

Szakmai érettségi tantárgyi vizsgakatalógus

Matematika

Poklicna matura



A tantárgyi vizsgakatalógus a **2022.** évi tavaszi vizsgaidőszaktól az új megjelenéséig érvényes.

A katalógus érvényességéről mindig a folyó évi Szakmai érettségi vizsgakatalógus rendelkezik abban az adott évben, amikor a jelölt érettségi vizsgát tesz.

Ljubljana 2020



Državni izpitni center

A MATEMATIKA SZAKMAI ÉRETTSÉGI TANTÁRGYI VIZSGAKATALÓGUSA

az eredeti példány címe: PREDMETNI IZPITNI KATALOG ZA POKLICNO MATURO - MATEMATIKA

A katalógust készítették:

dr. Gregor Dolinar
Lovro Dretnik
Sonja Ivančič
mag. Apolonija Jerko
Mateja Lenarčič
Irena Rauter Repija
Mira Jug Skledar
mag. Mojca Suban

Fordította:

Virág Tadina Bence

Lektorálta:

dr. Anna Kolláth

A vizsgakatalógus a Szlovén Köztársaság Köznevelési Szaktanácsa a 2020. április 24-i, 206. ülésén fogadta el, és a 2022. évi tavaszi vizsgaidőszaktól az új vizsgakatalógus hatályba lépéséig érvényes.

A katalógus érvényességéről az adott évben az az évi Szakmai érettségi vizsgakatalógus rendelkezik.

© Državni izpitni center, 2020

Minden jog fenntartva.

Kiadta:

Državni izpitni center

A kiadásért felel:

dr. Darko Zupanc

Szerkesztő:

mag. Mateja Jagodič
Joži Trkov

Tördelés:

Tanja Pleterski

Ljubljana 2020

ISSN 2335-2698

TARTALOM

1	BEVEZETŐ	4
2	A VIZSGA CÉLJAI	5
3	A VIZSGA SZERKEZETE ÉS ÉRTÉKELÉSE	6
3.1	A vizsga szerkezete	6
3.2	Feladatfajták és értékelésük	7
4	A VIZSGÁN ELLENŐRZÖTT TARTALMAK	8
5	A SAJÁTOS NEVELÉSI IGÉNYŰ JELÖLTEKRE VONATKOZÓ ELJÁRÁSOK	13
6	MELLÉKLETEK	14
6.1	Matematikai jelek	14
6.2	A feladatlaphoz mellékelt képletek	17
6.3	A vizsgafeladatok mintái	19
6.4	Útmutató a vizsga írásbeli része feladatainak értékeléséhez	35
6.5	Szóbeli vizsga	37
7	AJÁNLOTT FORRÁSOK ÉS IRODALOM	46

1 BEVEZETŐ

A tantárgyi vizsgakatalógus azoknak a jelölteknek készült, akik a szakmai érettségi vizsgán a matematikát fogják harmadik tantárgyként választani. Segít azoknak a matematikatanároknak is, akik a jelölteket felkészítik a szakmai érettségi vizsgára.

A szakmai érettségi vizsgakatalógus a 2007. évi középiskolai szaktechnikusi 383–408 órás képzés Matematika tudáskatalógusán, valamint a a 2007. évi szakiskolai 206–242 órás képzésen, és A szakmai érettségi vizsgáról szóló szabályzaton, valamint Az érettségi vizsgáról szóló törvényen alapul.

A matematika vizsga két részből áll: írásbeli és szóbeli részből.

A katalógus leírja a vizsga céljait, a vizsga szerkezetét, valamint a vizsga értékelését és osztályozását is. A tananyagot taglaló fejezet két részből áll. A lapok bal oldalán azokat a témákat és fogalmakat találjuk, amelyek a tanterv által előírt és a vizsgán ellenőrzött tananyagot határozzák meg. A jobb oldalon pedig azokat a célokat találjuk, amelyeknek ismeretét ellenőrizzük.

A katalógusban megtalálható még a matematikai jelek listája és a képletek is, amelyek a jelölt segítségére lehetnek a vizsgán. Megad néhány vizsgafeladat-mintát is a megfelelő megoldásokkal, pontozásokkal és az értékelési utasításokkal együtt. Az 5. fejezetben a sajátos nevelési igényű jelöltekre vonatkozó eljárásokat sorolja fel.

2 A VIZSGA CÉLJAI

A vizsga felméri, hogyan képes a jelölt:

- szöveget olvasni, és az ilyen szöveget matematikai nyelvre lefordítani,
- megérteni azokat az információkat, amelyek matematikai eszközökkel vannak kifejezve, és ezeket a megoldás keresésében alkalmazni,
- a matematikai szakterminológiát és szimbolikát alkalmazni,
- a matematikai feladatokat szisztematikusan, pontosan, önállóan, rendezetten felírni és megoldani,
- a matematikát mint kommunikációs eszközt alkalmazni,
- kimutatni a megértést, és alkalmazni a matematika alapvető fogalmait és a köztük lévő viszonyokat,
- matematikai problémákat megoldani,
- kritikusan alkalmazni a megfelelő módszert, valamint értelmezni és indokolni a megoldást,
- alkalmazni a matematikát a szak- és egyéb területeken,
- alkalmazni a technológiai eszközöket,
- alkalmazni az engedélyezett eszközöket.

3 A VIZSGA SZERKEZETE ÉS ÉRTÉKELÉSE

3.1 A vizsga szerkezete

A matematika vizsga két részből áll: írásbeli és szóbeli részből. Az írásbeli rész egységes az összes jelölt számára, és a jelöltek Szlovénia-szerte ugyanabban az időben írják meg ezt. Mindkét rész belső értékelésű.

► Írásbeli vizsga

A feladatlapot a matematika tantárgyi szakmai érettségi bizottsága állítja össze, ezen kívül elkészíti a moderált értékelési útmutatót.

Feladatlap	Megoldási idő	A pontok száma	Az összosztályzat része
1	120 perc	70	70%
1. rész		(50)	(50%)
2. rész		(20)	(20%)

Az írásbeli vizsgán **engedélyezett eszközök**: töltőtoll, ill. golyóstoll, ceruza¹, radír, számológép² és mértani eszközök³.

A feladatlap képleteket is tartalmaz, amelyek segítenek a jelöltnak a feladatok megoldásában.

A jelöltek kötelesek a szerkesztési feladatok megoldásakor az alapvető geometriai eszközöket alkalmazni. A jelölt a megoldás során minden feladatnál világosan és pontosan mutassa be az eredményhez vezető utat a részszámításokkal és a következtetésekkel együtt.

► Szóbeli vizsga

A szakmai, ill. a mindennapi életből vett szituációkat és a kérdéseket az iskola tanárai állítják össze a *Tantárgyi vizsgakatalógus* alapján. A jelölt kapjon felkészülésképpen legalább nyolc szituációt, mindegyiknél legyen legalább hat kérdéscsoport. Minden kérdéscsoport tartalmaz egy-egy kérdést, amely az adott szituációból indul ki, és egy elméleti kérdést, amely értelemszerűen kapcsolódik az adott tanegység kérdéséhez. Minden vizsgalapon van egy szituáció és három kérdéscsoport. A kérdések különböző matematikai tudásokat és célokat ölelnek fel a *Tantárgyi vizsgakatalógus* különböző témaköreiből.

	Megoldási idő	A pontok száma	Az összosztályzat része
Szituáció három kérdéscsoporttal	maximum 20 perc	30	30%

A szóbeli vizsgán **engedélyezett eszközök**: töltőtoll, ill. golyóstoll, ceruza¹, radír, mértani eszköz³ és egy technológiai segédeszköz (számológép², grafikus képernyővel rendelkező zsebszámológép vagy számítógép a megfelelő szoftverrel), amellyel a jelölt megismerkedett a matematikaórák során, és amelyet a matematika aktívának a tanárai jóváhagytak az iskolában. A jelölt a szóbeli vizsgán segítségül használhatja a *Tantárgyi vizsgakatalógus* 6.2 fejezetben található képleteket.

A jelöltnak a szóbeli vizsgán joga van 15 perces felkészülési időhöz.

¹ Grafit, de lehet színes is.

² A számológép olyan elektronikus számológép, amely lehetővé teszi az alapműveletek elvégzését, és nem támogatja a következőket:

- kommunikációt a környezettel, illetve a »külvilággal«,
- adatok elmentését a környezetből, illetve a külvilágból,
- előre elkészített adatok mentését,
- szimbólumos számításokat,
- új függvények beprogramozását,
- függvénygrafikonok rajzolását.

³ Körző és egy vagy két háromszögvonalzó, megengedett a vonalzó is.

3.2 Feladatfajták és értékelésük

Vizsga	Feladatfajták	A feladatok értékelése
a feladatlap 1. része	11 rövidebb feladat	7 feladat 4 pontot ér, 2 feladat 5 pontot ér, és még 2 feladat 6 pontot ér.
a feladatlap 2. része	3 összetett (választható) feladat, amelyekből a jelölt kiválaszt és megold kettőt	Mindegyik feladat 10 pontot ér.
Szóbeli vizsga	1 szituáció a szakterületről, ill. a mindennapi életből és 3 kérdéscsoport, amelyek belőle erednek, ill. értelemszerűen hozzá kapcsolódnak.	Minden kérdéscsoportra 10 pont adható. Legalább egy kérdéscsoportot úgy kell összeállítani, hogy a jelöltől megkívánja a technológiai segédeszközök magasabb szintű használatát. A technológiai segédeszközök megfelelő alkalmazására megfelelő pontszám adható.

