekscentričnost ◦ numerična ekscentričnost ◦ hiperbola ◦ središče hiperbole
 ◦ realna polos hiperbole ◦ imaginarna polos hiperbole ◦ gorišči hiperbole ◦ temeni hiperbole ◦ linearna
 ekscentričnost hiperbole ◦ numerična ekscentričnost hiperbole ◦ asimptoti hiperbole ◦ parabola ◦ teme
 parabole ◦ gorišče parabole ◦ vodnica parabole

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	20
Priporočen letnik obravnave	3. letnik
Predznanje	Parabola kot graf kvadratne funkcije. Hiperbola z enačbo $y = \frac{1}{x}$.

Vsebinski in didaktični poudarki

Krivulje drugega reda uvedemo kot preseke ravnine in (dvojnega) stožca, pri čemer uporabimo modele ali interaktivne reprezentacije, ob tem razložimo izvor imen stožnic.

Obravnavamo krivulje drugega reda, ki imajo osi vzporedne koordinatnima osema.

Lego krivulje drugega reda poimenujemo: standardna lega (središče krožnice, elipse, hiperbole v $S(0,0)$ oziroma teme parabole v $T(0,0)$) ali premaknjena lega (središče krožnice, elipse, hiperbole v $S(p,q)$ oziroma teme parabole v $T(a,b)$).

Algebrsko obravnavo dopolnjevanja do popolnih kvadratov stožnice v premaknjeni legi povežemo z geometrijskim razumevanjem vzporednega premika.

Pri obravnavi poudarimo, da vsaka krivulja drugega reda ni graf funkcije.

Kot zanimivost lahko v pouk vključimo različne konstrukcije krivulj drugega reda: npr. vrtnarska konstrukcija elipse, s prepogibanjem papirja, s koncentričnimi krožnicami. To je lahko tudi raziskovalna naloga.

Omenimo poznano hiperbolo $y = x^{-1}$.

Raziščemo povezavo med parabolo $y = ax^2$ (graf funkcije $f(x) = ax^2$) in $x^2 = 2px$.

Presečišča stožnic in grafov drugih funkcij ter matematične probleme smiselno raziskujemo z uporabo digitalne tehnologije. Pri določanju presečišč je poudarek na razumevanju analitičnega in grafičnega reševanja in ne na reševanju zapletenih sistemov enačb.

Primer matematične raziskave: S spreminjanjem parametrov v dani enačbi krivulje drugega reda dijaki raziščejo različne oblike krivulje ter pripravijo poročilo z ugotovitvami in grafičnimi predstavitvami, npr. $x^2 + a \cdot y^2 = 1$.

Vključimo medpredmetno povezovanje s fiziko: npr. s kroženjem, optiko, gibanjem nebesnih teles.

Primeri dejavnosti



<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz>"
width="31" height="31">

Razvijanje in spremljanje problemskih znanj v povezavi s pojmi krivulja, funkcija, premica in stožnica (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/cooafwx>), S. Ivančič, Matematika v šoli, 2/2019.



MERIA Scenario „Conflict set - Parabola“ (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/s47liz3>)

Problem: Dani sta premica p z enačbo $y = 2$ in točka $A(5,4)$. Pokaži, da sta točki $M(7,4)$ in $N(1,7)$ enako oddaljeni od premice p in točke A . Poišči vse točke s tako lastnostjo.

ANALIZA

OBVEZNO

OPIS TEME

Za analiziranje lastnosti in grafov raznih elementarnih funkcij ter njihovo uporabo sta zelo pomembna diferencialni in integralni račun, njuna vpeljava pa zahteva poznavanje lastnosti zaporedij in vrst, zato so v temo Analiza vključene skupine ciljev: **Zaporedja in vrste**, **Diferencialni račun** in **Integralni račun**.

Zaporedje definiramo kot preslikavo iz množice naravnih števil v množico realnih števil. Podobno kot obravnavamo lastnosti realnih funkcij, tudi pri zaporedjih definiramo in raziskujemo različne lastnosti zaporedij. Zaporedja uporabimo za razvijanje finančne pismenosti in geometrijsko vrsto v povezavi z naravno rastjo.

Pri učenju osnovnih pojmov odvoda poudarimo geometrijski pomen in ga osmislimo s celostno analizo funkcij ter z uporabo v življenjskih situacijah. Pri nedoločnem integralu poudarjamo zvezo z odvodom. Pri določenem integralu nadgradimo računanje ploščin likov in prostornin vrtenin. Uporabo odvoda in določenega integrala osmislimo s primeri iz različnih strokovnih področij in iz vsakdanjega življenja.

ZAPOREDJA IN VRSTE

CILJI

Dijak:

- : uporablja definicijo zaporedja, ga predstavi grafično in raziskuje njegove lastnosti;
- : razlikuje in uporablja aritmetično in geometrijsko zaporedje ter raziskuje njune lastnosti;
- : razlikuje konvergentna in divergentna zaporedja ter uporablja limito zaporedja;
- : uporablja konvergentno geometrijsko vrsto;
- : uporablja obrestni račun;
- : rešuje matematične in življenjske probleme z znanjem o zaporedjih in vrstah;
- : rešuje življenjske probleme z uporabo obrestnega računa;
- SC (5.2.5.1 | 5.2.5.2 | 5.2.5.3 | 1.1.1.1 | 1.1.2.2)
- : uporablja digitalno tehnologijo za raziskovanje lastnosti zaporedij in vrst ter pri reševanju problemov.
- SC (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

pozna definicijo zaporedja, uporabi splošni člen in lastnosti zaporedja;

***zapiše člene rekurzivno podanega zaporedja*;**

nariše graf zaporedja in člene zaporedja predstavi na številski premici;

dokaže monotonost in omejenost zaporedja;

uporabi definicijo, splošni člen in lastnosti aritmetičnega in geometrijskega zaporedja;

uporabi formulo za vsoto prvih n členov aritmetičnega in geometrijskega zaporedja;

uporabi pojem aritmetična in geometrijska sredina števil;

reši nalogo z enim zaporedjem *in z več zaporedji*;

reši matematični in življenjski problem z znanjem o zaporedjih;

izdela algoritem za rešitev problema, ki vključuje rekurzijo;

uporabi pojem ε -okolica točke na številski premici;

pozna definicijo, razlikuje in uporabi stekališče in limito zaporedja;

pozna definicijo in razlikuje konvergentno in divergentno zaporedje;

pozna in uporabi:

» **limite zaporedij:** $\lim_{n \rightarrow \infty} C$ (C je konstanta), $\lim_{n \rightarrow \infty} n^a$ ($a \in \mathbb{Q}$), $\lim_{n \rightarrow \infty} b^n$ ($b > 0$) *ter $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ *,

» pravila za računanje z limitami zaporedij (*z racionalizacijo*);

uporabi definicijo vrste, jo razlikuje od zaporedja ter zapiše zaporedje delnih vsot dane vrste;

razlikuje konvergentne in divergentne vrste ter pozna harmonično vrsto kot primer divergentne vrste;

uporabi definicijo geometrijske vrste in pogoj za konvergenco geometrijske vrste;

uporabi formulo za vsoto konvergentne geometrijske vrste;

***reši problem z znanjem o konvergentni geometrijski vrsti*;**

uporabi osnovne pojme obrestnega računa: glavnica, obresti, letna obrestna mera, relativna mesečna obrestna mera, čas obrestovanja, navadno obrestovanje, obrestno obrestovanje;

uporabi zvezo med glavnico in končno vrednostjo glavnice po n letih/mesecih pri navadnem obrestovanju;

pri obrestnem obrestovanju:

» **uporabi letni/relativni mesečni obrestovalni faktor ter zvezo med glavnico in končno vrednostjo glavnice po n letih/mesecih pri letni/mesečni kapitalizaciji,**

» uporabi načelo ekvivalence glavnice,

» reši problem s periodičnimi vlaganji in periodičnimi dvigi,

- » izračuna anuiteto in izdela amortizacijski načrt kredita,
- » poišče in reši realen finančni problem (s periodičnimi vlaganji in/ali dvigi, krediti, amortizacijskim načrtom) in na osnovi simulacijskih izračunov sprejme finančno odločitev.

TERMINI

- zaporedje ◦ členi zaporedja ◦ aritmetično zaporedje ◦ diferenca ◦ geometrijsko zaporedje ◦ količnik
- alternirajoče zaporedje ◦ konstantno zaporedje ◦ omejeno zaporedje ◦ monotonost ◦ konvergentno zaporedje ◦ divergentno zaporedje ◦ limita zaporedja ◦ okolica točke ◦ vrsta ◦ zaporedje delnih vsot
- harmonična vrsta ◦ konvergentna vrsta ◦ divergentna vrsta ◦ aritmetična sredina ◦ geometrijska sredina
- glavnica ◦ obresti ◦ obrestovalni faktor ◦ letna obrestna mera ◦ relativna obrestna mera ◦ navadno obrestovanje ◦ obrestno obrestovanje ◦ anuiteta ◦ amortizacijski načrt ◦ čas obrestovanja ◦ graf zaporedja
- kapitalizacija ◦ naraščajoče zaporedje ◦ padajoče zaporedje ◦ vsota prvih n členov aritmetičnega zaporedja
- vsota prvih n členov geometrijskega zaporedja ◦ (natančna) spodnja meja ◦ (natančna) zgornja meja
- stekališče zaporedja ◦ konvergentna geometrijska vrsta

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	32
Priporočen letnik obravnave	4. letnik
Predznanje	V osnovni šoli so opazovali in nadaljevali različna zaporedja, ugotovili pravilo zaporedja in ga zapisali z algebrskim izrazom.

Vsebinski in didaktični poudarki

Pri uvajanju zaporedij lahko izhajamo iz prepoznavanja različnih zaporedij (slikovnih, številskih). Izberemo tudi primer, kjer zaporedje lahko smiselno nadaljujemo na več načinov.

Kjer je mogoče, povežemo in osmislimo vsebino z realnimi primeri.

Zaporedja ponazarjamo na različne načine in razvijamo pojme do abstraktnega nivoja.

