Szakmai érettségi tantárgyi vizsgakatalógus

Matematika

■ POKLICNA MATURA

A tantárgyi vizsgakatalógus a 2009-es tavaszi vizsgaidőszaktól kezdve alkalmazható mindaddig, amíg új nem készül.

A katalógus érvényességét arra az évre, amelyben a jelölt érettségizik, a Szakmai érettségi tantárgyi vizsgakatalógus rögzíti.

Ljubljana 2007

TARTALOMJEGYZÉK

1. BEVEZETŐ

A tantárgyi vizsgakatalógus azoknak a jelölteknek készült, akik a szakmai érettségi vizsgán a matematikát fogják harmadik tantárgyként választani. Segít azoknak a matematikatanároknak is, akik a jelölteket felkészítik a szakmai érettségi vizsgára.

A szakmai érettségi vizsgakatalógus az 1998. évi középiskolai technikus, ill. szakmai 385 órás képzés tantárgyi vizsgakatalógusán, a 2007. évi középiskolai szakmai 383–408 órás képzés Matematika tudáskatalógusán, a 2007. évi középiskolai szaktechnikusi 206–242 órás képzés Matematika tudáskatalógusán, valamint A szakmai érettségi vizsgáról szóló törvényen és Az érettségi vizsgáról szóló törvényen (ZMat, Ur. List RS, št. 15/03) alapul.

A matematika vizsga írásbeli és szóbeli részből áll.

A katalógus leírja a vizsga céljait, a vizsga szerkezetét, valamint a vizsga értékelését és osztályozását is. A tananyagot taglaló fejezet két részből áll. A lapok bal oldalán azokat a témákat és fogalmakat találjuk, amelyek a tanterv által előírt és a vizsgán ellenőrzött tananyagot határozzák meg. A jobb oldalon pedig azokat a célokat találjuk, amelyeknek ismeretét ellenőrizzük.

A katalógus tartalmazza a matematikai jelek listáját és a képleteket is, amelyek segíthetnek a jelöltnek a vizsgánál. Megad néhány vizsgafeladat-mintát is a megfelelő megoldásokkal, pontozásokkal és az értékelési utasításokkal együtt. A végén a különleges bánásmódot igénylő jelöltekre vonatkozó eljárásokat sorolja fel.

A katalógusban külön ki vannak jelölve azok a szakaszok, amelyek a matematika szakmai érettségi vizsgára vonatkoznak azon jelöltelk számára, akiket a 2004. év utáni programokban fogadtak el.

2. A VIZSGA CÉLJAI

A vizsga felméri, hogyan képes a jelölt:

- a matematikai szövegeket olvasni, és az ilyen szöveget matematikai nyelvre fordítani,
- megérteni azokat az információkat, amelyek matematikai eszközökkel vannak kifejezve, és ezeket a megoldás keresésében alkalmazni,
- a matematikai terminológiát és szimbolikát alkalmazni,
- a matematikai feladatokat szisztematikusan, pontosan, önállóan, rendezetten felírni és megoldani,
- a matematikát mint kommunikációs eszközt alkalmazni,
- kimutatni a megértést, és alkalmazni a matematika alapvető fogalmait és a köztük lévő viszonyokat,
- megoldani a matematikai problémákat,
- kritikusan alkalmazni a megfelelő módot, valamint értelmezni és indokolni a megoldást,
- a matematikát alkalmazni a szak- és egyéb területeken,
- az engedélyezett eszközöket alkalmazni.

3. A VIZSGA SZERKEZETE ÉS ÉRTÉKELÉSE

3.1 A vizsga szerkezete

A matematika vizsga írásbeli és szóbeli részből áll. Az írásbeli rész egységes az összes jelölt számára, és a jelöltek Szlovénia-szerte ugyanabban az időben írják ezt meg. Az írásbeli és a szóbeli vizsga értékelése belső.

■ Írásbeli vizsga

A feladatlapot a matematika szakmai érettségi tantárgyi bizottsága állítja össze, ezen kívül elkészíti a moderált pontozót és az értékelési utasításokat is.