4 A VIZSGÁN ELLENŐRZÖTT TARTALMAK

TARTALMI EGYSÉGEK

- számhalmazok
- geometria
- algebrai függvények és egyenletek
- transzcendens függvények és egyenletek
- sorozatok
- adatfeldolgozás
- differenciálszámítás
- kombinatorika és valószínűség-számítás

► Számhalmazok

Tartalom, fogalmak	Az ellenőrzés céljai
Természetes, egész, racionális és valós számok	A jelölt
Az alapműveletek tulajdonságai az összes számhalmazban	• műveleteket végez a természetes, egész, racionális és valós számokkal, alkalmazza a számtani műveletek azonosságait; • ismeri az oszthatósági és a rendezettségi relációkat;
Oszthatóság az $\mathbb{N}$ -ben és a $\mathbb{Z}$ -ben	• megállapítja, hogy osztható-e az adott szám 2-vel, 3-mal, 5-tel, 9-cel és 10-zel;
Oszthatósági szabályok	• ismeri a prímszámokat és az összetett számokat;
Prímszámok és összetett számok	• felírja az adott számot prímtényezők szorzataként;
Többszörösök és osztók	• felsorolja a természetes és az egész számok többszöröseit és osztóit;
A legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös	• kiszámítja a számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét;
A maradékos osztás alaptétele	• alkalmazza a maradékos osztás alaptételét;
Természetes és egész kitevőjű hatványok	• műveleteket végez természetes és egész kitevőjű hatványokkal, alkalmazza az azonosságokat;
Kifejezések	• ismeri és alkalmazza az egyenletek és egyenlőtlenségek megoldására szolgáló szabályokat;
Az egyenlőség és az egyenlőtlenség tulajdonságai	• képes egyszerű egyenleteket és egyenlőtlenségeket megoldani;
Racionális számok és valós számok	• műveleteket végez algebrai kifejezésekkel (a kéttagú algebrai kifejezés hatványozása, a négyzetek különbségének tényezőkre bontása, Vièt tételének alkalmazása);
Törtek	• műveleteket végez törtekkel és algebrai törtekkel;
Rendezettség, egyenlőségek, egyenlőtlenségek és tulajdonságok	• felírja a racionális számot tizedes törttel;
Felírás tizedes törttel	• felírja a végtelen szakaszos tizedes törtet redukált tört alakban;
Arányok, részek, százalékok	• alkalmazza a százalékszámítást; • kiszámítja a részt, az alapot és a relatív részt; • alkalmazza a következtetés módszerét szóveges feladatokban;

Tartalom, fogalmak	Az ellenőrzés céljai
Számegyenes Intervallumok Irracionális számok Irracionális szám felírása tizedes tört alakban Rendezettség az $\mathbb{R}$ valós számok halmazában A négyzetgyök és a köbgyök Kerekítés A szám abszolút értéke és tulajdonságai Racionális kitevőjű hatványok	• ábrázolja a valós számokat a számegyenesen (a valós tengelyen) pontokként vagy intervallumokként; • kerekít; • megbecsli az eredményt; • gyökvonást végez négyzet- és köbgyökkel; • kiemeli a gyökjel elé, amit lehet, és gyökteleníti a nevezőt; • megold egyszerűbb abszolút értéket tartalmazó egyenletet és egyenlőtlenséget; • műveleteket végez racionális kitevőjű hatványokkal; • műveleteket végez gyökökkel (gyökvonás alkalmazása).

► Geometria

Tartalom, fogalmak	Az ellenőrzés céljai
Síkmértan	A jelölt
Alapvető mértani fogalmak Pontok és egyenesek a síkban és a köztük lévő kapcsolatok Szakasz, szakasz meghosszabításával keletkező egyenes, a szakasz felezőmerőlegese, félegyenes, szög Háromszög, sokszög, kör Egybevágóság Pitagorasz-tétele Középponti és kerületi szögek Hasonlóság A hegyesszögek szögfüggvényei Szinusztétel és koszinusztétel	• egyenest, félegyenest, szakaszt, szakaszfelező merőlegest, szöget, kört és körvonalat, körívet, szelőt és érintőt rajzol; • megkülönbözteti a háromszög típusait az oldalak és a szögek szerint; • ismer különböző szögtípusokat (mellékszögek, csúcsszögek, hegyesszögek, tompaszögek, társszögek és más hasonlókat); • műveleteket végez szögekkel; • ismeri és alkalmazza a háromszögek egybevágósági definícióját; • alkalmazza a háromszögek egybevágósági alaptételeit; • ismeri a szögmérés mértékegységeit, és tud fokokat átváltani radiánba és vissza; • számítási és a szerkesztési feladatokban alkalmazza a háromszög, a paralelogramma és a trapéz tulajdonságait; • alkalmazza a Pitagorasz-tételt; • síkidomokat szerkeszt (szerkesztési feladatok); • megszerkeszti a háromszög köré írt és a háromszögbe írt kört; • megszerkeszti a kör adott érintőjét (a körvonal tetszőleges pontjába és a körvonalon kívüli pontból); • ismeri és alkalmazza az átmérőre emelt kerületi szög tulajdonságait; • ismeri és alkalmazza a háromszögek hasonlósági definícióját; • ismeri a derékszögű háromszög hegyesszög szögfüggvényeit, és tudja őket alkalmazni; • alkalmazza a szinusz- és a koszinusztételt;

Kerületek és területek

A paralelogramma, a háromszög, a trapéz, a deltoid, a szabályos sokszög, a kör és a körrészek kerülete

A paralelogramma, a háromszög, a trapéz, a deltoid, a szabályos sokszög, a kör és a körrészek területe

- ismeri és ki tudja számítani a síkidomok kerületét és a körív hosszát;
- ismeri a területmérés mértékegységeit, át tudja őket váltani;
- ismeri és ki tudja számítani a síkidomok területét;
- megfelelő adatokból ki tudja számítani a területet, az oldalt, a szöveget, a kerületet, a magasságot, a körülírt és a beírt kör sugarát;

Felszínek és térfogatok

Az egyenes hasáb, a körhenger, a gúla, a körkúp és a gömb felszíne és térfogata

- ismeri a térfogatmérés mértékegységeit, át tudja őket váltani;
- ismeri és alkalmazza az egyenes mértani testek (hasáb, körhenger, gúla, körkúp) és a gömb tulajdonságait;
- megfelelő adatokból ki tudja számítani az adott test magasságát, oldalélét, alapélét, testátlóját, palástját, a tengelymetszet területét, felszínét és a térfogatát;
- kiszámítja a mértani testek élei, ill. lapjai által bezárt szögeket.

► Algebrai függvények és egyenletek

Tartalom, fogalmak

Az ellenőrzés céljai

Lineáris függvény

Derékszögű koordináta-rendszer a síkban

Ponthalmazok a síkban

Két pont távolsága

Lineáris függvény

A lineáris függvény grafikonja

Az egyenes egyenlete

Lineáris egyenlet és lineáris egyenlőtlenség

Lineáris egyenletrendszer

A jelölt

- ábrázol egyszerű pontthalmazokat a síkban;
- kiszámítja két pont távolságát a síkban;
- ábrázolja a lineáris függvény grafikonját;
- ismeri és alkalmazza a lineáris függvény konstansai jelentését;
- felírja a függvény zérusát és a 0 helyen felvett helyettesítési értékét;
- felírja az egyenesek egyenletét explicit, implicit és tengelymetszetes alakban, és át tud váltani a különböző alakok között;
- megold lineáris egyenleteket;
- megold lineáris egyenlőtlenségeket;
- megold két és háromismeretlenes lineáris egyenletrendszert;
- megold szóveges feladatokat lineáris egyenlet és kétismeretlenes egyenletrendszer segítségével;

Másodfokú függvény

A másodfokú függvény

Diszkrimináns

A másodfokú függvény gyökei, tengelypontja és grafikonja

A másodfokú egyenlet

A másodfokú függvény és egyenlet alkalmazása

A másodfokú egyenlőtlenség

- felír másodfokú függvényt különböző adatok alapján;
- kiszámítja a másodfokú függvény gyökeit, tengelypontját, az ordinátatengellyel való metszéspontját;
- ábrázolja a másodfokú függvény grafikonját;
- felírja a másodfokú függvényt tengelyponti (csúcsponti), általános és gyöktényezős alakban, és át tud váltani a különböző alakok között;
- megold másodfokú egyenleteket, különböző feladatokat, amelyek a másodfokú egyenletre vonatkoznak;
- kiszámítja a parabola és az egyenes metszéspontját és két parabola metszéspontját;

- megold szóveges feladatokat a másodfokú egyenlet alkalmazásával;
- megold másodfokú egyenlőtlenségeket;

Hatványfüggvény, polinom és racionális törtfüggvény

Hatványfüggvény
Valós együtthatós polinomok
A polinom zérushelyei (gyökei)
Horner-séma
A polinom grafikonja
Magasabb fokú egyenletek és egyenlőtlenségek
Racionális törtfüggvények
A racionális törtfüggvények grafikonja
Racionális egyenletek és egyenlőtlenségek

- ábrázolja természetes és egész kitevőjű hatványfüggvény grafikonját;
- szorzattá alakítja a polinomokat;
- kiszámítja a polinom gyökeit;
- alkalmazza a Horner-algoritmust;
- ábrázolja a polinom grafikonját;
- felírja a polinomfüggvény egyenletét megadott adatokból;
- megold $p(x) > 0$, $p(x) < 0$, $p(x) \geq 0$ és $p(x) \leq 0$ alakú egyenlőtlenségeket;
- felírja a gyököket, a pólusokat és a vízszintes aszimptotát;
- ábrázolja a racionális törtfüggvény grafikonját;
- megold racionális egyenleteket és egyenlőtlenségeket.

► Transzcendens függvények és egyenletek

Exponenciális függvény és logaritmushatvány

Exponenciális függvény
Az exponenciális függvény grafikonja
Exponenciális egyenlet
Logaritmus
Áttérés más alapra
Logaritmushatvány
A logaritmushatvány grafikonja
Logaritmikus egyenlet

A jelölt

- ábrázolja az exponenciális és a logaritmushatvány grafikonját;
- megold egyszerű exponenciális egyenleteket (közös alap, közös tényező kiemelése);
- ismeri és alkalmazza a logaritmus definícióját;
- alkalmazza a logaritmus azonosságait;
- megold egyszerű logaritmikus egyenleteket (zsebszámológéppel is);
- ismeri a tízes alapú és a természetes alapú logaritmust;

Szögfüggvények

A szinusz, a koszinusz és a tangens szögfüggvények
A szögfüggvények tulajdonságai
A szögfüggvények grafikonjai
Addíciós tételek

- ábrázolja a szinusz, a koszinusz és a tangens szögfüggvények grafikonját;
- felírja a zérushelyek, a maximumok és a minimumok abszcisszáit;
- alkalmazza az egyes szög, valamint a társ- és a pótszögek szögfüggvényei közti összefüggéseket;
- alkalmazza a szinusz, a koszinusz és a tangens szögfüggvények periódusosságát, páratlanságát, illetve párosságát, valamint az addíciós tételeket;
- kiszámítja két egyenes hajlásszögét.

► Sorozatok

Tartalom, fogalmak	Az ellenőrzés céljai
A sorozat definíciója A sorozatok tulajdonságai (növekedés, csökkenés, korlátosság) A sorozat grafikonja A számtani sorozat és a mértani sorozat A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összege	A jelölt • felsorolja a sorozat tulajdonságait (növekedés, csökkenés, korlátosság); • ábrázolja a sorozat grafikonját; • alkalmazza a számtani és a mértani sorozat definícióját; • kiszámítja a számtani és a mértani sorozat első n tagjának összegét; • felhasználja a mértani sorozatot különböző jelenségek modellezésére (pl. exponenciális növekedés, kamatos-kamatszámítás).

► Adatfeldolgozás (statisztika)

Tartalom, fogalmak	Az ellenőrzés céljai
Statisztikai alapfogalmak Az adatok rendezése és csoportosítása Az adatok szemléltetése Középértékek	A jelölt • alkalmazza a statisztikai alapfogalmakat (statisztikai sokaság, statisztikai egység, minta, statisztikai változó); • rendezi az adatokat; • alkalmazza az abszolút és a relatív frekvencia (gyakoriság) fogalmát; • grafikusan szemlélteti az adatokat (kördiagram, oszlopdiagram és vonaldiagram, hisztogram, dobozdiagram); • felírja a középértékeket (módusz, medián, számtani közép).

► Differenciálszámítás

Tartalom, fogalmak	Az ellenőrzés céljai
A függvény deriváltja A deriválás alkalmazása	A jelölt • alkalmazza az elemi és az összetett függvények deriválási szabályait; • vizsgálja a függvények tulajdonságait a derivált segítségével; • felírja a függvénygrafikon érintőjének egyenletét egy adott pontban; • megold egyszerű szélsőérték-feladatokat.