Aritmetično in geometrijsko zaporedje uvedemo s konkretnimi, življenjskimi primeri, ki omogočajo dijakom samostojno odkrivanje pravilnosti. Poudarek naj bo na razumevanju strukture zaporedja, zapisu splošnega člena ter grafični in tabelarični predstavitvi. Vsoto prvih n členov zaporedja naj dijaki najprej spoznajo na konkretnih primerih (npr. Gaussova zgodba o vsoti prvih 100 naravnih števil, razmnoževanje bakterij), nato še preko splošnih formul.

Z uporabo digitalne tehnologije lahko dijaki razvijajo predstave o zahtevnih matematičnih pojmi.

Stekališča in limite uvedemo intuitivno z opazovanjem grafov preprostih zaporedij, nato postopoma uvedemo formalno definicijo. Tehnika računanja limit naj ne prevlada nad razumevanjem pojma, zato pri uvajanju limit uporabljamo različno digitalno tehnologijo.

Dijaki naj ločijo med zaporedjem in vrsto. Poudarek je na konvergentni geometrijski vrsti. Z uporabo konvergentne geometrijske vrste racionalno število s periodičnim decimalnim zapisom zapišemo kot okrajšan ulomek in rešujemo geometrijske naloge.

Pri poučevanju obrestnega računa začnemo s konkretnimi primeri iz vsakdanjega življenja, kjer dijaki izračunajo obresti in končno vrednost glavnice ter spoznajo osnovne pojme. Uporabljamo tabele, grafe in digitalno tehnologijo za prikaz rasti glavnice ter prikažemo simulacije različnih situacij. Rešujemo naloge iz prakse, povezujemo snov z zaporedji in drugimi matematičnimi vsebinami, poudarjamo razumevanje in interpretacijo rezultatov ter skrbimo za natančnost pri izračunih. Pri pogostejši kapitalizaciji od enega leta se omejimo na mesečno kapitalizacijo in relativno obrestno mero. Amortizacijski načrt kredita dijaki spoznajo z informativnimi izračuni na spletu ali z elektronskimi preglednicami, uspešnejši dijaki pa ga izdelajo tudi brez tehnologije.

Vsak dijak poišče, reši realen finančni problem (izdela amortizacijski načrt) ter zapiše poročilo. Pri izdelavi amortizacijskega načrta dijaki uporabljajo računalniške preglednice. Načrtovanje prilagodimo vsebinsko in časovno glede na strokovne predmete strokovnih gimnazij.

Dijakom pokažemo uporabnost zaporedij pri fiziki (opis gibanja, dušeno nihanje ali razpad snovi), v ekonomiji in finančni matematiki pri obrestno-obrestnem računu, varčevanju ter amortizaciji, pri biologiji (modeliranje rasti populacij), pri zgodovini umetnosti (npr. Fibonaccijevo zaporedje, zlati rez), v informatiki pa pri rekurzivnih algoritmih.

Primeri dejavnosti



<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz>"
width="31" height="31">

Razpad antibiotika v telesu, primer življenjske naloge z vključevanjem skupnih ciljev področja Zdravje in dobrobit: Algoritmčno mišljenje pri zaporedjih v vsakdanjem življenju (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/3ltpwst>), A. Drobnič Vidic, *Matematika v šoli*, 2/2022.

DIFERENCIALNI RAČUN

CILJI

Dijak:

- : uporablja osnovne pojme diferencialnega računa;
- : uporablja geometrijski pomen odvoda;
- : uporablja pravila za odvajanje funkcij;
- : analizira funkcije z odvodom in riše njihove grafe;
- : rešuje matematične in življenjske probleme z uporabo diferencialnega računa;
- SC (5.2.5.1 | 5.2.5.2 | 5.2.5.3)
- : uporablja digitalno tehnologijo za raziskovanje lastnosti diferencialnega računa in pri reševanju problemov.
- SC (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

pozna, geometrijsko interpretira in uporabi definicijo:

- » **diferenčnega količnika funkcije,**
- » **odvoda funkcije v dani točki kot limito diferenčnega količnika funkcije;**

pozna in uporabi pojem odvedljiva funkcija in z grafa dane funkcije ugotovi točke (ne)odvedljivosti;

poveže pojma zveznosti in odvedljivosti funkcije na danem intervalu;

uporabi pravila za odvajanje funkcij;

pozna in uporabi odvod:

- » **osnovnih elementarnih funkcij** (*krožnih funkcij*),
- » kompozituma osnovne elementarne funkcije z linearno funkcijo, *z nelinearno funkcijo*,
- » *inverzne funkcije*,
- » *implicitno podane funkcije*;

uporabi enačbo tangente *in enačbo normale* **na grafu odvedljive funkcije v dani točki;**

uporabi odvod za aproksimacijo vrednosti funkcije;

izračuna in uporabi kot, pod katerim krivulja seka abscisno os;



izračuna kot med krivuljama v presečišču;

pozna in uporabi definicijo stacionarne točke *in prevoja*;

z uporabo odvoda:

- » določi stacionarne točke funkcije,
- » določi intervale naraščanja in padanja funkcije ter vrsto stacionarne točke (lokalne ekstreme in sedla),
- » nariše graf funkcije,
- » *določi globalne ekstreme funkcije na zaprtem intervalu*;

interpretira odvod funkcije kot novo funkcijo in izračuna višje odvode;

***z uporabo drugega odvoda:**

- » določi intervale konveksnosti in konkavnosti funkcije,
- » določi vrsto stacionarne točke funkcije,
- » določi prevoje funkcije*;

reši matematični in življenjski (ekstremalni) problem z znanjem diferencialnega računa in ga interpretira.

TERMINI

◦ odvod ◦ vrednost odvoda v dani točki ◦ diferenčni količnik funkcije ◦ normala ◦ stacionarna točka ◦ lokalni ekstrem (maksimum, minimum) ◦ globalni ekstrem (maksimum, minimum) ◦ kot med krivuljama
 ◦ konveksnost ◦ konkavnost ◦ prevoj ◦ zveznost ◦ odvedljivost ◦ sedlo ◦ kot med grafom funkcije in abscisno osjo ◦ naklonski kot tangente ◦ tangenta

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	25
Priporočen letnik obravnave	4. letnik
Predznanje	Dijaki poznajo lastnosti funkcij in vse obravnavane funkcije iz 1. 2. in 3. letnika.

Vsebinski in didaktični poudarki

Diferenčni količnik linearne funkcije razširimo do pojma diferenčnega količnika funkcije, kar omogoča uvod v definicijo odvoda. Diferencial funkcije lahko uvedemo že pri definiciji odvoda, tako da odvod zapišemo tudi z uporabo diferencialov. Geometrijski pomen odvoda (naklon tangente na graf funkcije v dani točki) in druge pojme vizualiziramo z uporabo digitalne tehnologije.

Poleg grafične in analitične predstavitve pojmov naj dijaki uporabljajo tudi numerične predstavitve (tabele vrednosti), kar dodatno omogoča uporaba digitalnih orodij. Drugi odvod in višje odvode lahko dijaki raziskujejo samostojno.

Odvod funkcije osmislimo s konkretnimi primeri uporabe.

Odvod kompozituma funkcij ločimo na odvod kompozituma osnovne elementarne funkcije z linearno funkcijo (npr. $f(x) = e^{3x}$), zahtevnejša znanja pa obsegajo tudi odvod kompozituma poljubnih funkcij (npr. $f(x) = e^{x^2+3x}$) za uspešnejše dijake.

Vrsto stacionarne točke določimo s predznaki prvega odvoda, v okviru zahtevnejših znanj pa tudi z drugim odvodom.

Pri matematičnih ekstremalnih problemih dijaki uporabijo odvod za:

- » iskanje dimenzij lika ali telesa, pri katerih je npr. ploščina, obseg, površina ali prostornina največja ali najmanjša (npr. optimizacija pravokotnika z danim obsegom za največjo ploščino),
- » določanje točke na liku ali telesu, kjer je neka veličina (npr. razdalja, višina, površina preseka) ekstremna.

Predlagamo medpredmetno povezavo s fiziko in uporabo odvoda v različnih življenjskih situacijah:

- » povezovanje poti, hitrosti in pospeška s pomočjo odvoda, kjer je hitrost odvod poti po času, pospešek pa odvod hitrosti po času,
- » določanje hitrosti spremembe veličine (npr. populacije, temperature ali koncentracije snovi), če poznamo funkcijo te veličine v odvisnosti od časa,
- » iskanje maksimumov ali minimumov različnih veličin (npr. dobička, stroškov, temperature, koncentracije snovi ali prihodka), če poznamo funkcijo te veličine v odvisnosti od ustrezne spremenljivke.

Priporočamo, da dijaki pri reševanju nalog interpretirajo matematične rezultate v kontekstu realnih problemov ter razvijajo sposobnost povezovanja različnih predstavitev funkcij in njihovih odvoda.

Primeri dejavnosti

Raziskovalci so proučevali kemične in psihološke spremembe v telesu, ki nastanejo zaradi vnosa večje količine alkohola. Koncentracija alkohola v krvi po vnosu 15 ml etanola je modelirana s funkcijo: $C(t) = 0,0225t \cdot e^{-0,0467t}$, kjer je t čas, merjen v minutah, koncentracija alkohola v krvi C pa v mg/mL.

- Kako hitro se spreminja koncentracija 10 minut po vnosu alkohola v telo?
- Po kolikšnem času v telo dobimo največjo koncentracijo alkohola v krvi?
- Reakcije v telesu se pojavijo v dveh fazah: v procesu absorpcije in počasnejšem procesu metabolizma. Prehod iz faze absorpcije v fazo metabolizma je določen s prevojem. Po kolikšnem času se konča faza absorpcije?

INTEGRALSKI RAČUN

CILJI

Dijak:

- : uporablja definicijo nedoločenega integrala in razume zvezo med odvodom in nedoločenim integralom;
- : uporablja pravila integriranja;
- : uporablja lastnosti nedoločenega in določenega integrala in Newton-Leibnizovo formulo;
- : uporablja geometrijski pomen določenega integrala;
- : rešuje matematične in življenjske probleme z uporabo integralskega računa;
- : uporablja digitalno tehnologijo za raziskovanje lastnosti določenega in nedoločenega integrala ter pri reševanju problemov.