Feladatlap	Megoldási idő	A pontok száma	Összosztályzat része
1	**120 perc**	**70**	**70%**
1. rész		(40)	(40%)
2. rész		(30)	(30%)

Az írásbeli vizsgán **engedélyezett eszközök**: töltőtoll, ill. golyóstoll, ceruza, radír, grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetőségét kizáró numerikus zsebszámológép, körző, háromszög (geoháromszög), vonalzó, szögmérő és trigonir (360°-os szögmérő).

A feladatlap két oldal képletet is tartalmaz, amelyek segítenek a jelöltnek a feladatok megoldásában.

A jelöltek kötelesek a szerkesztési feladatok megoldásakor az alapvető geometriai eszközöket alkalmazni. A megoldás világosan és pontosan mutassa be az eredményhez vezető utat a részszámításokkal és a következtetésekkel együtt.

■ Szóbeli vizsga

A szóbeli vizsga kérdéseit és a lapokat az iskolában tanító tanárok állítják össze a tantárgyi vizsgakatalógus alapján.

	Megoldási idő	A pontok száma	Összosztályzat része
3 kérdés	**maximum 20 perc**	**30**	**30%**

A szóbeli vizsgán **engedélyezett eszközök**: töltőtoll, ill. golyóstoll, ceruza, radír, grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetősége nélküli numerikus zsebszámológép, körző, háromszög (geoháromszög), vonalzó, szögmérő és trigonir (360°-os szögmérő). A 2004. év után elfogadott programok jelöltjei használhatnak grafikus zsebszámológépet a numerikus zsebszámológép helyett.

A jelöltnek a szóbeli vizsgán joga van egy 20 perces felkészüléshez.

3.2 Feladatfajták és értékelésük

Vizsga	Feladatfajták	A feladatok értékelése
a feladatlap 1. része	9 rövidebb feladat	5 feladat 4 pontot ér, 4 feladat pedig 5 pontot
a feladatlap 2. része	3 összetett (választható) feladat, amelyekből a jelölt kettőt kiválaszt, és megoldja őket	minden feladat 15 pontot ér
Szóbeli vizsga	3 kérdés a kérdések listájából	minden kérdés 10 pontot ér
Szóbeli vizsga a 2004. után elfogadott programok jelöltjei számára.	Egy szakmai helyzet és olyan kérdések, amelyek ebből a helyzetből következnek, és lefedik a különböző matematikai ismereteket, valamint a különböző témakörök céljait.	A teljes helyzet a kérdésekkel együtt 30 pontot ér.

4. A VIZSGÁN ELLENŐRZÖTT TARTALMAK

TARTALMI EGYSÉGEK

- Számhalmazok
- Geometria
- Algebrai függvények és egyenletek
- Transzcendens függvények és egyenletek
- Sorozatok és kamatoskamat-számítás
- Statisztika (adatfeldolgozás csak a 2004. év után elfogadott programok számára)
- Differenciálszámítás (csak a 2004. év után elfogadott programok számára)
- A valószínűségszámítás alapjai (csak a 2004. év után elfogadott programok számára)