► Kombinatorika és valószínűségszámítás

Tartalom, fogalmak	Az ellenőrzés céljai
A kombinatorika alapjai A véletlen esemény (eset) valószínűsége	A jelölt • ismeri és alkalmazza a szorzatszabályt; • ismeri és alkalmazza a fadiagramot; • ismeri az ismétlés nélküli permutációkat, az ismétlés nélküli kombinációkat, az ismétlés nélküli variációkat és az ismétléses variációkat, és kiszámítja a számukat; • kiszámítja a véletlen esemény (eset) valószínűségét.

5 A SAJÁTOS NEVELÉSI IGÉNYŰ JELÖLTEKRE VONATKOZÓ ELJÁRÁSOK

Az érettségi vizsgáról szóló törvény és a Szakmai érettségi tantárgyi vizsgakatalógus *A sajátos nevelési igényű jelöltekre vonatkozó fejezete* értelmében, a sajátos nevelési igényű jelöltek részére, akiket hivatalos végzés alapján irányítottak az egyes képzési programokba, indokolt esetekben pedig más jelöltek számára is (sérülés, betegség esetén), figyelembe véve hiányosságuk, korlátaik, zavaruk fajtáját és fokát, módosítani kell a matematika érettségi vizsga lebonyolításának és tudásuk értékelésének módját.

6 MELLÉKLETEK

6.1 Matematikai jelek

► Halmazok

$\in$	eleme
$\notin$	nem eleme
$\{x_1, x_2, \dots\}$	az $x_1, x_2, \dots$ elemek halmaza
$\{x; \dots\}$	minden olyan x -ek halmaza, amelyekre ...
$\emptyset, \{\}$	üres halmaz
$\mathbb{N}$	a természetes számok halmaza
$\mathbb{N}_0$	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
$\mathbb{Z}$	az egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^+$	a pozitív egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^-$	a negatív egész számok halmaza
$\mathbb{Q}$	a racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^+$	a pozitív racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^-$	a negatív racionális számok halmaza
$\mathbb{R}, (-\infty, \infty)$	a valós számok halmaza
$\mathbb{R}^+, (0, \infty)$	a pozitív valós számok halmaza
$\mathbb{R}_0^+, [0, \infty)$	a nemnegatív valós számok halmaza
$\mathbb{R}^-, (-\infty, 0)$	a negatív valós számok halmaza
$\cup$	egyesítés, unió
$\cap$	metszet
$\setminus, -$	a halmazok különbsége
$[a, b]$	zárt intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$
$[a, b)$	intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$
$(a, b]$	intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$
(a, b)	nyílt intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$

► Relációk és műveletek

(a,b)	rendezett pár
$=$	egyenlő
$\neq$	nem egyenlő
$\doteq$	közelítőleg egyenlő
$<$	kisebb
$\leq$	kisebb vagy egyenlő
$>$	nagyobb
$\geq$	nagyobb vagy egyenlő
$+$	plusz
$-$	mínusz
$\cdot$	-szor, -szer, -ször
$:$	osztva
$a b$	a osztója b -nek
$D(a,b)$	az a és b szám legnagyobb közös osztója
$v(a,b)$	az a és b szám legkisebb közös többszöröse
Σ	összegezés (szumma) jele
$ a $	az a szám abszolút értéke

► Geometria

$d(A,B)$	az A és B pont távolsága
$ AB $	az AB szakasz hossza
$\sphericalangle$	szög
$\triangle$	háromszög
$\parallel$	párhuzamos
$\perp$	merőleges
$\cong$	egybevágó
$\sim$	hasonló
$A(x,y)$	az x és y koordinátájú A pont
S, p	terület
V	térfogat
P	felszín
R	a háromszög köré írt kör sugara
r	a háromszögbe írt kör sugara

► Függvények

f	f függvény
$f : A \rightarrow B$	az A halmazt a B halmazba leképező függvény (leképezés)
$x \mapsto f(x)$	az x elemhez $f(x)$ -t rendeljük
D_f	az f függvény értelmezési tartománya
Z_f	az f függvény értékkészlete
f'	az f függvény (első) deriváltja

► Adatfeldolgozás (statisztika)

$\bar{x}, \mu, M$	számtani közép
Mo	módusz
Me	medián
Q_1, Q_2, Q_3	első, második és harmadik quartilis

► Kombinatorika. Valószínűségszámítás.

P_n	n elem ismétlés nélküli permutációinak száma
$n!$	n faktoriális
V_n^r	n elem r -ed osztályú ismétléses nélküli variációinak száma
${}^{(p)}V_n^r$	n elem r -ed osztályú ismétléses variációinak száma
$\binom{n}{k}$	Binomális együttható (n alatt a k)
$C_n^r = \binom{n}{r}$	n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli kombinációinak száma
G	biztos esemény (eset)
N	lehetetlen esemény (eset)
$E_1, E_2, E_3, \dots$	elemi események (esetek)
A'	az A esemény (eset) ellentétes eseménye (esete)
$A \cup B$	az A és a B események (esetek) összege
$A \cap B, A \cdot B$	az A és a B események (esetek) szorzata
$A \setminus B$	az A és a B események (esetek) különbsége
$A \subset B$	az A esemény (eset) maga után vonja a B eseményt (esetet) (egy A eseménynek (esetnek) egy B esemény (eset) a következménye)
$P(A)$	az A esemény (eset) valószínűsége

6.2 A feladatlaphoz mellékelt képletek

1. A derékszögű koordináta-rendszer a síkban, a lineáris függvény

- Két pont távolsága a síkban: $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- Lineáris függvény: $f(x) = kx + n$
- Az egyenes irányítánszöve: $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- Az egyenes hajlásszöve: $k = \tan \varphi$
- Két egyenes hajlásszöve: $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 k_2} \right|$

2. Síkmértan (a síkidomok területét S -sel jelöltük)

- Háromszög: $S = \frac{cv_c}{2}$, $S = \frac{1}{2}ab \sin \gamma$, $S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- A háromszög köré írt kör sugara (R) és a háromszögbe írt kör sugara (r):
 $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- Egyenlő oldalú háromszög: $S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $v = \frac{a \sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a \sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a \sqrt{3}}{3}$
- Deltoid, rombusz: $S = \frac{ef}{2}$
- Rombusz: $S = a^2 \sin \alpha$
- Paralelogramma: $S = ab \sin \alpha$
- Trapéz: $S = \frac{a+c}{2} v$
- A körív hossza: $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- A körcikk területe: $S = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- Színusztétel: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- Koszínusztétel: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplap területe)

- Hasáb: $P = 2S + S_{pl}$, $V = Sv$
- Henger: $P = 2\pi r^2 + 2\pi r v$, $V = \pi r^2 v$
- Gúla: $P = S + S_{pl}$, $V = \frac{1}{3} Sv$
- Kúp: $P = \pi r^2 + \pi r s$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 v$
- Gömb: $P = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$

5. Másodfokú egyenlet és másodfokú függvény

- $ax^2 + bx + c = 0$
- Megoldások: $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$
- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- Tengelypont: $T(p, q)$, $p = -\frac{b}{2a}$, $q = -\frac{D}{4a}$
- $f(x) = a(x-p)^2 + q$
- $f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$
- $\log_a(xy) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$

7. Sorozatok

- Számtani sorozat:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- Mértani sorozat:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- Kamatokamat-számítás:** $G_n = G_0 r^n$, $r = 1 + \frac{p}{100}$

8. Adatfeldolgozás (statisztika)

- Számtani közép:**
$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$
$$\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$$

9. Derivált

- Néhány elemi függvény deriváltja**
 $f(x) = x^n$ $f'(x) = nx^{n-1}$
 $f(x) = \sin x$ $f'(x) = \cos x$
 $f(x) = \cos x$ $f'(x) = -\sin x$
 $f(x) = \tan x$ $f'(x) = \frac{1}{\cos^2 x}$
 $f(x) = \ln x$ $f'(x) = \frac{1}{x}$
 $f(x) = e^x$ $f'(x) = e^x$
- Deriválási szabályok**
 $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$
 $(f(x)g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$
 $(kf(x))' = kf'(x)$
 $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$
 $(f(g(x)))' = f'(g(x))g'(x)$

10. Kombinatorika és valószínűség számítás

- Ismétlés nélküli permutációk:** $P_n = n!$
- Ismétlés nélküli variációk:** $V_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$
- Ismétlés variációk:** ${}^{(p)}V_n^r = n^r$
- Ismétlés nélküli kombinációk:** $C_n^r = \frac{V_n^r}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- Az A véletlen esemény (eset) valószínűsége:**
$$P(A) = \frac{m}{n} = \frac{\text{kedvező események (esetek) száma}}{\text{az összes események (esetek) száma}}$$

6.3 A vizsgafeladatok mintái

Magyarázat: a (1*)-gal jelölt pont eljárási pont. A jelölt akkor kapja meg, ha felírta (alkalmazta) a helyes eljárást, de hiba vagy hibás adatok miatt az eredmény nem helyes.

A feladatlapokba szlovénul és magyarul vannak a feladatok.

SZÁMHALMAZOK

1. Egyszerűsítse a kifejezést:

$$\left(1 - (x+1)^{-1}\right) \cdot \frac{x^2 - x - 2}{x^2}$$

(4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	2	♦ A zárójelekben levő kifejezés egyszerűsítése: $\frac{x}{x+1}$	1* + 1
	1	♦ A kifejezés tényezőkre bontása, pl.: $x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$	
	1	♦ Megoldás: $\frac{x-2}{x}$	
Összesen	4		

2. Adottak a 75, 1024, 1782, 3240 és 5052 természetes számok. Keresse meg annak a két számnak a legnagyobb közös osztóját, amelyek oszthatók 5 -tel!

(4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2	1	♦ Annak megállapítása, hogy a 75 és a 3240 számok oszthatók 5 -tel	
	2	♦ A számok felírása prímszám alapú hatványok szorzataként: $75 = 3 \cdot 5^2$, $3240 = 2^3 \cdot 3^4 \cdot 5$	1 + 1*
	1	♦ Megoldás: $D(75, 3240) = 15$	
Összesen	4		

3. Az autó kiinduló ára először 20%-kal növekedett, majd 25%-kal csökkent. Számítsa ki az autó kiinduló árát, ha a végső ára 18090 euró!