SC (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

razloži in uporabi zvezo med odvodom in nedoločenim integralom kot družino funkcij;

uporabi pravila za integriranje funkcij;

pozna in uporabi:

» integrale funkcij, ki jih dobimo iz odvodov osnovnih elementarnih funkcij,

$$» * \int \frac{dx}{1+x^2} \text{ in } \int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} *;$$

integrira:

» z uvedbo nove spremenljivke, kjer je nova spremenljivka linearna funkcija, *nelinearna funkcija*,

» *z metodo »per partes«*,

» *racionalno funkcijo z razcepom na parcialne ulomke*;

uporabi zvezo med določenim in nedoločenim integralom (Newton-Leibnizova formula);

pozna in uporabi geometrijski pomen določenega integrala;

uporabi določeni integral za računanje:

» ploščine lika, ki je omejen z grafom funkcije in abscisno osjo na danem intervalu,

» ploščine lika, ki je omejen z grafoma dveh ali več funkcij na danem intervalu,

» *prostornine rotacijskih teles*,

» *povprečne vrednosti funkcije na zaprtem intervalu*;

z numeričnimi metodami (trapezno, *Simpsonovo* ...) izračuna približno vrednost določenega integrala (uporabi digitalno tehnologijo) ter interpretira rezultat;

reši matematični in življenjski problem z znanjem integralnega računa ter ga interpretira.

TERMINI

- nedoločeni integral
- integrand
- integracijska spremenljivka
- določeni integral
- zgornja meja integrala
- spodnja meja integrala
- uvedba nove spremenljivke
- metoda »per partes«
- izrek o povprečni vrednosti
- Simpsonova metoda
- vrtenina
- Newton-Leibnizova formula
- numerično integriranje

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	20
Priporočen letnik obravnave	4. letnik, po skupini ciljev Diferencialni račun
Predznanje	Dijaki poznajo osnovne pojme odvoda in njegovo uporabo.

Vsebinski in didaktični poudarki

Pri poučevanju integralnega računa predstavimo in ponazorimo zvezo med odvodom in nedoločenim integralom. Poudarimo, da je nedoločeni integral družina funkcij, ki se razlikujejo za aditivno konstanto.

Definicija nedoločenega integrala (P. Legiša, Matematika 4. Odvod, integral): Naj bo f funkcija, definirana na intervalu I . Če je F taka funkcija na istem intervalu, da je $F' = f$, pravimo, da je F nedoločeni integral funkcije f . Nedoločeni integral funkcije f označimo s $\int f(x)dx$. Nedoločeni integral ni natančno določen, saj lahko funkciji F prištejemo poljubno konstanto, pa bo še vedno nedoločeni integral funkcije f : $\int f(x)dx = F(x) + C$.

Pri uvedbi nove spremenljivke, kjer je nova spremenljivka linearna funkcija, lahko uporabimo pravilo $\int f(ax + b)dx = \frac{1}{a}F(ax + b) + C$, kjer je $F(u)$ nedoločeni integral funkcije $f(u)$. Pravilo dokažemo z odvajanjem in ni potrebno dejansko uvajati nove spremenljivke, npr. $\int \sin(2x + \pi)dx = -\frac{1}{2}\cos(2x + \pi) + C$.

Pri integraciji s parcialnimi ulomki rešujemo primere, kjer je imenovalac kvadratni tričlenik s pozitivno diskriminanto, npr. $\int \frac{x+1}{x^2+x-6}dx$.

Integral $\int \frac{dx}{1+x^2}$ uporabimo tudi za integracijo racionalnih funkcij z imenovalcem $a^2 + x^2$, npr. $\int \frac{dx}{4+x^2}$ (nalog ne razširjamo).

Integral $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}$ uporabimo tudi za integracijo funkcij z imenovalcem $\sqrt{a^2 - x^2}$, npr. $\int \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$ (nalog ne razširjamo).

Določeni integral uporabimo v življenjskih situacijah za izračun skupne količine neke veličine (npr. poti, mase, porabe goriva, količine vode, zaslužka, električnega toka ali padavin) na določenem intervalu, če poznamo funkcijo trenutne vrednosti te veličine.

Z uporabo digitalne tehnologije (GeoGebra, Desmos) naj dijaki raziskujejo geometrijski pomen določenega integrala, Newton-Leibnizovo formulo ter uporabo določenega integrala pri izračunu ploščine, ki je omejen z grafom funkcije in absciso osjo na danem intervalu, in ploščine lika, ki je omejen z grafoma dveh ali več funkcij.

Dijaki z numeričnimi metodami (npr. trapezna, Simpsonova metoda) izračunajo približno vrednost določenega integrala ter rezultat interpretirajo v kontekstu matematičnih ali življenjskih problemov.

Primeri dejavnosti



<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz>
width="31" height="31">

Numerično računalno pri vsebini Integral (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/kr5z7ir>), I. Rauter Repija, *Matematika v šoli*, 2/2018.

Primeri življenjskih nalog z vključevanjem skupnih ciljev področja Zdravje in dobrobit (A. Drobnič Vidic).

- VDIH ZRAKA. Dihanje opišemo s cikli: en cikel traja od začetka vdihava do konca izdihava 5 sekund, maksimalna hitrost dotoka zraka v pljuča je 0,5 L/s. Tako funkcija $f(t) = 0,5\sin(2\pi \cdot t/5)$ dobro opiše hitrost zračnega toka v pljuča. Izračunaj prostornino vdihnjene zraka v prvih dveh sekundah in pol cikla.
- ALKOHOL V KRV. Določi povprečno koncentracijo alkohola v krvi v času ene ure po vnosu 15 mL etanola v telo, če je koncentracija alkohola v krvi v mg/mL modelirana s funkcijo $C(t) = 0,0225t \cdot e^{-0,0467t}$ s časom, merjenim v minutah.
- TRAJNA IN VARNA SKAKALNICA. Fantje želijo pri gradnji skakalnice s prečnim prerezom v obliki funkcije $f(x) = 2^{-x}$ na intervalu $[-1,3]$ ograditi in zaščititi odskočišče z deskami. Enota v koordinatnem sistemu je meter. V hobi trgovini so na voljo deske širine 1 meter, 0,4 metre ali 0,2 metra, odrežejo pa jih vodoravno na željeno višino. Cena je določena po kvadratnem metru kupljenih desk. Kako zaščititi skakalnico, da bo ta čim bolj ekonomična, trajna in varna?

KOMBINATORIKA, VERJETNOST IN STATISTIKA

OBVEZNO

OPIS TEME

V temi so združene skupine ciljev: **Kombinatorika, Verjetnost in Statistika.**

Pri skupini ciljev Kombinatorika razvijejo razumevanje osnovnega izreka kombinatorike in drugih kombinatoričnih pojmov, ki jih v nadaljevanju uporabijo pri skupini ciljev Verjetnost. S klasično definicijo verjetnosti računajo verjetnost različnih enostavnih in sestavljenih dogodkov.

Pri skupini ciljev Statistika toliko nadgradimo osnovnošolsko znanje, da ga dijaki lahko uporabijo pri različnih medpredmetnih povezavah. Pri pouku matematike izdelajo statistično raziskavo, ki je lahko tudi medpredmetna.

KOMBINATORIKA

CILJI

Dijak:

- : raziskuje in uporablja pravilo produkta in vsote;
 - : razlikuje in uporablja permutacije, variacije in kombinacije;
 - : uporablja binomski izrek in Pascalov trikotnik;
 - : rešuje matematične in življenjske kombinatorične probleme;
 - : uporablja računalno / digitalno tehnologijo pri reševanju kombinatoričnih problemov.
- SC** (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

razlikuje in uporabi pravilo produkta (osnovni izrek kombinatorike) in pravilo vsote ter prikaže vse možne odločitve s kombinatoričnim drevesom;

uporabi definicijo in lastnosti $n!$ ($n \in \mathbb{N}$) ter izračuna vrednost $n!$;

uporabi definicijo in lastnosti binomskega simbola ter izračuna njegovo vrednost;

razlikuje in uporabi definicije:

- » permutacij (brez ponavljanja in s ponavljanjem),
- » variacij (brez ponavljanja in s ponavljanjem),
- » kombinacij (brez ponavljanja);

izračuna število permutacij, variacij in kombinacij;

reši matematični in življenjski problem z znanjem kombinatorike;

uporabi binomski izrek;

pozna zvezo med koeficienti potence dvočlenika in Pascalovim trikotnikom ter utemelji koeficiente Pascalovega trikotnika z lastnostmi binomskega simbola;

uporabi formulo za število vseh podmnožic dane končne množice in jo utemelji.

TERMINI

- pravilo produkta (osnovni izrek kombinatorike) ◦ pravilo vsote ◦ kombinatorično drevo ◦ permutacije brez ponavljanja ◦ permutacije s ponavljanjem ◦ variacije brez ponavljanja ◦ variacije s ponavljanjem
- kombinacije brez ponavljanja ◦ binomski izrek ◦ Pascalov trikotnik

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	15
Priporočen letnik obravnave	4. letnik
Predznanje	V osnovni šoli so reševali preproste kombinatorične situacije, brez uporabe strokovnih terminov.

Vsebinski in didaktični poudarki

Za motivacijo dijakom predstavimo zgodovinske razloge za razvoj kombinatorike in sodobne primere uporabe (igralništvo, zavarovalništvo). Pri pouku uporabljamo različne didaktične pripomočke, kot so kocke, barvne kroglice ali magnete za tablo, interaktivne spletne aplikacije, simulacije in računalna.

Dijaki naj izračunajo vrednost fakultete in binomskega simbola z in brez uporabe računalna.

Poudarek je na uporabi pravila produkta in pravila vsote, simbolno označevanje permutacij in variacij ni nujno.

Kombinatorika omogoča medpredmetno povezovanje z naravoslovjem, informatiko in ekonomijo (npr. dedovanje, populacijska genetika, kodiranje, statistične analize, načrtovanje eksperimentov). Poudarek naj bo na uporabnosti kombinatorike v vsakdanjih situacijah, kot so načini razporeditve urnika, izbira ekip, kombiniranje oblačil, loto, športna napoved, Morsejeva abeceda.