■ Számhalmazok

■ TARTALOM, FOGALMAK	■ CÉLOK
Természetes számok, egész számok, racionális számok és valós számok. Az alapműveletek tulajdonságai az egyes számhalmazokban. Oszthatóság az $\mathbb{N}$-ben és a $\mathbb{Z}$-ben. Természetes és egész kitevőjű hatványok. Prímszámok és összetett számok. Az oszthatóság kritériumai. Többszörösök és osztók.	▪ Műveletek végzése természetes, egész, racionális és valós számokkal, a számtani műveletek azonosságainak alkalmazása. ▪ A természetes és az egész számok többszörösének és osztójának meghatározása. ▪ Műveletek végzése természetes és egész kitevőjű hatványokkal, az azonosságok alkalmazása.
Kifejezések. Az egyenlőség és az egyenlőtlenség tulajdonságai. A maradékos osztás alaptétele. A legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös. Racionális számok és valós számok. Törtek. Rendezettség, egyenlőségek, egyenlőtlenségek és tulajdonságok. Felírás tizedes törttel. Arányok, részek, százalékok.	▪ Műveletek algebrai kifejezésekkel (a kéttagú algebrai kifejezés hatványozása, a négyzetek különbségének tényezőkre bontása, a köbök különbségének és összegének tényezőkre bontása, Vièta tételének alkalmazása). ▪ Az oszthatósági és a rendezettségi reláció ismerete. ▪ A maradékos osztás alaptételének ismerete és alkalmazása. ▪ A prímszámok és az összetett számok ismerete. ▪ Az adott szám felírása prímtényezők szorzataként. ▪ A legnagyobb közös osztó meghatározása. ▪ A legkisebb közös többszörös meghatározása. ▪ Annak megállapítása, hogy: osztható-e az adott szám 2-vel, 3-mal, 5-tel, 9-cel és 10-zel. ▪ Műveletek törtekkel és algebrai törtekkel. ▪ Racionális szám felírása tizedes törttel.

- A periodikus tizedes törtek felírása redukált tört alakban.
- A százalékszámítás alkalmazása.
- A rész, az alap és a relatív rész kiszámítása.
- A következtetési számítás alkalmazása.
- Valós számok bemutatása a számegyenesen (a valós tengely).

Számegyenes.

Irracionális számok.

Irracionális szám felírása tizedes tört alakban.

Rendezettség az $\mathbb{R}$-ben (a valós számok halmazában).

A négyzetgyök és a köbgyök.

Kerekítés.

A szám abszolút értéke és tulajdonságai.

Racionális kitevőjű hatványok.

- Kerekítés.
- Az eredmény megbecslése.
- Gyökvonás négyzet- és köbgyökkel.
- A részleges gyökvonás és a nevezők gyöktelenítése.
- Egyszerűbb abszolút értékes kifejezéseket tartalmazó egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása.
- Műveletek racionális kitevőjű hatványokkal.
- Műveletek gyökökkel.

■ Geometria

■ TARTALOM, FOGALMAK

Síkmértan

Alapvető mértani fogalmak.

Pontok és egyenesek a síkban és a köztük lévő kapcsolatok.

Távolság, szakasz, szakaszhordozó egyenes, a szakasz felezőmerőlegese, félegyenes, szög.

Háromszög, kör, sokszög.

A derékszögű háromszögre vonatkozó tételek.

Egybevágóság.

Hasonlóság.

■ CÉLOK

- Az egyenes, a félegyenes, a szakasz, a szakaszfelező merőleges, a szög, a kör és a körvonal, a körív, a szelő és az érintő ábrázolása.
- A háromszög típusainak megkülönböztetése az oldalak és a szögek szerint.
- A különböző szögtípusok ismerete (mellékes szögek, csúcsszögek, hegyesszögek, társszögek, …).
- Számítás szögekkel.
- A háromszögek egybevágósági definíciójának ismerete és alkalmazása.
- A háromszögek egybevágósági alaptételeinek alkalmazása.
- A szögmértékek egységeinek ismerete, valamint a fokok átváltása radiánba és fordítva.
- A háromszög, a paralelogramma és a trapéz tulajdonságainak alkalmazása a számítási és a szerkesztési feladatokban.
- A Pitagorasz-tétel alkalmazása.
- A síkidomok szerkesztése (szerkesztési feladatok).
- A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör rajzolása.

- A körérintő szerkesztése (a kör tetszőleges pontjában, a kör tetszőleges külső pontjából).
- Az átmérőn levő kerületi szög tulajdonságainak ismerete és alkalmazasa.
- A háromszögek hasonlósági definíciójának ismerete és alkalmazása.

Területek

A paralelogramma, a háromszög, a trapéz, a deltoid és a kör területe.

Szinusztétel.

Koszinusztétel.