(4 pont)

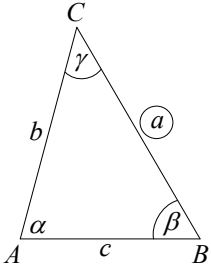
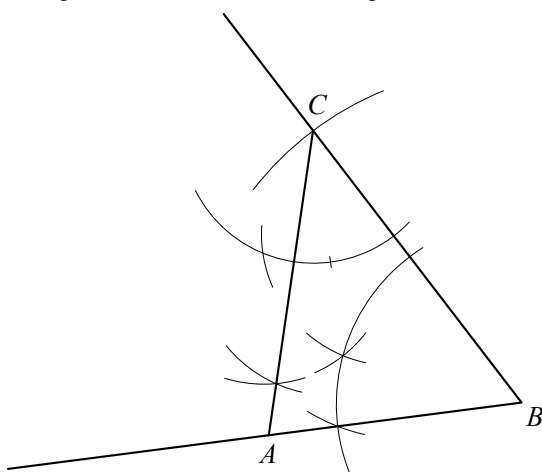
Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
3	3	♦ Az egyenlet felírása: $x \cdot 1,20 \cdot 0,75 = 18090$ euró	1* + 1 + 1
	1	♦ Megoldás: $x = 20100$ euró	
Összesen	4		

GEOMETRIA

Síkmértan

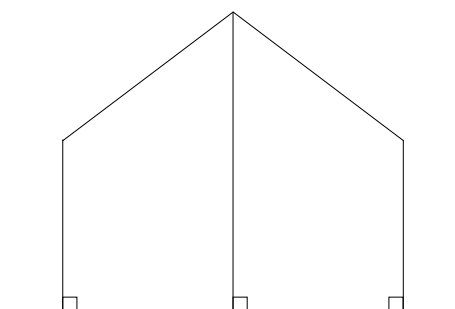
1. Szerkessze meg, és betűzze meg az ABC háromszöget az $a = 6 \text{ cm}$, $\beta = 60^\circ$ és $\gamma = 45^\circ$ adatokkal! Készítsen ábrát is!

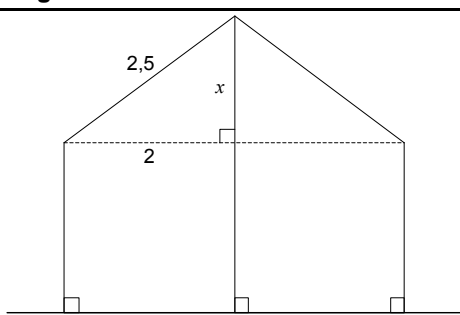
(4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	1	♦ Ábra 	
	1	♦ Az a oldal és az egyik szög megszerkesztése	
	1	♦ A másik szög megszerkesztése	
	1	♦ A megbetűzött ABC háromszög 	
Összesen	4		

2. Két függőleges 2 m magasságú bot 4 m távolságra áll egymástól. A botokhoz 5 m hosszú kötelet csatoltunk, a kötelet középen alátamasztjuk egy harmadik bottal úgy, hogy a kötel ki legyen feszítve (lásd az ábrát!). Számítsa ki a harmadik bot hosszúságát!

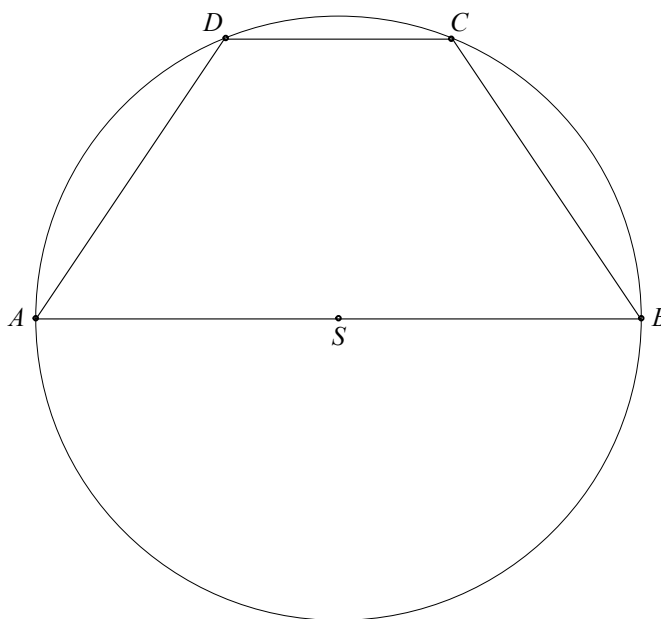
(4 pont)



Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2			
	2	♦ A Pitagorasz-tétel alkalmazása, pl.: $x^2 + 2^2 = 2,5^2$	1 + 1
	1	♦ Megoldás, pl.: $x = 1,5$ m	
	1	♦ A harmadik bot hosszúsága, pl.: $2 + 1,5 = 3,5$ m	
Összesen	4		

3. A körbe beírtuk az $ABCD$ trapézt, ennek a hosszabb alapja 8 cm, a rövidebb pedig 3 cm (lásd az ábrát!). Számítsa ki, mekkora a $\sphericalangle DSC$ szög!

(5 pont)



Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
3	2	♦ Annak megállapítása, hogy $r = SC = SD = 4$ cm	1 + 1
	2	♦ A megfelelő képlet alkalmazása a szög kiszámítására, pl.: $\cos \varphi = \frac{r^2 + r^2 - c^2}{2r^2}$	1* + 1
	1	♦ Megoldás, pl.: $\varphi \doteq 44,05^\circ$	
Összesen	5		

Területek

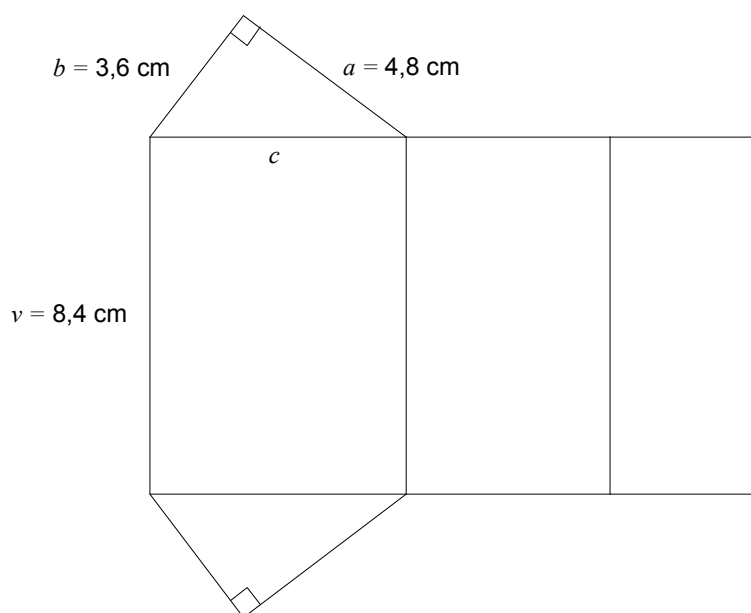
1. Az $ABCD$ paralelogrammában az oldal hossza $|AB| = a = 6$ cm, és a hozzá tartozó magasság $v_a = 4$ cm. Az A csúcsnál levő szög $\alpha = 60^\circ$. Számítsa ki a paralelogramma kerületét és területét!

(4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	2	♦ A paralelogramma oldalhosszának kiszámítása, pl.: $b = \frac{4}{\sin 60^\circ} \doteq 4,62 \text{ cm}$	1* + 1
	1	♦ A paralelogramma kiszámított kerülete, pl.: $o \doteq 21,24 \text{ cm}$	
	1	♦ A paralelogramma kiszámított területe, pl.: $S = 24 \text{ cm}^2$	
Összesen	4		

Felszínek és térfogatok

1. Az ábrán a háromoldalú egyenes hasáb hálójá látható.



- 1.1. Számítsa ki a hasáb alaplajának a kerületét!
- 1.2. Számítsa ki a hasáb felszínét és térfogatát! A felszínt írja fel mm^2 -ben!

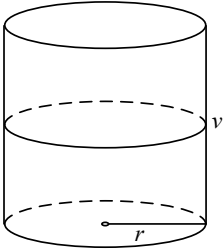
(4 pont)

(6 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1.1	1	♦ A Pitagorasz-tétel alkalmazása, pl.: $c^2 = 3,6^2 + 4,8^2$	
	1	♦ Megoldás, pl.: $c = 6$ cm	
	1	♦ A képlet alkalmazása, pl.: $o = a + b + c$	
	1	♦ Megoldás: $o = 14,4$ cm	
Összesen	4		

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1.2	2	♦ Az alaplap területének kiszámítása: $S_o = \frac{ab}{2} = 8,64 \text{ cm}^2$	1* + 1
	1	♦ A hasáb felszínének kiszámítása, pl.: $P = 2S_o + S_{pl} = 138,24 \text{ cm}^2$	
	1*	♦ Átváltás: $P = 13824 \text{ mm}^2$	
	2	♦ A hasáb térfogatának kiszámítása, pl.: $V = S_o v = 8,64 \cdot 8,4 = 72,576 \text{ cm}^3$	1* + 1
Összesen	6		

2. Egy egyenes henger alakú hordó térfogata 500 liter, és félig meg van töltve kőolajjal. A hordó függőleges helyzetében a kőolaj szintje 0,6 m-rel van a hordó alaplapja felett.
- 2.1. Rajzolja meg a henger ábráját, majd számítsa ki, hány centiméter az alaplap sugara! (7 pont)
- 2.2. Számítsa ki, hány cm^2 bádóg szükséges ahhoz, hogy ilyen hordót készíthessünk! (3 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2.1	1	♦ Ábra 	
	1	♦ A térfogat átváltása, pl.: $V = 500000 \text{ cm}^3$	
	2	♦ A magasság átalakítása és kiszámítása, pl.: $v = 120 \text{ cm}$	1* + 1
	1	♦ A képlet alkalmazása, pl.: $V = \pi r^2 v$	
	1*	♦ A sugár kiszámítása	
	1	♦ Megoldás, pl.: $r = 36,4 \text{ cm}$	
Összesen	7		

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2.2	2	♦ A képlet alkalmazása és a hordó felszínének kiszámításához szükséges adatok behelyettesítése: $P = 2\pi \cdot 36,4^2 + 2\pi \cdot 36,4 \cdot 120$	1* + 1
	1	♦ Megoldás: $P = 35778 \text{ cm}^2$	Minden olyan megoldást figyelembe veszünk, amely helyes kerekítéssel megkapható.
Összesen	3		

ALGEBRAI FÜGGVÉNYEK ÉS EGYENLETEK

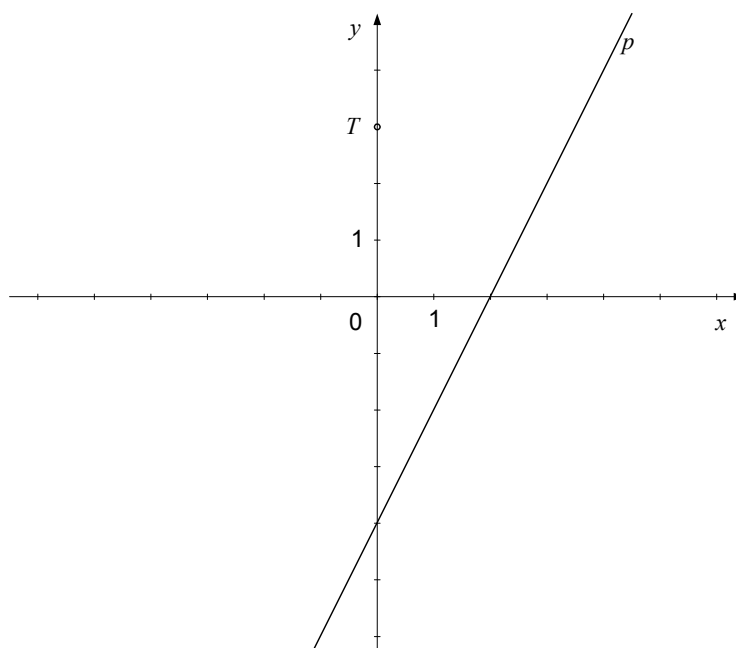
Lineáris függvény

1. Oldja meg az egyenletrendszert: $2x + 3y = 6$, $x - y = -7$!

(4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	1*	♦ az egyenletrendszer megfelelő megoldási eljárása	
	1	♦ egy egyenletig átalakítani az egyenletrendszert, pl.: $5x = -15$	
	2	♦ Megoldás: $x = -3$, $y = 4$	1 + 1
Összesen	4		

2. Írja fel annak az egyenesnek az egyenletét, amely párhuzamos a p egyenessel, és illeszkedik a T pontra!