V okviru zahtevnejših znanj dijakom pokažemo povezavo med kombinatoriko in preslikavami med množicami. Ponovimo tudi Pascalov trikotnik in raziskujemo njegove lastnosti ter nadgradimo potenciranje dvočlenikov iz 1. letnika z lastnostmi binomskega simbola.

VERJETNOSTNI RAČUN

CILJI

Dijak:

- : uporablja osnovne pojme verjetnostnega računa;
 - : računa in uporablja verjetnost dogodka;
 - : uporablja Bernoullijevo zaporedje neodvisnih poskusov;
 - !: uporablja popolno verjetnost in dvofazni poskus;
 - !: raziskuje in uporablja normalno porazdelitev;
 - : uporablja digitalno tehnologijo za raziskovanje pojmov verjetnostnega računa in pri reševanju problemov.
- SC** (4.5.2.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

pozna definicije, razlikuje in uporabi osnovne pojme verjetnostnega računa:

- » poskus in dogodek,
- » gotovi, nemogoči in slučajni dogodek,
- » produkt (presek) dogodkov, vsota (unija) dogodkov in njune lastnosti,
- » nasprotni dogodek in način dogodka,
- » združljiva in nezdružljiva dogodka,
- » sestavljeni in elementarni dogodek (izid),
- » vzorčni prostor;

pozna in uporabi statistično in klasično definicijo verjetnosti dogodka;

uporabi lastnosti verjetnosti dogodka ter izračuna in uporabi verjetnost:

- » dogodka,
- » nasprotnega dogodka danega dogodka,
- » vsote združljivih/nezdružljivih dogodkov;

uporabi definicijo in izračuna pogojno verjetnost dogodka;

uporabi pojma odvisna in neodvisna dogodka ter razlikuje nezdružljiva in neodvisna dogodka;

izračuna verjetnost produkta dogodkov;

prepozna Bernoullijevo zaporedje neodvisnih poskusov in uporabi Bernoullijevo formulo;

uporabi formulo za popolno verjetnost in Bayesovo formulo;

uporabi binomsko in normalno porazdelitev.

TERMINI

- poskus ◦ dogodek ◦ sestavljen dogodek ◦ elementarni dogodek (izid) ◦ gotov dogodek ◦ nemogoč dogodek
- slučajni dogodek ◦ produkt (preseka) dogodkov ◦ vsota (unija) dogodkov ◦ nasprotni dogodek
- način dogodka ◦ združljiva dogodka ◦ nezdružljiva dogodka ◦ popoln sistem dogodkov ◦ vzorčni prostor
- statistična definicija verjetnosti ◦ klasična definicija verjetnosti ◦ verjetnost dogodka ◦ Bernoullijevo zaporedje
- Bernoullijeva formula ◦ normalna porazdelitev ◦ Gaussova krivulja ◦ binomska porazdelitev
- Bayesova formula

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	15
Priporočen letnik obravnave	4. letnik
Predznanje	V osnovni šoli so spoznali statistično verjetnost in klasično definicijo verjetnosti. Dijaki poznajo osnovne pojme kombinatorike.

Vsebinski in didaktični poudarki

Za uvod v verjetnostni račun uporabimo primere iz vsakdanjega življenja na intuitivni ravni.

Dogodke in operacije z njimi povežemo z množicami ter jih uvedemo s konkretnimi primeri.

Omejimo se na definicijo in uporabo vzorčnega prostora.

Priporočamo, da izberemo vsaj eno nalogo, ob kateri predstavimo vse navedene osnovne pojme verjetnostnega računa, da dijaki razvijejo njihovo razumevanje in povezanost (met kocke, met dveh kovancev).

Statistično verjetnost uvedemo s konkretnimi primeri (kovanec, kocka) in rezultat primerjamo s klasično verjetnostjo. Navedemo in intuitivno utemeljimo lastnosti verjetnosti dogodka, ne da bi se neposredno sklicevali na formalno definicijo Kolmogorova.

Pogojno verjetnost uvedemo s pomočjo vzorčnega prostora ter poudarimo razliko med nezdružljivima in neodvisnima dogodkoma. Pri zaporedju neodvisnih poskusov se omejimo na Bernoullijevo zaporedje.

Verjetnostni račun se naravno povezuje z drugimi predmeti in vsakodnevnimi situacijami. Pri biologiji in kemiji uporabljajo verjetnost pri napovedovanju izidov poskusov, pri analizi genetskih križanj ali pri

ocenjevanju tveganj v različnih procesih. V geografiji in družboslovju se verjetnost uporablja pri analizi demografskih podatkov, vremenskih napovedih ali pri raziskovanju javnega mnenja.

V vsakodnevem življenju srečamo verjetnostni račun pri igrah na srečo, zavarovalniških ponudbah, oceni tveganj v prometu ali pri odločanju na podlagi negotovih informacij. Razvijamo tudi kritično mišljenje za sprejemanje informacij v medijih, znanstvenih raziskavah in vsakodnevni situacijah, kjer je izid odvisen od naključja.

Bayesova formula ter binomska in normalna porazdelitev so izbirne vsebine. Normalno porazdelitev uvedemo preko binomske porazdelitve ali intuitivno. Dijaki naj razumejo pomen aritmetične sredine in standardnega odklona normalne porazdelitve ter lastnosti grafa normalne porazdelitve. Na podlagi dane ploščine pod normalno krivuljo določijo verjetnost dogodka.



STATISTIKA

CILJI

Dijak:

- : pozna in uporablja osnovne statistične pojme in razlikuje različne vrste podatkov;
- : zbira, ureja, strukturira in grafično prikazuje podatke;
- : računa srednje vrednosti in raziskuje razpršenost podatkov;
- : povzema podatke in interpretira rezultate statističnih raziskav;
- : raziskuje povezanost statističnih spremenljivk;
- : uporablja digitalno tehnologijo za raziskovanje statističnih pojmov, izdelavo statističnih prikazov in pri reševanju problemov;
- SC (4.1.3.1 | 4.5.2.1)
- : z uporabo digitalne tehnologije izdelava statistično raziskavo.
- SC (4.1.3.1 | 4.5.2.1 | 1.1.2.2 | 1.1.1.1)

STANDARDI ZNANJA

Dijak:

razlikuje in uporabi pojme statistična populacija, statistična enota, slučajni vzorec, statistična spremenljivka in vrednost statistične spremenljivke (podatek);

razlikuje med opisnimi (kvalitativnimi) in številiškimi (kvantitativnimi) ter vrstnimi (ordinalnimi) spremenljivkami;

uporabi različne načine zbiranja in urejanja podatkov (urejanje po velikosti, grupiranje);

določi srednje vrednosti podatkov: modus, mediano in aritmetično sredino;

določi mere razpršenosti podatkov: variacijski razmik, varianco, standardni odklon;

uporabi, interpretira in primerja srednje vrednosti in razpršenost podatkov;

prebere, nariše in interpretira statistične prikaze podatkov (prikaz s stolpci, krožni prikaz, frekvenčni poligon, histogram, razsevni diagram);

določi kvartile in medčetrtnski razmik ter nariše in interpretira grafikon kvartilov (škatla z brki);

razišče in interpretira povezanost dveh spremenljivk;

z digitalno tehnologijo izdelava statistično raziskavo.

TERMINI

- statistična populacija ◦ statistična enota ◦ slučajni vzorec ◦ statistična spremenljivka ◦ vrednost statistične spremenljivke (podatek) ◦ opisna (kvalitativna) spremenljivka ◦ številska (kvantitativna) spremenljivka
- vrstna (ordinalna) spremenljivka ◦ aritmetična sredina ◦ modus ◦ mediana ◦ variacijski razmik
- medčetrtnski razmik ◦ varianca ◦ standardni odklon ◦ srednje vrednosti ◦ mere razpršenosti ◦ kvartili
- prikaz s stolpci ◦ krožni prikaz ◦ frekvenčni poligon ◦ histogram ◦ razsevni diagram ◦ grafikon kvartilov (škatla z brki) ◦ frekvenčna porazdelitev ◦ absolutna frekvenca ◦ relativna frekvenca ◦ spodnja meja razreda
- zgornja meja razreda ◦ sredina razreda ◦ širina razreda ◦ linijski prikaz ◦ hipoteza

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA ZA SKUPINO CILJEV

Predlagano število ur obravnave	12
Priporočen letnik obravnave	1. ali 2. letnik Standardni odklon lahko obravnavamo kasneje pri izdelavi zahtevnejše statistične naloge, povezanost številskih spremenljivk pa v povezavi z modeliranjem s funkcijami spiralno obravnavamo od prvega do tretjega letnika.
Predznanje	Dijaki so v osnovni šoli spoznali osnovne statistične pojme: prikaz s stolpci (1. VIO), prikaz z vrsticami (1. VIO), figurni prikaz (1. VIO), opisni podatki, številske podatki, krožni prikaz, linijski prikaz, anketa, aritmetična sredina, modus, mediana, odstotna točka. V osnovni šoli niso obravnavali škatle z brki. Izdelali so statistično raziskavo (z uporabo elektronskih preglednic).

Vsebinski in didaktični poudarki

Preverimo predznanje statistike iz osnovne šole in ga nadgradimo s kompleksnejšimi primeri.

Priporočamo obravnavo po skupini ciljev Pravokotni koordinatni sistem in Linearna funkcija.

Dijaki naj poleg tehničnih veščin izračunavanja razvijejo tudi sposobnost razumevanja, interpretacije in kritičnega vrednotenja rezultatov. Poudarimo, da podatki sami po sebi nimajo pomena, če jih ne znamo ustrezno razložiti in umestiti v širši kontekst.

Obravnavamo različne načine zbiranja podatkov (anketiranje, opazovanje, merjenje, štetje, uporaba podatkovnih baz) in njihove načine urejanja (po velikosti, grupiranje v razrede). Pri grupiranju zapišemo frekvenčno preglednico ter določimo spodnjo in zgornjo mejo razreda, širino razreda in sredino razreda, absolutno, relativno in kumulativno frekvenco.