- A területek mérésére szolgáló egységek ismerete.
- A paralelogramma, a háromszög, a trapéz, a deltoid, a kör és a körcikk területének kiszámítása.
- A szinusztétel alkalmazása.
- A koszinusztétel alkalmazása.
- A síkidom kerületének ismerete és kiszámítása, a körív hosszának kiszámítása.
- A síkidom köré és a síkidomba írt kör területének, oldalának, szögének, kerületének, magasságának, sugarának kiszámítása a megfelelő adatokból.

Felszínek és térfogatok

Az egyenes hasáb, a körhenger, a gúla, a körkúp és a gömb felszíne és térfogata.

- Az egyenes testek (hasáb, körhenger, gúla, körkúp) és a gömb tulajdonságainak ismerete és alkalmazása.
- Az adott test magasságának, oldalélének, alapélének, átlójának, palástjának, a tengelymetszet területének, a felszínének és a térfogatának kiszámítása a test megfelelő adataiból.
- A geometriai testek élei, ill. lapjai által bezárt szögek kiszámítása.

■ Algebrai függvények és egyenletek

■ TARTALOM, FOGALMAK

Lineáris függvény és lineáris egyenlet

A derékszögű koordináta-rendszer a síkban.

Ponthalmazok a síkban.

Két pont távolsága.

Az $x \mapsto kx + n$ lineáris függvény.

Az egyenes egyenlete.

Lineáris egyenlet és lineáris egyenlőtlenség.

Lineáris egyenletrendszer.

■ CÉLOK

- Egyszerű ponthalmazok szemléletetése a síkban.
- Két pont távolságának kiszámítása a síkban.
- A lineáris függvény grafikonjának ábrázolása.
- A k és az n konstansok jelentőségének ismerete.
- A függvény zérushelyének és kezdőértékének meghatározása.
- Az egyenesek egyenletének felírása explicit, implicit és tengelymetszetes alakban a síkban.
- Lineáris egyenletek megoldása.

- Lineáris egyenlőtlenségek megoldása.
- Két és három lineáris egyenlet egyenletrendszerének megoldása.
- Egy szöveges feladat és egy kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása a lineáris egyenlet segítségével.

Másodfokú függvény, hatványfüggvény és másodfokú egyenlet

A másodfokú függvény: $x \mapsto ax^2 + bx + c$

Diszkrimináns.

A másodfokú függvény tengelypontja, gyökei és grafikonja.

A másodfokú egyenlet.

A másodfokú függvény és egyenlet alkalmazása.

A másodfokú egyenlőtlenség.

- A másodfokú függvény felírása különböző adatok alapján.
- A másodfokú függvény tengelypontjának, gyökeinek, az ordinátatengellyel való metszéspontjának kiszámítása és grafikonjának ábrázolása.
- A másodfokú függvény felírása tengelyponti (csúcsponti), általános és gyöktényezős alakban, valamint az alakok közti átalakítások.
- A másodfokú egyenletek megoldása, különböző feladatok megoldása, amelyek a másodfokú egyenletre vonatkoznak.
- A parabola és az egyenes metszéspontjának kiszámítása, két parabola metszéspontjának kiszámítása.
- Szöveges feladatok megoldása a másodfokú egyenlet alkalmazásával.
- A másodfokú egyenlőtlenség megoldása.

Polinomok és racionális törtfüggvények

Hatványfüggvény.

Valós együtthatós polinomok.

A polinom zérushelyei (gyökei).

Horner-séma.

A polinom grafikonja.

Racionális törtfüggvények.

Racionális egyenletek és egyenlőtlenségek.

- Egész kitevőjű hatványfüggvény grafikonjainak ábrázolása.
- A polinom szorzattá alakítása.
- A polinom gyökeinek kiszámítása.
- A Horner-algoritmus alkalmazása.
- A polinom grafikonjának ábrazolása.
- A polinomfüggvény egyenletének felírása megadott adatokból.
- A $p(x) > 0, p(x) < 0, p(x) \geq 0$ és a $p(x) \leq 0$ egyenlőtlenségek megoldása.
- A racionális törtfüggvény definíciójának és egyenletének ismerete.
- A gyökök, a pólusok és a vízszintes aszimptota meghatározása.
- Az adott racionális törtfüggvény grafikonjának ábrázolása.
- Racionális egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása.