(4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2	1	♦ A pont felírása: $T(0, 3)$	
	1	♦ a p egyenes irányítánszámjának felírása vagy alkalmazása, pl.: $k = 2$	
	1*	♦ Az egyenes egyenletének alkalmazása, pl.: $y = kx + n$	
	1	♦ Megoldás, pl.: $y = 2x + 3$	
Összesen	4		

3. Adott két egyenes egyenlete: $y = -x + 3$ és $y = \frac{1}{2}x - 3$.

- 3.1. Ábrázolja mindkét egyenest az adott koordináta-rendszerben!

(4 pont)

- 3.2. Számítsa ki a két egyenes metszéspontját, és írja le a metszéspont távolságát az y tengelytől!

(6 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
3.1			
	2	♦ Az $y = -x + 3$ egyenes megrajzolása	1 + 1
	2	♦ Az $y = \frac{1}{2}x - 3$ egyenes megrajzolása	1 + 1
	Összesen	4	

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
3.2	1	♦ Az $-x + 3 = \frac{1}{2}x - 3$ egyenlet felírása	
	1*	♦ Az egyenlet megoldási eljárása	
	1	♦ Az abszcissa kiszámítása: $x = 4$	
	1	♦ Az ordináta kiszámítása: $y = -1$	
	1	♦ A metszéspont felírása, pl.: $P = (4, -1)$	
	1	♦ A metszéspont távolsága az y tengelytől 4.	
Összesen	6		

Másodfokú függvény

1. Adott az $f(x) = x^2 - 3x - 4$ másodfokú függvény. Számítsa ki az f függvény grafikonjának a tengelypontját és a koordinátatengelyekkel való metszéspontjait!

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	2	♦ A tengelypont meghatározása, pl.: $T\left(\frac{3}{2}, -\frac{25}{4}\right)$	1 + 1
	2	♦ Az abszcisszatengellyel való metszéspontok, pl.: $P_1(-1, 0), P_2(4, 0)$	1 + 1
	1	♦ Az ordinátatengellyel való metszéspont meghatározása: $N(0, -4)$	
Összesen	5		

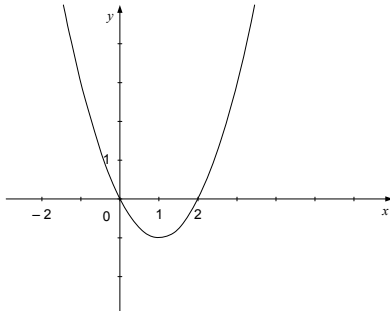
2. Adott két másodfokú függvény: $f(x) = -x^2 + 4$ és $g(x) = x^2 - 2x$.

2.1. Ábrázolja a g függvény grafikonját!

(4 pont)

2.2. Számítsa ki az f és g függvénygrafikonjai metszéspontjainak koordinátáit!

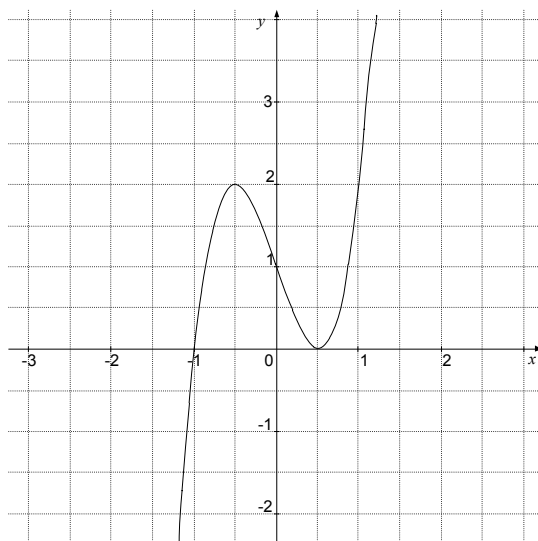
(6 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2.1	1	♦ a g függvény zérusainak felírása vagy alkalmazása pl.: $x_1 = 0, x_2 = 2$	
	1	♦ a g függvénygrafikon csúcspontjának felírása vagy alkalmazása, pl.: $T(1, -1)$	
	2	♦ a g függvény grafikonjának ábrázolása 	1 + 1
Összesen	4		

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2.2	1	♦ Az $-x^2 + 4 = x^2 - 2x$ egyenlet felírása	
	1*	♦ Az egyenlet megoldási eljárása	
	2	♦ Pl. az $x_1 = -1, x_2 = 2$ abszcisszák kiszámítása	1 + 1
	2	♦ Pl. az $y_1 = 3, y_2 = 0$ ordináták kiszámítása	1 + 1
Összesen	6		

Hatványfüggvény, polinom és racionális törtfüggvény

1. Az ábrán egy harmadfokú polinom grafikonja látható. Írja fel a gyökeket és ezek fokát, valamint azt az intervallumot, amelyen a polinom értékei negatívak!



(6 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	2	♦ Az első gyök felírása: $x = -1$ (elsőfokú)	1 + 1
	2	♦ A második gyök felírása: $x = \frac{1}{2}$ (másodfokú)	1 + 1
	2	♦ A polinom negatív értékeinek intervalluma $(-\infty, -1)$	1 + 1 Az intervallum helyes végpontjainak felírása 1 pont, helyes zárójelek 1 pont.
Összesen	6		

2. Adott az $f(x) = \frac{x-1}{x^2-x-2}$ függvény.

2.1. Számítsa ki az f függvény zérushelyét és pólusait! Írja fel a vízszintes aszimptotáját és az f függvény metszéspontját az ordinátatengellyel! Írja fel az f függvény értelmezési tartományát!

(7 pont)

2.2. Ábrázolja az f függvény grafikonját!

(3 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2.1	1	♦ a zérushely kiszámítása, pl.: $x = 1$	
	2	♦ a pólusok kiszámítása, pl.: $x_1 = -1, x_2 = 2$	1 + 1
	1	♦ a vízszintes aszimptota egyenlete, pl.: $y = 0$	
	1	♦ a grafikon és az ordinátatengely metszéspontja, pl.: $N\left(0, \frac{1}{2}\right)$	
	2	♦ az f függvény értelmezési tartománya, pl.: $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$	1 + 1
Összesen	7		

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2.2	3	♦ az f függvény grafikonjának ábrázolása	1 + 1 + 1

TRANSZCENDENS FÜGGVÉNYEK ÉS EGYENLETEK

Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény

1. Oldja meg a $2 \cdot \log(x-3) = \log 1$ egyenletet!

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	1	♦ a logaritmus jellegzetességének figyelembevétele: $\log(x-3)^2 = \log 1$	
	1	♦ az egyenlet felírása: $(x-3)^2 = 1$	
	1*	♦ a másodfokú egyenlet megoldási eljárása	
	1	♦ a másodfokú egyenlet megoldásai, pl.: $x_1 = 4$, $x_2 = 2$	
	1	♦ megállapítás, miszerint az $x_2 = 2$ nem megoldása a logaritmusos egyenletnek	
Összesen	5		

2. Oldja meg az egyenleteket: $4^{1-2x} = \frac{1}{64}$

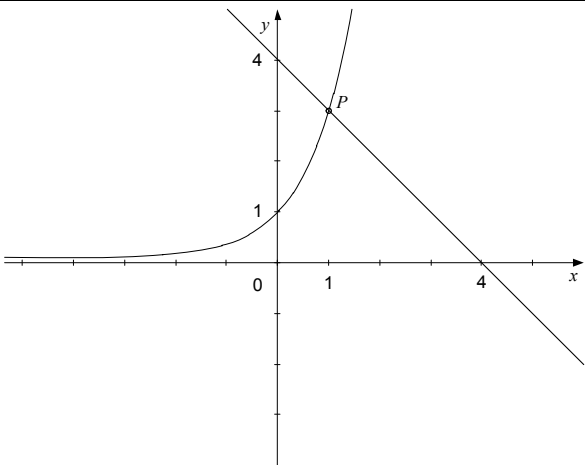
$$\log_4 x = -\frac{1}{2}!$$

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2	1	♦ Az egyenlet átalakítása, pl.: $4^{1-2x} = 4^{-3}$	
	1*	♦ Az egyenlet felírása (a hatványkitevők kiegyenlítése): $1-2x = -3$	
	1	♦ Megoldás: $x = 2$	
	1	♦ Az egyenlet átalakítása: $4^{-\frac{1}{2}} = x$	
	1	♦ Megoldás: $x = \frac{1}{2}$	
Összesen	5		

3. Adott az $f(x) = 3^x$ és $g(x) = -x + 4$ függvény. Ábrázolja az adott koordináta-rendszerben mindkét függvény grafikonját! A képről olvassa le a metszéspontjuk koordinátáit! Ellenőrizze számítással, hogy a leolvasott metszéspont mindkét függvény grafikonjára illeszkedik-e!

(6 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
3			
	2	♦ Az exponenciális függvény grafikonjának megrajzolása	1 + 1
	2	♦ Az egyenes megrajzolása	1 + 1
	1	♦ A metszéspont leolvasása: $P(1, 3)$	
	1	♦ Kiszámítás, pl.: $f(1) = g(1) = 3$	
Összesen	6		

Szögfüggvények

1. Kösse össze a két kifejezést úgy, hogy egyenlő értékűek legyenek tetszőleges x -re!

$\sin(-x)$	$\sin x$
$\cos(x + 360^\circ)$	$\sin^2 x$
$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$	$-\sin x$
$\cos(x - \pi)$	$-\cos x$
$1 - \cos^2 x$	$\cos x$

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	1	♦ $\sin(-x) = -\sin x$ összekötése	
	1	♦ $\cos(x + 360^\circ) = \cos x$ összekötése	
	1	♦ $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ összekötése	
	1	♦ $\cos(x - \pi) = -\cos x$ összekötése	
	1	♦ $1 - \cos^2 x = \sin^2 x$ összekötése	
Összesen	5		

SOROZATOK

1. Mihály kavicsból halmokat formázott. Az első három halmot az ábra mutatja. Hány kavics kellene a 13. halomhoz, ha ez az előbbi 12-vel együtt egy számtani sorozatot alkotna?