Pri srednjih vrednostih, merah razpršenosti in kvartilih naj bo poleg računanja poudarek tudi na razumevanju in interpretaciji ter smiselnosti uporabe glede na vrsto spremenljivke.

Podatke glede na vrsto spremenljivke prikazujemo z različnimi grafiki (prikaz s stolpci, krožni prikaz, frekvenčni poligon, histogram, razsevni diagram, grafikon kvartilov (škatla z brki)). Dijaki naj izdelajo grafike tudi z ustrezno tehnologijo za delo s preglednicami (npr. Excel).

Povezanost dveh **številskih** spremenljivk raziščemo s pomočjo razsevnega diagrama (npr. dolžina skoka v daljavo z mesta in čas teka na 100 metrov). Za vsak par podatkov narišemo točko. Če točke v razsevnom diagramu sledijo določeni krivulji (na primer premici, paraboli, grafu eksponentne ali druge funkcije),

predvidevamo, da obstaja povezanost med spremenljivkama. Če so točke razporejene blizu krivulje, je povezanost močnejša; če so točke bolj razpršene, je povezanost šibkejša. Za določanje enačbe krivulje, ki se najbolje prilega podatkom, uporabimo ustrezen računalniški program (na primer GeoGebra ali Excel). Tako povežemo raziskovanje povezanosti številskih spremenljivk z modeliranjem s funkcijami, kar se spiralno nadgrajuje od prvega do tretjega letnika pri posameznih funkcijah (linearna, kvadratna, eksponentna in druge).

Povezanost dveh **opisnih** spremenljivk raziščemo s pomočjo dvorazsežne preglednice in analize porazdelitve podatkov po posameznih kategorijah. Pri vsaki enoti (na primer dijaku) beležimo vrednosti dveh opisnih spremenljivk, na primer spol (moški ali ženska) in najljubši predmet (matematika, slovenščina ali angleščina). V dvorazsežni preglednici vrstice predstavljajo kategorije ene spremenljivke (na primer spol), stolpci pa kategorije druge (na primer najljubši predmet). V vsako polje preglednice zapišemo, koliko dijakov ima določeno kombinacijo lastnosti. Preglednico lahko dopolnimo z odstotki po kategorijah (na primer, kolikšen delež fantov ima najraje matematiko). Če je med fanti bistveno večji delež tistih, ki imajo radi matematiko, med dekleti pa večji delež tistih, ki imajo raje slovenščino ali angleščino, lahko sklepamo, da obstaja povezanost med spolom in najljubšim predmetom. Podatke prikažemo s sestavljenim prikazom s stolpci po kategorijah ene spremenljivke.

Povezanost **opisne** in **številске** spremenljivke raziščemo s primerjanjem povprečja (ali druge opisne statistike) številске spremenljivke v vsaki skupini (kategoriji) opisne spremenljivke. Če so razlike v povprečjih ali drugih statistikah med kategorijami opazne, govorimo o povezanosti. Na primer, raziskujemo lahko povezanost med spolom (moški ali ženska) in številom prebranih knjig v zadnjem letu ali pa med vrsto gnojila in višino rastlin po enem mesecu. Povezanost med spremenljivkami lahko raziskujemo tako, da primerjamo povprečja posameznih skupin ali pa podatke prikažemo z grafikoni kvartilov (škatlami z brki) za vsako kategorijo opisne spremenljivke v istem prikazu. V praksi so škatle z brki običajno prikazane navpično, kot to omogočajo tudi orodja, na primer Excel. V praksi so škatle z brki običajno prikazane navpično, kot to omogočajo tudi orodja, npr. Excel.

Statistika omogoča medpredmetno povezovanje in uporabo v vsakdanjem življenju:

- » Biologija: analiza rezultatov poskusov (npr. vpliv svetlobe na kalitev semen, rast rastlin), izračun frekvenc alelov v populaciji, primerjanje biotske raznovrstnosti, obdelava podatkov ankete o prehranskih navadah dijakov.
- » Fizika: analiza rezultatov večkratnih meritev ali poskusov (npr. časa reakcije, dolžine, mase), analiza padanja teles, radioaktivnega razpada, obdelava merilnih napak, grafični prikaz podatkov.
- » Kemija: analiza rezultatov titracij in meritev pH, določanje čistosti snovi (tališča, vrelišča), sledenje hitrosti reakcij, določanje mase oborine ter izračun povprečij in negotovosti pri kvantitativnih analizah in eksperimentih.
- » Družboslovje: zbiranje podatkov o navadah, stališčih ali vedenju ljudi ter njihovo analiziranje s pomočjo grafov, tabel in različnih statističnih metod, kar pomaga razumeti družbene pojave in razvijati kritično mišljenje.
- » Športna vzgoja: spremljanje in primerjanje lastnih dosežkov ter analiziranje napredka celotne ekipe ali razreda in postavljanje realnih ciljev.
- » Informatika: uporaba digitalnih orodij za zbiranje, obdelavo in vizualizacijo podatkov.

» Življenjske situacije: analiza osebnih financ, spremljanje vremenskih podatkov ali razumevanje poročil v medijih.

Primeri dejavnosti

 https://aplifikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Posodobitve-pouka-v-gimnazijski-praksi-MATEMATIKA.pdf (https://aplifikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz) • Primeri dobre prakse s teorijo (S. Pustavrh, R. Bohak Farič) • Primer statistične naloge (S. Pustavrh)
 https://aplifikacijaun.zrss.si/api/link/2y3h8zz width="31" height="31">	Primer statistične raziskave Težave pri obdelavi podatkov in statističnem preiskovanju (https://aplifikacijaun.zrss.si/api/link/jbr7xl8), A. Drobnič Vidic, <i>Matematika v šoli</i> , 2/2021.

VIRI IN LITERATURA PO POGLAVJIH

DIDAKTIČNA PRIPOROČILA

Sirnik, M., Vršič, V., Žakelj, A., Klančar, A., Magajna, Z., Markežič, D., Zadel, V., Angelov Troha, K., Jeromen, V., Gorše Pihler, M., Hebar, L., Vreš, S., Horvat, N., Ternar Horvat, V., Miklavc, S., Vrabič, N., Pustavrh, S., Kretič Mamič, A., Klavs Voštic, A., Miklavčič Jenič, A., in Stopar, N. (2022). *Matematična pismenost: opredelitev in gradniki*. Zavod RS za šolstvo. Matematična_pismenost_gradniki.pdf (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/bwlf8xl>)

Sirnik, M., Vršič, V., Žakelj, A., Klančar, A., Magajna, Z., Markežič, D., Zadel, V., Angelov Troha, K., Jeromen, V., Gorše Pihler, M., Hebar, L., Vreš, S., Horvat, N., Ternar Horvat, V., Miklavc, S., Vrabič, N., Pustavrh, S., Kretič Mamič, A., Klavs Voštic, A., Miklavčič Jenič, A., in Stopar, N. (2022). *Razvijamo matematično pismenost: opredelitev matematične pismenosti s primeri dejavnosti*. Zavod RS za šolstvo. Razvijamo_matematicno_pismenost.pdf (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/hp8fz5i>)

Sirnik, M., Vršič, V., Simčič, I., Fras Berro, F., Lovšin Kozina, F., Stopar, N., Pustavrh, S., Vreš, S., Kretič Mamič, A., Ternar, V., Angelov Troha, K., Petric, D., Kokalj, T., in Brezovnik, S. (2022). *Finančna pismenost: opredelitev in gradniki*. Zbirka NA-MA POTI. Zavod RS za šolstvo. Finančna_pismenost_gradniki.pdf (zrss.si) (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/pn7qn5w>)

Sirnik, M., Vršič, V., Simčič, I., Lovšin Kozina, F., Štrubelj, P., Angelov Troha, K., Kokalj, T., Petric, D., Vreš, S., in Pustavrh, S. (2022). *Razvijamo finančno pismenost: opredelitev finančne pismenosti s primeri dejavnosti*. Zbirka NA-MA POTI. Zavod RS za šolstvo. Razvijamo_financno_pismenost.pdf (zrss.si) (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/5x0ozz8>)

Bizjak, C., Bačnik, A., Buzeti, M., Capl, M., Mozetič Černe, V., Hajdinjak, M., Hrastnik, J., Majer Kovačič, J., Nedeljko, N., Pirc, M., Predovnik, S., Rajh, S., Rajšp, M., Rotovnik, D., Stanič, T., Usar, K. (2021). *Gradniki učne motivacije – odnos do učenja naravoslovja in matematike*. Zavod Republike Slovenije za šolstvo. 06_Odnos-do-ucenja-in-ucna-motivacija-gradnik-1.pdf (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/q3q17pq>)

Bizjak, C., Rajh, S., Bačnik, A., Hajdinjak, M., Majer Kovačič, J., Vrabič, N. (2022). *Spodbujanje motiviranosti za globinsko učenje – Odnos do učenja naravoslovja in matematike*. Zavod Republike Slovenije za šolstvo. Odnos_do_ucenja_prirocnik.pdf (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/tppkwbq>)

Rupnik Vec, T., Suban, M., Stopar, N., Krajšek, S., Nanut Planinšek, Z., Starčič, T., Ovčar, A., Mrkela, V., in Jamšek, J. (2022). *Miselni procesi in veščine kritičnega mišljenja*. Zavod RS za šolstvo. Kriticno_misljenje_NAMA_gradniki.pdf (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/l0icx0s>)

Rupnik Vec, T., Suban, M., Stopar, N., Krajšek, S., Nanut Planinšek, Z., Turše, T., Starčič, T., Kolbl, J., Ovčar, A., Zafošnik, S., Zupet Jeglič, A., Kranjc, A., Leskovec Sever, T., Matišić, M., Colnarič, M., Jurgec, A., Bone, J., Jagarinec, T., Trojner, N. ... Kretič Mamič, A. (2022). *Kritično mišljenje pri naravoslovju in matematiki: priročnik za strokovne delavce v vrtcih in šolah*. Zavod RS za šolstvo. *Kriticno_misljenje_prirocnik.pdf*

(<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/v77a83y>)

Poberžnik, A., Bezjak B., Jerše, L., Brezovnik, S., Klančar, A., Stopar, N., Smej Skutnik, D., Zupančič, F., Bajc J., Lokar, M., Manfreda Kolar, V., Rožanc, Š., Kranjc, R., Repnik, R., Čeh, P., Žakelj, A., Triller, A., Klemenčič, E., Cotič, M., Ploj Vrtič, M. (2022). *Razvijanje zmožnosti reševanja avtentičnih problemov z digitalnimi tehnologijami*. Zavod RS za šolstvo. *Reševanje_avtenticnih_problemov_gradniki.pdf*

(<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/oh4r07d>)

Poberžnik, A., Jerše, L., Klančar, A., Brezovnik, S., Manfreda Kolar V., Žakelj, A., Stopar, N., Marenče, N., Arko, P., Jeromen, V., Bučar, U., Škafer, M., Smej Skutnik, D., Zupančič, F., Bezjak, G., Požgan, A., Klemenčič, E. (2022) *Spodbujanje razvoja zmožnosti reševanja avtentičnih problemov s smiselno uporabo digitalnih tehnologij: priročnik za strokovne delavce v vrtcih in šolah*. Zavod RS za šolstvo.