Transzcendens függvények és egyenletek

TARTALOM, FOGALMAK

Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény

Az exponenciális függvény: $f(x) = a^x, a > 0, a \neq 1$

Az exponenciális függvény tulajdonságai és grafikonja.

Exponenciális egyenlet.

Logaritmus.

Áttérés más alapra.

Logaritmusfüggvény.

A logaritmusfüggvény tulajdonságai és grafikonja.

Logaritmikus egyenlet.

CÉLOK

- Az exponenciális és a logaritmusfüggvény grafikonjának ábrázolása (eltolás és nyújtás nélkül).
- Egyszerű exponenciális függvényeket tartalmazó egyenletek megoldása (közös alap, közös tényező kiemelése).
- A logaritmus definíciójának elsajátítása.
- A logaritmus azonosságainak alkalmazása.
- Egyszerű logaritmikus egyenletek megoldása (zsebszámológéppel is).
- A zsebszámológép alkalmazása a más alapú logaritmusra való áttérés esetén.
- A tízes alapú és a természetes logaritmus ismerete.

TARTALOM, FOGALMAK

Szögfüggvények

A hegyesszögek szögfüggvényei.

A szögfüggvények definíciója:

$f(x) = \sin x$

$f(x) = \cos x$

$f(x) = \tan x$

A szögfüggvények tulajdonságai.

Addiciós tételek.

A szögfüggvények grafikonjai.

CÉLOK

- A hegyesszög szögfüggvényei definícióinak ismerete és alkalmazása.
- Az $f(x) = A\sin ax, f(x) = A\cos ax$ és az $f(x) = \tan x$ függvények grafikonjainak ábrázolása.
- A zérushelyek, a maximumok és a minimumok abszcisszáinak kiszámítása.
- Az egyes szög, valamint a társ- és a pótszögek szögfüggvényei közti összefüggések alkalmazása.
- A szinusz, koszinusz és tangens szögfüggvények periódusosságának, páratlanságának és párosságának alkalmazása, valamint az addiciós tételek alkalmazása.
- Két egyenes hajlásszögének kiszámítása.

Sorozatok

TARTALOM, FOGALMAK

Az $f : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ sorozat definíciója.

A sorozatok tulajdonságai (növekedés, csökkenés (fogyás), korlátozottság).

A számtani sorozat és a mértani sorozat.

A számtani és a mértani sorozat első n tagjának összege.

CÉLOK

- Az adott sorozat tulajdonságainak meghatározása (növekedés, csökkenés (fogyás), korlátozottság)
- A sorozat grafikonjának ábrázolása.
- A számtani és a mértani sorozat definíciójának elsajátítása.
- A számtani sorozat első n tagja összegének kiszámítása.

Kamatszámítás és kamatoskamat-számítás.	▪ A mértani sorozat első n tagja összegének kiszámítása. ▪ A kamatszámítás és a kamatoskamat-számítás ismerete és megkülönböztetése. ▪ A tőke végső értékének és a kamatozás idejének kiszámítása.

■ Statisztika

■ TARTALOM, FOGALMAK	■ CÉLOK
Statisztikai alapfogalmak. Az adatok csoportosítása és rendezése. Az adatok szemléltetése. Középérték (számtani közép).	▪ A statisztikai alapfogalmak alkalmazása (populáció, statisztikai egység, minta, statisztikai változó). ▪ Az adatok rendezése. ▪ Az abszolút és a relatív frekvencia fogalmának alkalmazása. ▪ Az adatok grafikus szemléltetése (a relatív gyakoriság hisztogramja, poligonja és kördiagramja). ▪ A középérték meghatározása – számtani közép.

Csak a 2004. után elfogadott programok számára, (a szóbeli vizsgára) a két alábbi témakör is

■ Differenciálszámítás

■ TARTALOM, FOGALMAK	■ CÉLOK
A függvény deriváltja. A derivált és a függvény helyi viselkedése.	▪ Az elemi és az összetett függvények deriválási szabályainak alkalmazása. ▪ A függvények tulajdonságainak vizsgálata a derivált segítségével. ▪ A függvénygrafikon érintőjének meghatározása egy adott pontban.