(5 pont)

1. halom



2. halom



3. halom



Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	1	♦ Az első három tag felírása: $a_1 = 2$, $a_2 = 6$, $a_3 = 10$	
	1	♦ Kiszámítás: $d = 4$	
	1	♦ A képlet alkalmazása: $a_{13} = a_1 + (13 - 1) \cdot d$	
	1	♦ Megoldás: $a_{13} = 50$	
	1	♦ Válasz, pl.: A 13. halomhoz 50 kavicsra lenne szüksége.	
Összesen	5		

2. Számítsa ki az x -et úgy, hogy az x , $x + 3$ és $x + 5$ egy végtelen mértani sorozat első három tagja legyen! Számítsa ki az adott sorozat első négy tagjának összegét!

(6 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2	1	♦ Az egyenlet felírása, pl.: $\frac{x+3}{x} = \frac{x+5}{x+3}$	
	1	♦ a törtek kiküszöbölése, pl.: $(x+3)(x+3) = x(x+5)$	
	1	♦ a zárójelek felbontása, pl.: $x^2 + 6x + 9 = x^2 + 5x$	
	1	♦ Megoldás: $x = -9$	
	2	♦ A sorozat első négy tagjának az összege, pl.: $s_4 = -9 - 9 - 9 - 9 = -36$	$1^* + 1$
Összesen	6		

3. Az A és a B bolt januárban egyenként 250 kg citromot adott el. A következő hónapokban az A bolt mindegyik hónapban 15 kg citrommal kevesebbet adott el, mint az előző hónapban, a B bolt pedig 6%-kal kevesebbet, mint az előző hónapban.

- 3.1. Számítsa ki, hány kilogramm citromot adtak el az egyes boltok júniusban!

(5 pont)

- 3.2. Hány százalékkal volt az A bolt forgalma júniusban kisebb, mint áprilisban?

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
3.1	2	♦ Az A bolt forgalma júniusban: $250 - 5 \cdot 15 = 175$ kg	1 + 1
	3	♦ A B bolt forgalma júniusban: $250 \cdot (1 - 0.06)^5 = 250 \cdot 0.94^5 \doteq 183$ kg	1 + 1 + 1
Összesen	5		

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
3.2	2	♦ Az A bolt forgalma áprilisban: $250 - 3 \cdot 15 = 205$ kg	1 + 1
	2	♦ A százalék felírása és kiszámítása, pl.: $\frac{205 - 175}{205} \doteq 0,146 \doteq 15\%$	1* + 1
	1	♦ Válasz, pl.: Körülbelül 15%-kal .	
Összesen	5		

ADATFELDOLGOZÁS (STATISZTIKA)

1. Egy osztályban megmérték a fiúk és a lányok magasságát. A mérés eredményeit beírták a táblázatba:

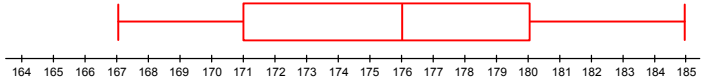
Magasság cm-ben	Nem
162	N
163	N
164	N
165	N
165	N
167	F
169	N
170	F
171	F
171	F
172	N
175	F
176	F
178	F
178	F
179	N
180	F
180	F
181	F
185	F

- 1.1. Számítsa ki a fiúk magasságának első három quartilisét, és az adatokat mutassa be dobozdiagrammal!

(5 pont)

- 1.2. Számítsa ki, hány cm-rel különbözik a fiúk átlagos magassága a lányok átlagos magasságától!

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1.1	1	♦ a fiúk magasságának felhasználása	
	1*	♦ az első quartilis kiszámítása, pl.: $Q_1 = 171$	
	1*	♦ a második quartilis, azaz a medián kiszámítása, pl.: $Q_2 = Me = 176$	
	1*	♦ az harmadik quartilis kiszámítása, pl.: $Q_3 = 180$	
	1	♦ ábrázolás dobozdiagrammal 	
Skupaj	5		

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1.2	2	♦ A lányok átlagmagasságának kiszámítása, pl. $M_{\bar{z}} = \frac{1339}{8} = 167,375 \text{ cm}$	1 + 1
	2	♦ A fiúk átlagmagasságának kiszámítása, pl. $M_M = \frac{2112}{12} = 176 \text{ cm}$	1 + 1
	1	♦ A különbség kiszámítása, pl.: $R = M_M - M_{\bar{z}} = 8,625 \text{ cm}$	
Összesen	5		

DERIVÁLT

1. Számítsa ki az $f(x) = 2\sin x + 3\cos x - 2$ és a $g(x) = \ln(4x^2)$ függvény deriváltját!

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	3	♦ az f függvény deriváltjának kiszámítása, pl.: $f'(x) = 2\cos x - 3\sin x$	1 + 1 + 1
	2	♦ az g függvény deriváltjának kiszámítása, pl.: $g'(x) = \frac{1}{4x^2} \cdot 8x = \frac{2}{x}$	1 + 1
Összesen	5		

2. Számítsa ki az $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 3$ és a $g(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ függvények deriváltját, majd hozza egyszerűbb alakra a kapott megoldásokat!

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2	2	♦ az f függvény deriváltjának kiszámítása, pl.: $f'(x) = \frac{1}{2} \cdot 2x - 4 = x - 4$	1 + 1
	3	♦ az g függvény deriváltjának kiszámítása, pl.: $g'(x) = \frac{2 \cdot (x+2) - (2x-1) \cdot 1}{(x+2)^2} = \frac{5}{(x+2)^2}$	1 + 1 + 1
Összesen	5		

3. Írja fel az $y = x^2 - 4x$ görbe érintőjét az $A(3, y_0)$ pontban!

(5 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
3	1	♦ Az A pont ordinátájának kiszámítása, pl.: $y_0 = 9 - 12 = -3$	
	1	♦ A derivált kiszámítása, pl.: $y' = 2x - 4$	
	1	♦ Az érintő iránytényezőjének kiszámítása, pl.: $k_t = 2$	
	2	♦ Az érintő egyenletének felírása: $y = 2x - 9$	1* + 1
Összesen	5		

4. Adott az $f(x) = x^3 - 3x + 2$ függvény.

4.1. Számítsa ki az f függvény zérushelyeit és a függvény 0 helyen felvett helyettesítési értékét!

(4 pont)

4.2. Számítsa ki az f függvény szélsőértégeit!

(6 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
4.1	1	♦ megállapítja a polinom egy zérushelyét, pl.: $x_1 = 1$	
	1*	♦ a másik két zérushely számítási eljárása	
	1	♦ a másik két zérushely leírása: $x_2 = 1, x_3 = -2$	
	1	♦ a 0 helyen felvett helyettesítési érték kiszámítása, pl.: $f(0) = 2$	
Összesen	4		

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
4.2	1	♦ A derivált kiszámítása: $f'(x) = 3x^2 - 3$	
	1*	♦ A másodfokú $f'(x) = 0$ egyenlet megoldási eljárása	
	2	♦ A stacionárius pontok kiszámítása: $x_1 = 1, x_2 = -1$	1 + 1
	2	♦ A szélsőértékek felírása, pl.: $E_1(1, 0), E_2(-1, 4)$	1 + 1
Összesen	6		

KOMBINATORIKA ÉS A VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS

1. 5 matematikus és 3 fizikus közül ki kell választanunk egy háromtagú szakbizottságot, amelyben két matematikus és egy fizikus lesz. Számítsa ki, hány módon lehet összeállítani a bizottságot, ha nincsen más feltétel!

(4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	2	♦ Felírás, pl.: $\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{1}$	1 + 1
	1*	♦ Kiszámítás, pl.: $\binom{5}{2} = 10$, $\binom{3}{1} = 3$	
	1	♦ Megoldás: 30	
Összesen	4		

2. A skatulyában piros, kék, fehér és zöld golyócska volt. Tünde vakon egymás után kivette ezeket a skatulyából. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy sorban kivette a zöld, a kék, a fehér és a piros golyócskát!

(4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
2		1. módszer:	
	1	♦ Az összes eset száma: $n = 4! = 24$	
	1	♦ A kedvező eset száma: $m = 1$	
	2	♦ A képlet alkalmazása és kiszámítás: $P(A) = \frac{m}{n} = \frac{1}{4!} \doteq 0,042$	1* + 1
		2. módszer:	
	1	♦ Annak a valószínűségnek figyelembevétele, hogy n golyócska közt pontosan meghatározott színű golyót veszünk ki, egyenlő $\frac{1}{n}$	
Összesen	3	♦ Kiszámítás: $P(A) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{1}{24} \doteq 0,042$	1* + 1 + 1
	4		

6.4 Útmutató az írásbeli vizsga feladatainak értékeléséhez

Az útmutató néhány általános utasítást szeretne nyújtani a matematika szakmai írásbeli érettségi vizsga feladatainak pontozásához. Ezek az általános utasítások nem kötődnek egyes feladatokhoz vagy a feladatok tartalmazta tananyaghoz, az adott megoldókulcsban pedig nem jelennek meg külön követelmények a keletkezett problémával kapcsolatban.

Az útmutató az értékelők és a jelöltek részére készült.

► Alapszabály

Az a jelölt, aki bármilyen helyes módon eljutott a helyes megoldásig (akkor is, ha a megoldókulcs ezzel a módszerrel nem számolt), maximális pontszámot kap.

Helyes módszernek számít minden eljárás, amely:

- értelmesen figyelembe veszi a feladat szövegét,
- a probléma megoldásához vezet,
- matematikai szempontból helyes és teljes.

Az alapszabály nem érvényes azoknál a feladatoknál, amelyeknél a megoldási mód elő van írva, pl.: "Oldja meg grafikus módon!".

Ebben az esetben minden más módszer hibának, illetve nem teljes megoldásnak számít.

► Az eredmény és az eljárás helyessége

Azokban a feladatokban, amelyekben az utasítás "Számítsa ki pontosan!" vagy "Az eredmény legyen pontos!", a számokat pontosan kell felírni, tehát analitikus alakban, pl.: π , e , $\ln 2$, $\sqrt[3]{5}$... Az összes részeredményt is pontosan kell megadni. A végeredményeket megfelelően egyszerűsíteni kell: a törteket és a törtes kifejezéseket redukált alakban, a gyökökből ki kell emelni a gyökjel elé, amit lehet, az egynemű tagokat össze kell adni.

Azokban a feladatokban, amelyekben követelmény a pontosság (pl.: "Számítsa ki két tizedesjegyre!"), a végeredményt az előírt pontossággal és megfelelően kerekítve kell felírni. A részeredményeket nagyobb pontossággal kell kiszámítani (igyekezzünk pontosan számítani, ha lehet), különben megtörténhet, hogy a végeredmény nem lesz elég pontos.

Egyes feladatokat megoldhatunk számítással és grafikus módon is. Mivel a grafikus módszer általában nem pontos, inkább ne alkalmazzuk! Csak azoknál a feladatoknál vegyük megfelelőként figyelembe, amelyek ezt a módszert kimondottan előírják. Ha egy egyszerű eredmény a grafikonról leolvasható, számítással bizonyítsuk helyességét.

Ha a feladat szövege kérdés formájú (a végén "?" van), a válasz teljes mondatot követel.

Ha a jelölt a megoldásban az eljárást vagy annak egy részét áthúzta, az áthúzottat nem pontozzuk.