Reševanje_avtenticnih_problemov_prirocnik.pdf (<https://aplikacijaun.zrss.si/api/link/i81zp52>)

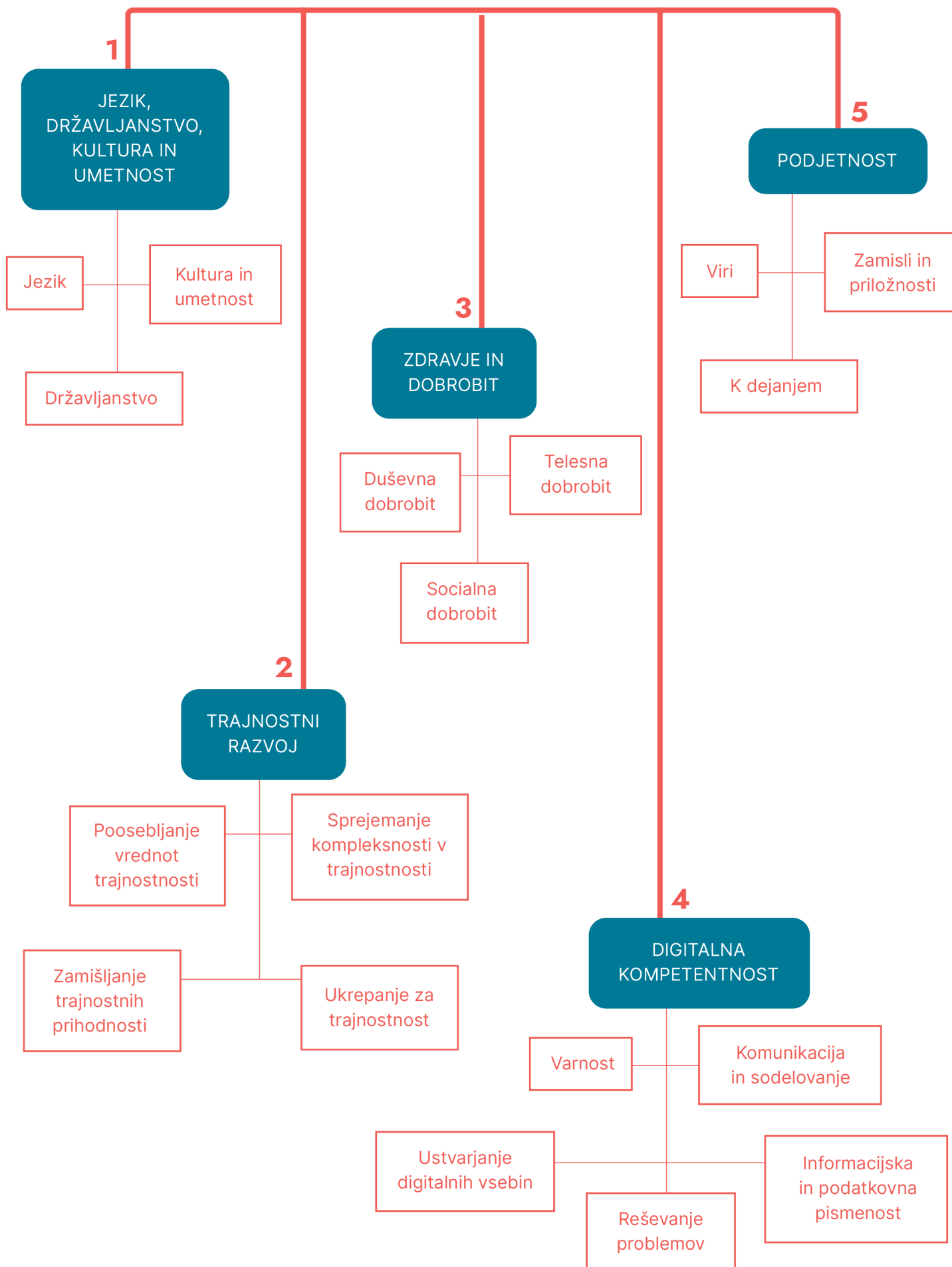
Ahačič, K., Banjac, M., Baškarad, S., Belasić, I., Bergoč, Š., Bešter, J., Borota, B., Bratina, K., Brečko, B. N., Breznik, I., Brodnik, A., Čop, J., Gorenc, J., Gradišek, P., Grušovnik, T., Holcar, A., Jerko, A., Jurak, G., Klančnik, B. ... Zupan, B. (2024). *Skupni cilji in njihovo umeščanje v učne načrte in kataloge znanj*. Zavod RS za šolstvo.

https://www.zrss.si/pdf/skupni_cilji.pdf

PRILOGE



KLJUČNI CILJI PO PODROČJIH SKUPNIH CILJEV



1 /// JEZIK, DRŽAVLJANSTVO, KULTURA IN UMETNOST



SKUPNI CILJI IN NJIHOVO UMEŠČANJE V UČNE NAČRTE TER KATALOGE ZNANJ

POVZETO PO PUBLIKACIJI WWW.ZRSS.SI/PDF/SKUPNI_CILJI.PDF

1.1 JEZIK

1.1.1 Strokovna besedila	1.1.1.1 Pri posameznih predmetih razvija zmožnost izražanja v različnih besedilnih vrstah (referat, plakat, povzetek, opis, pogovor itd.).
1.1.2 Strokovni jezik	1.1.2.1 Se zaveda, da je učenje vsebine posameznega predmeta hkrati tudi spoznavanje njegove strokovne terminologije; torej učenje jezika na ravni poimenovanj za posamezne pojme in na ravni logičnih povezav. 1.1.2.2 Se izraža z ustrezno terminologijo predmeta in skrbi za ustrezno govorno ter pisno raven svojega strokovnega jezika.
1.1.3 Univerzalni opis jezika kot sistema	(pri vseh predmetih:) 1.1.3.1 Se zaveda podobnosti ter razlik med jeziki in je na to pozoren tudi pri uporabi gradiv v tujih jezikih, pri uporabi prevajalnikov, velikih jezikovnih modelov, avtomatsko prevedenih spletnih strani itd. (pri vseh jezikovnih predmetih:) 1.1.3.2 Se zaveda, da različne jezike lahko opisujemo na podoben način; pri pouku tujih jezikov zato uporablja znanje, pridobljeno pri pouku učnega jezika, in obratno: zna primerjati jezike, ki se jih uči, in razpozna podobnosti ter razlike med njimi.
1.1.4 Razumevanje pomena branja	1.1.4.1 Pri vseh predmetih redno bere, izbira raznolika bralna gradiva, jih razume, poglobljeno analizira in kritično vrednoti.
1.1.5 Jezik in nenasilna komunikacija	1.1.5.1 Razvija lastne sporazumevalne zmožnosti skozi nenasilno komunikacijo.

1.2 DRŽAVLJANSTVO

1.2.1 Poznavanje in privzemanje človekovih pravic ter dolžnosti kot temeljnih vrednot in osnov državljanske etike	1.2.1.1 Pozna, razume in sprejema človekove pravice kot skupni evropski in ustavno določeni okvir skupnih vrednot ter etike. 1.2.1.2 Razume, da so človekove pravice univerzalne in nepogojene, da uveljavljajo vrednote svobode in enakosti. 1.2.1.3 Razume in sprejema, da je obstoj pravic pogojen s spoštovanjem individualne dolžnosti do enake pravice drugega. 1.2.1.4 Razume in sprejema, da je dolžnost do enake pravice drugega dolžnost zaradi dolžnosti (ne le pravica zaradi individualnega interesa). 1.2.1.5 Razume in sprejema človekove pravice in dolžnosti kot osnovno, vsem državljanom skupno etiko (moralo), ki uveljavlja vrednote spoštovanja človekovega dostojanstva, pravičnosti, resnice, zakona, lastnine, nediskriminacije in strpnosti.
1.2.2 Etična refleksija	1.2.2.1 Spozna, da obstajajo moralna vprašanja, pri katerih ni vnaprej danih od vseh sprejetih odgovorov. 1.2.2.2 Razvija občutljivost za moralna vprašanja ter sposobnost, da o njih razmišlja skupaj z drugimi.
1.2.3 Sodelovanje z drugimi v skupnosti in za skupnost	1.2.3.1 Z namenom uresničevanja skupnega dobrega sodeluje z drugimi ter podaja in uresničuje predloge, ki kakovostno spreminjajo skupnosti. 1.2.3.2 Prek lastnega delovanja ozavešča pomen skrbi za demokratično skupnost ter krepi zavedanje o pomenu pripadnosti skupnosti za lastnodobrobit in dobrobit drugih.
1.2.4 Aktivno državljanstvo in politična angažiranost	1.2.4.1 Ob zavedanju pozitivnega pomena politike kot skupnega reševanja izzivov in skrbi za dobrobit vseh, pa tudi iskanja kompromisov in preseganja konfliktov, pozna raznolike oblike demokratičnega političnega angažiranja in se vključuje v politične procese, ki vplivajo na življenja ljudi.
1.2.5 Znanje za kritično mišljenje, za aktivno državljansko držo	1.2.5.1 Uporabi znanja vsakega predmetnega področja za kritično in aktivno državljansko držo.