■ A valószínűségszámítás alapjai

■ TARTALOM, FOGALMAK	■ CÉLOK
A kombinatorika alapjai. A véletlen esemény valószínűsége.	▪ A kombinatorika alapvető törvényének ismerete és alkalmazása. ▪ Az ismétlés nélküli permutációk, az ismétlés nélküli kombinációk és az ismétlés nélküli variációk felismerése, számuk kiszámítása. ▪ A véletlen esemény valószínűségének kiszámítása.

5. A KÜLÖNLEGES BÁNÁSMÓDOT IGÉNYLŐ JELÖLTEKRE VONATKOZÓ ELJÁRÁSOK

Az érettségi vizsgáról szóló törvény 4. szakasza és a szakmai érettségi számára készült érettségi vizsgakatalógusnak a különleges bánásmódot igénylő jelöltekre vonatkozó fejezete kimondja, hogy a különleges bánásmódot igénylő jelöltek részére, akiket hivatalos végzés alapján irányítottak az egyes képzési programokba, indokolt esetekben pedig más jelöltek számára is (sérülés, betegség esetén), figyelembe véve hiányosságuk, korlátaik, zavaruk fajtáját és fokát, módosítani kell az érettségi vizsga lebonyolításának és tudásuk értékelésének módját.

6. MELLÉKLETEK

6.1 Matematikai jelek

1. Halmazok

$\in$	eleme
$\notin$	nem eleme
$\{x_1, x_2, ...\}$	az $x_1,\ x_2 \ldots$ elemek halmaza
$\{x; \ldots\}$	minden olyan x halmaza, hogy …
$\varnothing$	üres halmaz
$\mathbb{N}$	a természetes számok halmaza
$\mathbb{N}_0$	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
$\mathbb{Z}$	az egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^+$	a pozitív egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^-$	a negatív egész számok halmaza
$\mathbb{Q}$	a racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^+$	a pozitív racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^-$	a negatív racionális számok halmaza
$\mathbb{R}, (-\infty, \infty)$	a valós számok halmaza
$\mathbb{R}^+, (0, \infty)$	a pozitív valós számok halmaza
$\mathbb{R}_0^+, [0, \infty)$	a nemnegatív valós számok halmaza
$\mathbb{R}^-, (-\infty, 0)$	a negatív valós számok halmaza
$\cup$	egyesítés
$\cap$	metszet
$\setminus, -$	a halmazok különbsége
$[a, b]$	zárt intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$
$[a, b), [a, b[$	intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$
$(a, b],]a, b]$	intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$
$(a, b),]a, b[$	nyílt intervallum $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$

2. Relációk és műveletek

(a,b)	rendezett pár
$=$	egyenlő
$\neq$	nem egyenlő
$\doteq$	közelítőleg egyenlő
$<$	kisebb
$\leq$	kisebb vagy egyenlő
$>$	nagyobb
$\geq$	nagyobb vagy egyenlő
$+$	plusz (összeadás)
$-$	mínusz (kivonás)
$\cdot$	-szor, -szer, -ször (szorzás)
$:$	osztva (osztás)
$a\|b$	a osztója b-nek
$D(a,b)$	az a és a b szám legnagyobb közös osztója
$v(a,b)$	az a és a b szám legkisebb közös többszöröse
Σ	összegezés (szumma) jele
$\|a\|$	az a szám abszolút értéke

3. Geometria

$d(A,B)$	az A és B pont távolsága
$\|AB\|$	az AB szakasz hossza
$\sphericalangle$	szög
$\triangle$	háromszög
$\|\|$	párhuzamos
$\perp$	merőleges
$\cong$	egybevágó
$\sim$	hasonló
$A(x,y)$	az x és y koordinátájú A pont
S, p	terület
V	térfogat
P	felszín
R	a háromszög köré írt kör sugara
r	a háromszögbe írt kör sugara