Ha az adatok közt mértékegységek is szerepelnek, pl. cm, kg, EUR ..., akkor a végeredményeknek is tartalmazniuk kell ezeket. Konkrét egység használata csak akkor kötelező, amikor ez kimondottan elő van írva, különben bármelyik értelmes egység elfogadható. Ha a jelölt az ilyen feladatban a mértékegységet nem írja fel, az eredményért nem kap pontot.

A szöveket a mértani feladatokban (két egyenes hajlásszöge, a háromszög szöge ...) fokokban és századfokokban, vagy fokokban és percekben fejezzük ki.

► A függvények grafikonjai

Ha a koordináta-rendszer már adva van, akkor azt vesszük figyelembe – nem változtatjuk az egységeket, nem toljuk el a tengelyeket. Ha magunk rajzolunk koordináta-rendszert, kötelező megjelölnünk a tengelyeket, valamint minden tengelyen az egységeket. Általában mindkét tengelyen egyenlő nagyságú egységeket válasszunk!

A koordináta-rendszer meghatározza a grafikonok rajzolásának határait. A grafikont meg kell rajzolni a koordináta-rendszer végéig (ha a függvény odáig van értelmezve).

A szinusz- és a koszinuszfüggvények esetében figyelembe kell venni a szélsőértékeket (extrémumokat).

A grafikon az adott függvénynek esztétikai szempontból is feleljen meg: szabályos körívek, a konkáv, illetve konvex grafikon figyelembevétele, viselkedés a jellegzetes pontok környezetében (zérushelyek, pólusok, a koordinátatengelyekkel való metszéspontok ...).

► Ábrák

Az ábrán fel kell tüntetni minden olyan mennyiséget, amelyek adatként szerepelnek a feladatban. A mértani síkidomoknál és testeknél az oldalak, csúcsok, élek jelölésekor az általános megállapodásoknak megfelelően járjunk el.

Az ábra feleljen meg az általa ábrázolt idom vagy test főbb jellemzőinek. A kiszámított mennyiségek jelölései egyezzenek meg az ábra jelöléseivel.

► Szerkesztési feladatok

A szerkesztési feladatokat körzővel és vonalzóval oldjuk meg.

Mindig meg kell szerkeszteni az összes (nem egybevágó) megoldást, amelyet az adatok meghatároznak. Ezekben a feladatokban legelőször ábrát készítsünk. Az ábrán levő jelölések egyezzenek meg a képen levő jelölésekkel. Ha a síkidom fekvése nincs megadva, a szerkesztést tetszőleges kezdőpontban kezdhetjük tetszőleges irányban, ügyelve arra, hogy a teljes szerkesztés kiferjen a feladatlapra.

A nehezebb szerkesztési feladatoknál szavakkal is írjuk le a szerkesztési eljárást!

► Botlások, hibák és súlyos hibák (utasítás az értékelőknek)

Botlásnak a figyelmetlenség okozta hibát tekintjük, pl. az adatok másolásakor, a részeredmények másolásakor ejtett hibák.

Hibának tekintjük a számtani művelet hibás eredményét, pl.: $3 \cdot 7 = 18$ (de pl. a $2^3 = 6$ nem), a szerkesztésnél vagy a függvénygrafikonok megrajzolásánál való pontatlanságot (pl.: a vonal meredeksége, görbeség ...).

Súlyos hiba az a hiba, amely a szabályok és törvények nem ismerése miatt következett be, pl.:

$$2^3 = 6, \quad \frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5}{8}, \quad \log x + \log 3 = \log(x+3), \quad \sqrt{16-x^2} = 4-x.$$

Ha a feladat n pontot ér, akkor a következő módon járunk el:

- Botlás vagy hiba esetén 1 pontot levonunk.
- Ha a súlyos hiba a megoldási eljárás elején van, a feladatot 0 ponttal értékeljük, egyébként a súlyos hibáig értékeljük (ha lehetségesek a részpontok).
- Az összetett feladatok mindegyik részében külön-külön figyelembe vesszük mindkét fenti szabályt.

6.5 Szóbeli vizsga

A szakmai, ill. a mindennapi életből vett szituációkat és a kérdéseket az iskola tanárai állítják össze a *Tantárgyi vizsgakatalógus* alapján. A jelölt kapjon felkészülésképpen legalább nyolc szituációt, mindegyiknél legyen legalább hat kérdéscsoport. Minden kérdéscsoport tartalmaz egy kérdést, amely az adott szituációból indul ki, és egy elméleti kérdést, amely értelemszerűen kapcsolódik az adott tanegység kérdéséhez. Minden vizsgalapon van egy szituáció és három kérdéscsoport. A kérdések különböző matematikai tudásokat és célokat öleljenek fel a *Tantárgyi vizsgakatalógus* különböző témaköreiből.

► Minta szituációra és kérdéscsoportokra

ÉVFORDULÓ

Tone a saját évfordulója alkalmából ünnepséget szervezett, amelyre meghívta a barátait és rokonait.

1. Tone az ünnepség szervezése közben két ajánlat közül választhatott.

	»Pri lipi« étterem	»Pri hrastu« étterem
A menü ára	25 EUR	24 EUR
A menü ára 50 fő fölött	23 EUR	20 EUR
Zene	300 EUR	400 EUR

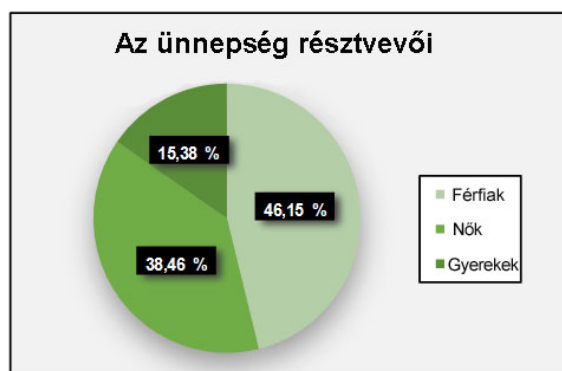
Melyik étterem ajánlata kedvezőbb 45, és melyik 55 vendég esetén?

Írja le a természetes számok halmazának jellemzőit, és sorolja fel a természetes számok halmazán értelmezett számtani műveleteket!

2. Tone az ünnepség költségeinek fedezésére az évforduló előtt három évvel 3000 EUR-t kötött le a bankban. A bank a lekötött összegekre 1,4%-os évi kamatlábat alkalmaz, éves kamatjáváírással és kamatos kamatozással.
- Mennyi pénze lesz Tonernek a bankban három év elteltével?
 - A kamatok elegendőek lesznek-e a zenész kifizetésére, ha a fellépési díja 400 EUR?

Írja le a kamatos kamatozást!

3. Tone évfordulójának megünneplésére 52 vendég jött el. A vendégek eloszlását a kördiagram szemlélteti.



Számítsa ki, hány férfi, hány nő és hány gyerek vett részt az ünnepségen! Készítsen táblázatot!

Írja le az alap, a részesedés és a relatív részesedés közti összefüggést! Mi a százalék?

4. Az ünnepségen nyolc gyerek is részt vett. Játék közben sorbaálltak a legkisebbtől a legnagyobbig. A legmagasabb 138 cm magas volt, mindegyik következő pedig 4 cm-rel alacsonyabb az előzőnél. Milyen magas volt az ünnepség legalacsonyabb résztvevője?

Írja le a számítási sorozat jellegzetességeit! Írja le a számtani sorozat általános tagjának képletét!

5. Az ünnepségre kilenc tányér süteményt készítettek. Hét tányéron 24-24 szelet sütemény volt, kettőn pedig 15-15.
- Hány szelet sütemény volt a tányérokon?
 - Átrendezhetnék-e az összes szelet süteményt a kilenc tányérra úgy, hogy mindegyik tányéron egyenlő számú süteményszelet lenne?

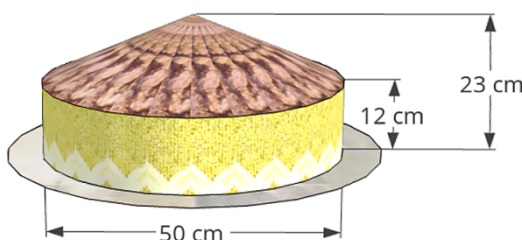
Írja le a természetes számok többszörösei és osztói jellegzetességeit!

6. Tíme a menü kiválasztásánál két előétel, három leves, négy főétel és két desszert közül választhatott.

Hány különböző menüt állíthat össze, ha egy előételt, egy levest, egy főételt és egy desszertet választ?

Írja le a szorzatszabályt! Mi a fadiagram?

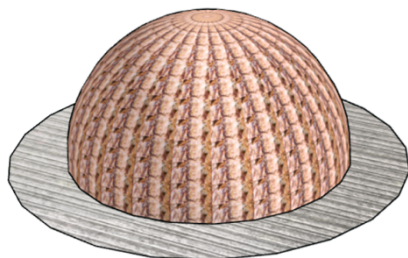
7. Desszertnek egy henger alakú édességet fognak felszolgálni, az alaplajának átmérője 50 cm, és egyenes körkúp alakú teteje van, az alaplajok fedik egymást, a kúp többi adata a képről leolvasható.



Számítsa ki a desszert térfogatát!

Írja le a henger és az egyenes körkúp jellegzetességeit!

8. Desszertnek egy félgömb alakú édességet fognak felszolgálni, amelynek sugara $r = 20$ cm (nézze meg a képet).



Számítsa ki a desszert térfogatát!

Írja le a félgömb jellegzetességeit! Adja meg a félgömb felszín- és térfogatképletét!

9. A desszerhez kávét is szolgálnak fel. A kávé hőmérsékletének változását a t idő függvényében a $T(t) = 80 \cdot 0,9^t$ hozzárendelési szabállyal megadott T függvény adja meg. A T hőmérsékletet Celsius-fokban mérjük, a t időt percekben. A T függvény segítségével becsülje meg:
- milyen hőmérsékletű a kávé a mérés elején ($t = 0$), és milyen lesz 10 perc elteltével,
 - hány perc elteltével lesz a kávé 20°C szobahőmérsékletű!

A feladatot a megengedett technológiai eszközök segítségével oldja meg!

Írja le az exponenciális függvény hozzárendelési szabályát, és mondja el az alapvető tulajdonságait!

10. A desszerhez kávét is szolgálnak fel. A táblázat a hőmérséklet változását mutatja be az idő függvényében. A T hőmérsékletet Celsius-fokban mérjük, a t időt percekben.

t idő (min)	A kávé hőmérséklete ($^\circ\text{C}$)
0	80,0
1	72,0
2	64,8
3	58,3
4	52,5
5	48,2

Írja fel annak a $T(t)$ exponenciális függvénynek a hozzárendelési szabályát, amely megadja a kávé hőmérsékletét a t idő függvényében, majd a T függvény segítségével becsülje meg:

- milyen hőmérsékletű lesz a kávé 10 perc elteltével,
- hány perc elteltével lesz a kávé hőmérséklete 20°C !

A feladatot a megengedett technológiai eszközök segítségével oldja meg!

Írja le az exponenciális függvény hozzárendelési szabályát, és sorolja fel az alapvető tulajdonságait!