1.3 KULTURA IN UMETNOST

1.3.1 Sprejemanje, doživljanje in vrednotenje kulture in umetnosti	1.3.1.1 Intuitivno ali zavestno (individualno in v skupini) vzpostavlja odnos do kulture, umetnosti, umetniške izkušnje in procesov ustvarjanja ter ob tem prepozna lastna doživetja in se vživlja v izkušnjo drugega. itd.).
1.3.2 Raziskovanje in spoznavanje kulture ter umetnosti	1.3.2.1 Raziskuje in spozna kulturo, umetnost, umetniške zvrsti ter njihova izrazna sredstva v zgodovinskem in kulturnem kontekstu.
1.3.3 Izražanje v umetnosti in z umetnostjo	1.3.3.1 Je radoveden in raziskuje materiale in umetniške jezike, se z njimi izraža, razvija domišljijo ter pogloblja in širi znanje tudi na neumetniških področjih.
1.3.4 Uživanje v ustvarjalnem procesu ter dosežkih kulture in umetnosti	1.3.4.1 Uživa v ustvarjalnosti, se veseli lastnih dosežkov in dosežkov drugih. 1.3.4.2 V varnem, odprtem in spodbudnem učnem okolju svobodno izraža želje in udejanja ustvarjalne ideje.
1.3.5 Živi kulturo in umetnost	1.3.5.1 Živi kulturo in umetnost kot vrednoto v domačem in šolskem okolju ter prispeva k razvoju šole kot kulturnega središča in njenemu povezovanju s kulturnim in z družbenim okoljem.

2 /// TRAJNOSTNI RAZVOJ



SKUPNI CILJI IN NJIHOVO UMEŠČANJE V UČNE NAČRTE TER KATALOGE ZNANJ

POVZETO PO PUBLIKACIJI WWW.ZRSS.SI/PDF/SKUPNI_CILJI.PDF

2.1 POOSEBLJANJE VREDNOT TRAJNOSTNOSTI

2.1.1 Vrednotenje trajnostnosti	2.1.1.1 Kritično oceni povezanost lastnih vrednot in vrednot družbe s trajnostnostjo glede na svoje trenutne zmožnosti ter družben položaj.
2.1.2 Podpiranje pravičnosti	2.1.2.1 Pri svojem delovanju upošteva etična načela pravičnosti, enakopravnosti ter sočutja.
2.1.3 Promoviranje narave	2.1.3.1 Odgovoren odnos do naravnih sistemov gradi na razumevanju njihove kompleksnosti in razmerij med naravnimi ter družbenimi sistemi.

2.2 SPREJEMANJE KOMPLEKSNOSTI V TRAJNOSTNOSTI

2.2.1 Sistemsko mišljenje	2.2.1.1 K izbranemu problemu pristopa celostno, pri čemer upošteva povezanost okoljskega, gospodarskega in družbenega vidika. 2.2.1.2 Presoja kratkoročne in dolgoročne vplive delovanja posameznika in družbenih skupin v družbi, družbe na lokalni, regionalni, nacionalni ter globalni ravni.
2.2.2 Kritično mišljenje	2.2.2.1 Kritično presoja informacije, poglede in potrebe o trajnostnem razvoju z vidika naravnega okolja, živih bitij in družbe, pri čemer upošteva različne poglede, pogoje z osebnim, socialnim in kulturnim ozadjem.
2.2.3 Formuliranje problema	2.2.3.1 Pri opredelitvi problema upošteva značilnosti problema – (ne)jasnost, (ne)opredeljenost, (ne)določljivost problema – in lastnosti reševanja – (ne)definirane, (ne)sistemske rešitve – ter vpletenost deležnikov.

2.3 ZAMIŠLJANJE TRAJNOSTNIH PRIHODNOSTI

2.3.1 Pismenost za prihodnost	2.3.1.1 Na podlagi znanja, znanstvenih dognanj in vrednot trajnostnosti razume ter vrednoti možne, verjetne in želene trajnostne prihodnosti (scenarije). 2.3.1.2 Presoja dejanja, ki so potrebna za doseganje želene trajnostne prihodnosti.
2.3.2 Prilagodljivost	2.3.2.1 V prizadevanju za trajnostno prihodnost tvega in se kljub negotovostim prilagaja ter sprejema trajnostne odločitve za svoja dejanja.
2.3.3 Raziskovalno mišljenje	2.3.3.1 Pri načrtovanju in reševanju kompleksnih problemov/-atik trajnostnosti uporablja in povezuje znanja in metode različnih znanstvenih disciplin ter predlaga ustvarjalne in inovativne ideje in rešitve.

2.4 UKREPANJE ZA TRAJNOSTNOST

2.4.1 Politična angažiranost	2.4.1.1 Ob upoštevanju demokratičnih načel kritično vrednoti politike z vidika trajnostnosti ter sodeluje pri oblikovanju trajnostnih politik in prakse na lokalni, regionalni, nacionalni ter globalni ravni.
2.4.2 Kolektivno ukrepanje	2.4.2.1 Pri prizadevanju in ukrepanju za trajnostnost upošteva demokratična načela in aktivno ter angažirano (konstruktivno) sodeluje z drugimi.
2.4.3 Individualna iniciativa	2.4.3.1 Se zaveda lastnega potenciala in odgovornosti za trajnostno delovanje in ukrepanje na individualni, kolektivni ter politični ravni.



3.1 DUŠEVNA DOBROBIT

3.1.1 Samozavedanje	3.1.1.1 Zaznava in prepoznavna lastno doživljanje (telesne občutke, čustva, misli, vrednote, potrebe, želje) ter lastno vedenje. 3.1.1.2 Skozi izkušnje razume povezanost različnih vidikov lastnega doživljanja (telesni občutki, čustva, misli, vrednote, potrebe, želje) v specifičnih situacijah (npr. ob doživljanju uspeha in neuspeha v učnih in socialnih situacijah).
3.1.2 Samouravnavanje	3.1.2.1 Uravnava lastno doživljanje in vedenje (npr. v stresnih učnih in socialnih situacijah). 3.1.2.2 Razvija samozaupanje in samospoštovanje. 3.1.2.3 Se učinkovito spoprijema z negotovostjo in kompleksnostjo. 3.1.2.4 Učinkovito upravlja, organizira čas učenja in prosti čas.
3.1.3 Postavljanje ciljev	3.1.3.1 Prepoznavna lastne interese, lastnosti, močna in šibka področja ter v skladu z njimi načrtuje kratkoročne in dolgoročne cilje (vezane na duševno, telesno, socialno in učno področje). 3.1.3.2 Spremlja doseganje in spreminjanje načrtovanih ciljev. 3.1.3.3 Razvija zavzetost in vztrajnost ter krepi zmožnosti odložitve nagrade.
3.1.4 Prožen način razmišljanja	3.1.4.1 Razvija osebno prožnost, razvojno miselno naravnost, radovednost, optimizem in ustvarjalnost. 3.1.4.2 Učinkovito se spoprijema s problemskimi situacijami, ki zahtevajo proaktivno miselno naravnost.
3.1.5 Odgovornost in avtonomija	3.1.5.1 Krepi odgovornost, avtonomijo in skrbi za osebno integriteto.

3.2 TELESNA DOBROBIT

3.2.1 Gibanje in sedenje	3.2.1.1 Razume pomen vsakodnevnega gibanja za zdravje in dobro počutje. 3.2.1.2 Razvija pozitiven odnos do gibanja. 3.2.1.3 Vključuje se v različne gibalne dejavnosti, tudi tiste, ki razbremenijo naporen vsakdan. 3.2.1.4 Razume škodljivosti dolgotrajnega sedenja, razvija navade za prekinitev in zmanjšanje sedenja.
3.2.2 Prehrana in prehranjevanje	3.2.2.1 Razume pomen uravnotežene prehrane. 3.2.2.2 Razvija navade zdravega prehranjevanja. 3.2.2.3 Oblikuje pozitiven odnos do hrane in prehranjevanja.
3.2.3 Sprostitev in počitek	3.2.3.1 Razume pomen počitka in sprostitev po miselnem ali telesnem naporu. 3.2.3.2 Spozna različne tehnike sproščanja in uporablja tiste, ki mu najbolj koristijo. 3.2.3.3 Razume pomen dobrih spalnih navad za učinkovito telesno in miselno delovanje ter ravnanje.
3.2.4 Varnost	3.2.4.1 Spozna različne zaščitne ukrepe za ohranjanje zdravja. 3.2.4.2 Ravna varno in odgovorno, pri čemer skrbi za ohranjanje zdravja sebe in drugih.
3.2.5 Preventiva pred različnimi oblikami zasvojenosti	3.2.5.1 Usvaja znanje o oblikah in stopnjah zasvojenosti ter o strategijah, kako se jim izogniti oz. jih preprečiti z zdravim življenjskim slogom.

3.3 SOCIALNA DOBROBIT

3.3.1 Socialno zavedanje in zavedanje raznolikosti	3.3.1.1 Ozavešča lastno doživljanje in vedenje v odnosih z drugimi. 3.3.1.2 Zaveda se in prepoznavna raznolikosti v ožjem (oddelek, vrstniki, družina) in širšem okolju (šola, lokalna skupnost, družba).
3.3.2 Komunikacijske spretnosti	3.3.2.1 Razvija spretnosti aktivnega poslušanja, asertivne komunikacije, izražanja interesa in skrbi za druge.
3.3.3 Sodelovanje in reševanje konfliktov	3.3.3.1 Konstruktivno sodeluje v različnih vrstah odnosov na različnih področjih. 3.3.3.2 Krepi sodelovalne veščine, spretnosti vzpostavljanja in vzdrževanja kakovostnih odnosov v oddelku, družini, šoli, širši skupnosti, temelječih na spoštljivem in asertivnem komuniciranju ter enakopravnosti.
3.3.4 Empatija	3.3.4.1 Krepi zmožnosti razumevanja in prevzemanja perspektive drugega. 3.3.4.2 Prepoznavna meje med doživljanjem sebe in drugega. 3.3.4.3 Uravnava lastno vedenje v odnosih, upoštevajoč več perspektiv hkrati.
3.3.5 Prosocialno vedenje	3.3.5.1 Krepi prepoznavanje in zavedanje potrebe po nudenju pomoči drugim. 3.3.5.2 Prepoznavna lastne potrebe po pomoči in strategije iskanja pomoči. 3.3.5.3 Krepi družbeno odgovornost.

4 /// DIGITALNA KOMPETENTNOST



SKUPNI CILJI IN NJIHOVO UMEŠČANJE V UČNE NAČRTE TER KATALOGE ZNANJ

POVZETO PO PUBLIKACIJI WWW.ZRSS.SI/PDF/SKUPNI_CILJI.PDF

4.1 INFORMACIJSKA IN PODATKOVNA PISMENOST

4.1.1 Brskanje, iskanje in filtriranje podatkov, informacij ter digitalnih vsebin	4.1.1.1 Izraža informacijske potrebe, išče podatke, informacije in vsebine v digitalnih okoljih ter izboljšuje osebne strategije iskanja.
4.1.2 Vrednotenje podatkov, informacij in digitalnih vsebin	4.1.2.1 Analizira, primerja in kritično vrednoti verodostojnost in zanesljivost podatkov, informacij in digitalnih vsebin.
4.1.3 Upravljanje podatkov, informacij in digitalnih vsebin	4.1.3.1 Podatke zbira, obdeluje, prikazuje in shranjuje na najustreznejša mesta (trdi disk, oblak, USB itd.) tako, da jih zna kasneje tudi najti.

4.2 KOMUNIKACIJA IN SODELOVANJE

4.2.1 Interakcija z uporabo digitalnih tehnologij	4.2.1.1 Sporazumeva se z uporabo različnih digitalnih tehnologij in razume ustrezna sredstva komunikacije v danih okoliščinah.
4.2.2 Deljenje z uporabo digitalnih tehnologij	4.2.2.1 Deli podatke, informacije in digitalne vsebine z drugimi z uporabo ustreznih digitalnih tehnologij. Deluje v vlogi posrednika in je seznanjen s praksami navajanja virov ter avtorstva.
4.2.3 Državljsko udejstvovanje z uporabo digitalnih tehnologij	4.2.3.1 Išče in uporablja portale za udejstvovanje v družbi. Poišče skupine, ki zastopajo njegove interese, s pomočjo katerih lahko aktivno daje predloge za spremembe.
4.2.4 Sodelovanje z uporabo digitalnih tehnologij	4.2.4.1 Z digitalnimi orodji soustvarja skupno vsebino in se zavzema za krepitev sodelovanja med člani.
4.2.5 Spletni bonton	4.2.5.1 Pri uporabi digitalnih tehnologij in omrežij prilagaja svoje vedenje pričakovanjem ter pravilom, ki veljajo v določeni skupini.
4.2.6 Upravljanje digitalne identitete	4.2.6.1 Ustvari eno ali več digitalnih identitet in z njimi upravlja, skrbi za varovanje lastnega ugleda ter za ravnanje s podatki, ki nastanejo z uporabo številnih digitalnih orodij in storitev v različnih digitalnih okoljih.

4.3 USTVARJANJE DIGITALNIH VSEBIN

4.3.1 Razvoj digitalnih vsebin	4.3.1.1 Ustvarja in ureja digitalne vsebine v različnih formatih.
4.3.2 Umeščanje in poustvarjanje digitalnih vsebin	4.3.2.1 Digitalne vsebine obogati z dodajanjem slik, glasbe, videoposnetkov, vizualnih efektov idr.
4.3.3 Avtorske pravice in licence	4.3.3.1 Pozna licence in avtorske pravice. Spoštuje pravice avtorjev in jih ustrezno citira.
4.3.4 Programiranje	4.3.4.1 Zna ustvariti algoritem za rešitev enostavnega problema. Zna odpraviti preproste napake v programu.

4.4 VARNOST

4.4.1 Varovanje naprav	4.4.1.1 Deluje samozaščitno; svoje naprave zaščiti z ustreznimi gesli, programsko opremo in varnim ravnanjem, jih ne pušča brez nadzora v javnih prostorih idr.
4.4.2 Varovanje osebnih podatkov in zasebnosti	4.4.2.1 Varuje osebne podatke in podatke drugih ter prepoznava zaupanja vredne ponudnike digitalnih storitev.
4.4.3 Varovanje zdravja in dobrobiti	4.4.3.1 Digitalno tehnologijo uporablja uravnoteženo, skrbi za dobro telesno in duševno dobrobit ter se izogiba negativnim vplivom digitalnih medijev.
4.4.4 Varovanje okolja	4.4.4.1 Zaveda se vplivov digitalnih tehnologij in njihove uporabe na okolje.

4.5 REŠEVANJE PROBLEMOV

4.5.1 Reševanje tehničnih težav	4.5.1.1 Prepozna tehnične težave pri delu z napravami ali digitalnimi okolji ter jih rešuje.
4.5.2 Prepoznavanje potreb in opredelitev tehnoloških odzivov	4.5.2.1 Prepoznava in ocenjuje potrebe, izbira ter uporablja digitalna orodja in jih prilagaja lastnim potrebam.
4.5.3 Ustvarjalna uporaba digitalne tehnologije	4.5.3.1 S pomočjo digitalne tehnologije ustvarja rešitve in novosti v postopkih ter izdelkih.
4.5.4 Prepoznavanje vrzeli v digitalnih kompetencah	4.5.4.1 Prepozna vrzeli v svojih digitalnih kompetencah, jih po potrebi izboljšuje in dopolnjuje ter pri tem podpira tudi druge.

**5.1 ZAMISLI IN PRILOŽNOSTI**

5.1.1 Odkrivanje priložnosti	5.1.1.1 Prepoznavava avtentične izzive kot priložnosti za ustvarjanje vrednost zase in za druge.
5.1.2 Ustvarjalnost in inovativnost	5.1.2.1 Pri reševanju izzivov na ustvarjalen način uporablja znanje in izkušnje za ustvarjanju boljših rešitev. 5.1.2.2 Pripravi nabor možnih rešitev izziva, pri čemer stremi k oblikovanju vrednosti za druge.
5.1.3 Vizija	5.1.3.1 Oblikuje vizijo prihodnosti, ki vključuje odgovore na vprašanja, kaj namerava početi v prihodnosti, kakšen želi postati in kakšno skupnost želi sooblikovati.
5.1.4 Vrednotenje zamisli	5.1.4.1 Vrednoti rešitve ob upoštevanju kriterijev po načelu ustvarjanja dobrobiti za druge in izbere ustrezno rešitev.
5.1.5 Etično in trajnostno razmišljanje	5.1.5.1 Prepozna in ovrednoti vpliv svojih odločitev ter ravnanj na skupnost in okolje.

5.2 VIRI

5.2.1 Samozavedanje in samoučinkovitost	5.2.1.1 Prepozna svoje želje, močna in šibka področja ter zaupa, da lahko pozitivno vpliva na ljudi in situacije.
5.2.2 Motiviranost in vztrajnost	5.2.2.1 Je pozitivno naravnani, samozavesten in osredotočen na proces reševanja izziva. 5.2.2.2 Vztraja pri opravljanju kompleksnejših nalog.
5.2.3 Vključevanje virov	5.2.3.1 Pridobi podatke in sredstva (materialna, nematerialna in digitalna), potrebne za prehod od zamisli k dejanjem, s katerimi odgovorno in učinkovito upravlja, pri čemer upošteva učinkovito izrabo lastnega časa in finančnih sredstev.
5.2.4 Vključevanje človeških virov	5.2.4.1 Spodbuja in motivira druge pri reševanju skupnih nalog. 5.2.4.2 Poišče ustrezno pomoč posameznika (npr. vrstnika, učitelja, strokovnjak itd.) ali strokovne skupnosti. 5.2.4.3 Razvije spretnosti za učinkovito komunikacijo, pogajanje, vodenje, ki so potrebne za doseganje rezultatov.
5.2.5 Finančna pismenost	5.2.5.1 V različnih življenjskih situacijah prepozna in rešuje finančne izzive (viri finančnih sredstev, skrb za denar, poslovanje npr. z banko, zavarovalnico ter drugimi finančnimi institucijami, ocena potrebnih sredstev, tveganj in odločitev o zadolževanju ter naložbi, varčevanju). 5.2.5.2 Sprejema odgovorne finančne odločitve za doseganje blaginje (osebne in za skupnost). 5.2.5.3 Pridobiva ustrezno znanje na področju finančne pismenosti za kakovostno vsakdanje in poklicno življenje.

5.3 K DEJANJEM

5.3.1 Prevzemanje pobude	5.3.1.1 Spodbuja in sodeluje pri reševanju izzivov, pri čemer prevzema individualno in skupinsko odgovornost.
5.3.2 Načrtovanje in upravljanje	5.3.2.1 V procesu reševanja problemov si zastavlja kratkoročne, srednjeročne in dolgoročne cilje, opredeli prednostne naloge in pripravi načrt. 5.3.2.2 Prilagaja se nepredvidnim spremembam.
5.3.3 Obvladovanje negotovosti, dvoumnosti in tveganja	5.3.3.1 Na nepredvidene situacije se odziva s pozitivno naravnanoostjo in ciljem, da jih uspešno razreši. 5.3.3.2 Pri odločitvah primerja in analizira različne informacije, da zmanjša negotovost, dvoumnost in tveganja.
5.3.4 Sodelovanje	5.3.4.1 Sodeluje z različnimi posamezniki ali skupinami. 5.3.4.2 Morebitne spore rešuje na konstruktiven način in po potrebi sklepa kompromise.
5.3.5 Izkusveno učenje	5.3.5.1 Z reševanjem izzivov pridobiva nove izkušnje in jih upošteva pri sprejemanju nadaljnjih odločitev. 5.3.5.2 Presoja uspešnost doseganja zastavljenih ciljev in pri tem prepozna priložnosti za nadaljnje učenje. 5.3.5.3 Prepozna priložnosti za aktivno uporabo pridobljenega znanja v novih situacijah. 5.3.5.4 Povratne informacije uporabi za nadaljnji razvoj podjetnostne kompetence.