11. Az ünnepségen minden asztalon meggyújtottak egy-egy gyertyát. Az $f(t) = -0,2t + 13,5$ megadja a gyertya magasságát a t idő függvényében. A gyertya magasságát centiméterben mértük, az égés t idejét pedig percekben.

Az f függvény segítségével becsülje meg:

- mikor lesz a gyertya 5 cm magasságú,
- milyen magas volt a gyertya az égés elején, és azt, mikor fog teljesen leégni!

A feladatot a megengedett technológiai eszközök segítségével oldja meg!

Írja le, mi a lineáris függvény zérusa, és mi a 0 helyen felvett helyettesítési értéke!

12. Az ünnepségen minden asztalon meggyújtottak egy-egy 13,5 cm magas gyertyát. Az égés során a gyertya magassága a táblázatból kiolvasható módon változott. A gyertya magasságát centiméterben mértük, az égés t idejét pedig percekben.

t idő (min)	a gyertya magassága (cm)
0	13,5
2	13,2
4	12,6
6	12,2
8	12,0

Írja le annak a legmegfelelőbb $f(t)$ lineáris függvénynek a hozzárendelési szabályát, amely megadja a a gyertya magasságát a t égési idő függvényében!

Az f függvény segítségével becsülje meg:

- mikor lesz a gyertya 2 cm magasságú,
- mikor fog a gyertya teljesen leégni!

A feladatot a megengedett technológiai eszközök segítségével oldja meg!

Írja le, mi a lineáris függvény zérusa, és mi a 0 helyen felvett helyettesítési értéke!

1. vizsgalap

ÉVFORDULÓ

Tone a saját évfordulója alkalmából ünnepséget szervezett, amelyre meghívta a barátait és a rokonait.

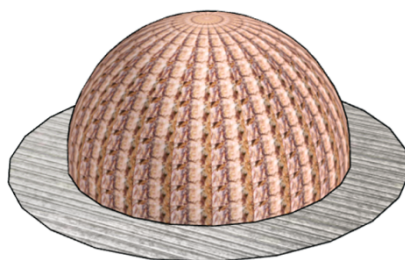
1. Tone az ünnepség szervezése közben két ajánlat közül választhatott.

	»Pri lipi« étterem	»Pri hrastu« étterem
A menü ára	25 EUR	24 EUR
A menü ára 50 fő fölött	23 EUR	20 EUR
Zene	300 EUR	400 EUR

Melyik étterem ajánlata kedvezőbb 45 és melyik 55 vendég esetén?

Írja le a természetes számok halmazának jellemzőit, és sorolja fel a természetes számok halmazán értelmezett számtani műveleteket!

2. Desszertnek egy félgömb alakú édességet fognak felszolgálni, amelynek sugara $r = 20$ cm (nézze meg a képet).



Számítsa ki a desszert térfogatát!

Írja le a félgömb jellegzetességeit! Adja meg a félgömb felszín- és térfogatképletét!

3. Az ünnepségen minden asztalon meggyújtottak egy-egy gyertyát. Az $f(t) = -0,2t + 13,5$ megadja a gyertya magasságát a t idő függvényében. A gyertya magasságát centiméterben mértük, az égés t idejét pedig percekben.

Az f függvény segítségével becsülje meg:

- mikor lesz a gyertya 5 cm magasságú,
- milyen magas volt a gyertya az égés elején, és azt, mikor fog teljesen leégni!

A feladatot a megengedett technológiai eszközök segítségével oldja meg!

Írja le, mi a lineáris függvény zérusa, és mi a 0 helyen felvett helyettesítési értéke!

2. vizsgalap

ÉVFORDULÓ

Tone a saját évfordulója alkalmából ünnepséget szervezett, amelyre meghívta a barátait és a rokonait.

1. Tone az ünnepség költségeinek fedezésére az évforduló előtt három évvel 3000 EUR-t kötött le a bankban. A bank a lekötött összegekre 1,4%-os évi kamatlábat alkalmaz, éves kamatjöváírással és kamatos kamatozással.
 - Mennyi pénze lesz Tonernek a bankban három év elteltével?
 - A kamatok elegendőek lesznek-e a zenész kifizetésére, ha fellépési díja 400 EUR?

Írja le a kamatos kamatozást!

2. Tone a menü kiválasztásánál két előétel, három leves, négy főétel és két desszert közül választhatott.

Hány különböző menüt állíthat össze, ha egy előételt, egy levest, egy főételt és egy desszertet választ?

Írja le a szorzatszabályt! Mi a fadiagram?

3. Az ünnepségen minden asztalon meggyújtottak egy-egy 13,5 cm magas gyertyát. Az égés során a gyertya magassága a táblázatból kiolvasható módon változott. A gyertya magasságát centiméterben mértük, az égés t idejét pedig percekben.

t idő (min)	a gyertya magassága (cm)
0	13,5
2	13,2
4	12,6
6	12,2
8	12,0

Írja le annak a legmegfelelőbb $f(t)$ lineáris függvénynek a hozzárendelési szabályát, amely megadja a a gyertya magasságát a t égési idő függvényében!

Az f függvény segítségével becsülje meg:

- mikor lesz a gyertya 2 cm magasságú,
- mikor fog a gyertya teljesen leégni!

A feladatot a megengedett technológiai eszközök segítségével oldja meg!

Írja le, mi a lineáris függvény zérusa, és mi a 0 helyen felvett helyettesítési értéke!

3. vizsgalap

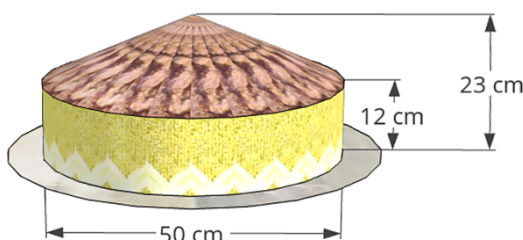
ÉVFORDULÓ

Tone a saját évfordulója alkalmából ünnepséget szervezett, amelyre meghívta a barátait és a rokonait.

1. Az ünnepségen nyolc gyerek is részt vett. Játék közben sorbaálltak a legkisebttől a legnagyobbig. A legmagasabb 138 cm magas volt, mindegyik következő pedig 4 cm-rel alacsonyabb az előzőnél. Milyen magas volt az ünnepség legalacsonyabb résztvevője?

Írja le a számítási sorozat jellegzetességeit! Írja le a számtani sorozat általános tagjának képletét!

2. Desszertnek egy henger alakú édességet fognak felszolgálni, az alaplajának átmérője 50 cm, és egyenes körkúp alakú teteje van, az alaplajok fedik egymást, a kúp többi adata a képről leolvasható.



Számítsa ki a desszert térfogatát!

Írja le a henger és az egyenes körkúp jellegzetességeit!

3. A desszerthez kávét is szolgálnak fel. A kávé hőmérsékletének változását a t idő függvényében a $T(t) = 80 \cdot 0,9^t$ hozzárendelési szabállyal megadott T függvény adja meg. A T hőmérsékletet Celsius-fokban mérjük, a t időt percekben. A T függvény segítségével becsülje meg:
 - milyen hőmérsékletű a kávé a mérés elején ($t = 0$), és milyen lesz 10 perc elteltével,
 - hány perc elteltével lesz a kávé 20°C szobahőmérsékletű!

A feladatot a megengedett technológiai eszközök segítségével oldja meg!

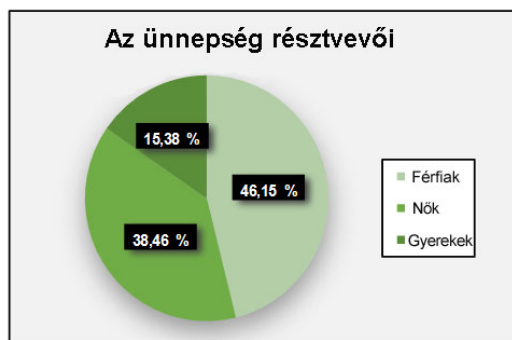
Írja le az exponenciális függvény hozzárendelési szabályát, és mondja el az alapvető tulajdonságait!

4. vizsgalap

ÉVFORDULÓ

Tone a saját évfordulója alkalmából ünnepséget szervezett, amelyre meghívta a barátait és a rokonait.

1. Tone évfordulójának megünneplésére 52 vendég jött el. A vendégek eloszlását a kördiagram szemlélteti.



Számítsa ki, hány férfi, hány nő és hány gyerek vett részt az ünnepségen! Készítsen táblázatot!

Írja le az alap, a részesedés és a relatív részesedés közti összefüggést! Mi a százalék?

2. Az ünnepségre kilenc tányér süteményt készítettek. Hét tányéron 24-24 szelet sütemény volt, kettőn pedig 15-15.
 - Hány szelet sütemény volt a tányérokon?
 - Átrendezhetnék-e az összes szelet süteményt a kilenc tányérra úgy, hogy mindegyik tányéron egyenlő számú süteményszelet lenne?

Írja le a természetes számok többszörösei és osztói jellegzetességeit!

3. A desszerthez kávét is szolgálnak fel. A táblázat a hőmérséklet változását mutatja be az idő függvényében. A T hőmérsékletet Celsius-fokban mérjük, a t időt percekben.

t idő (min)	A kávé hőmérséklete (°C)
0	80,0
1	72,0
2	64,8
3	58,3
4	52,5
5	48,2

Írja fel annak a $T(t)$ exponenciális függvénynek a hozzárendelési szabályát, amely megadja a kávé hőmérsékletét a t idő függvényében, majd a T függvény segítségével becsülje meg:

- milyen hőmérsékletű lesz a kávé 10 perc elteltével,
- hány perc elteltével lesz a kávé hőmérséklete 20 °C !

A feladatot a megengedett technológiai eszközök segítségével oldja meg!

Írja le az exponenciális függvény hozzárendelési szabályát, és sorolja fel az alapvető tulajdonságait!

► A szóbeli vizsga értékelése

A jelölt összesen 30 pontot kaphat a szóbeli vizsgán.

Ennél a következő kritériumokat vesszük figyelembe:

- a megfelelő matematikai nyelv alkalmazása a kommunikációban,
- a helyzetek összekapcsolása a matematikai fogalmakkal, eljárásokkal és stratégiákkal,
- az eljárások kiválasztása és ezek helyes kivitelezése,
- a diák absztrakt és szisztematikus elemzési szintje, a deduktív következtetés elemei,
- a technológiai segédeszközök megfelelő alkalmazása, legalább egy kérdéscsoportot úgy kell összeállítani, hogy a jelöltől elvárja a technológiai segédeszközök magasabb szintű használatát;
- a kiválasztott eljárások indokolása, a megoldás stratégiájának és helyességének indokolása.

7 AJÁNLOTT FORRÁSOK ÉS IRODALOM

Az érettségi vizsgára való felkészülésben a jelöltek a Szlovén Köztársaság Köznevelési Szaktanácsa által jóváhagyott tankönyveket és taneszközöket használják. A jóváhagyott tankönyvek és taneszközök jegyzéke a Középiskolai tankönyvkatalógusban található, amely a Szlovén Köztársaság Oktatási Intézete honlapján (www.zrss.si) olvasható.