4. Függvények

f	f függvény
$f : A \to B$	az A halmazt a B halmazba leképező függvény (leképezés)
$x \mapsto f(x)$	az x elemhez $f(x)$ -t rendeljük
D_f	az f függvény értelmezési tartománya
Z_f	az f függvény értékkészlete
$f' = \dfrac{df}{dx}$	az f függvény (első) deriváltja

5. Statisztika

$\overline{x}, \mu$	középérték

6. Kombinatorika. Valószínűségszámítás.

P_n	egy n elem ismétlés nélküli permutációinak száma
$n!$	n faktoriális
V_n^r	egy n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli variációinak száma
${}^{(p)}V_n^r$	egy n elem r -ed osztályú ismétlés variációinak száma
$\binom{n}{k}$	Binomális együttható $(k$ felett $n)$
$C_n^r = \binom{n}{r}$	egy n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli kombinációinak száma
G	biztos esemény
N	lehetetlen esemény
$E_1,\ E_2,\ E_3,\ \ldots$	elemi események
A'	az A esemény ellentétes eseménye
$A \cup B$	az A és a B események összege
$A \cap B,\ A \cdot B$	az A és a B események szorzata
$A \setminus B$	az A és a B események különbsége
$A \subset B$	az A esemény maga után vonja a B eseményt (egy A esménynek egy B esemény a következménye)
$P(A)$	az A esemény valószínűsége

6.2 A feladatlaphoz mellékelt képletek

1. A derékszögű koordináta-rendszer a síkban, a lineáris függvény

- **Két pont távolsága a síkban:** $d(A,B)=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$
- **Lineáris függvény:** $f(x)=kx+n$
- **A lineáris függvény iránytényezője:** $k=\dfrac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
- **Az egyenes hajlásszöge:** $k=\tan\varphi$
- **Két egyenes hajlásszöge:** $\tan\varphi=\left|\dfrac{k_2-k_1}{1+k_1\cdot k_2}\right|$

2. Síkbeli mértan (a síkidomok területe S -sel van jelölve)

- **Háromszög:** $S=\dfrac{c\cdot v_c}{2}=\dfrac{1}{2}ab\sin\gamma$

  $S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s=\dfrac{a+b+c}{2}$
- **A háromszög köré írható kör sugara** (R) **és a háromszögbe írható kör sugara** (r)**:**

  $R=\dfrac{abc}{4S}, r=\dfrac{S}{s}, \left(s=\dfrac{a+b+c}{2}\right)$
- **Egyenlő oldalú háromszög:** $S=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$, $v=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $r=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$, $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Deltoid, rombusz:** $S=\dfrac{e\cdot f}{2}$
- **Trapéz:** $S=\dfrac{a+c}{2}\cdot v$
- **Paralelogramma:** $S=ab\sin\alpha$
- **Rombusz**: $S=a^2\sin\alpha$
- **A körív hossza:** $l=\dfrac{\pi r\alpha^\circ}{180^\circ}$
- **A körcikk területe:** $S=\dfrac{\pi r^2\alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Szinusztétel:** $\dfrac{a}{\sin\alpha}=\dfrac{b}{\sin\beta}=\dfrac{c}{\sin\gamma}=2R$
- **Koszinusztétel:** $a^2=b^2+c^2-2bc\cos\alpha$

3. A mértani testek felszíne és térfogata (az S az alaplap területe)

- **Hasáb:** $P=2S+S_{pl}$, $V=S\cdot v$
- **Henger:** $P=2\pi r^2+2\pi rv$, $V=\pi r^2 v$
- **Gúla:** $P=S+S_{pl}$, $V=\dfrac{1}{3}S\cdot v$
- **Kúp**: $P=\pi r\cdot(r+s)$, $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2\cdot v$
- **Gömb:** $P=4\pi r^2$, $V=\dfrac{4\pi r^3}{3}$

4. Szögfüggvények

- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
- $\tan\alpha = \dfrac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$
- $1 + \tan^2\alpha = \dfrac{1}{\cos^2\alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$
- $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

5. Másodfokú függvény, másodfokú egyenlet

- $f(x) = ax^2 + bx + c$

Tengelypont: $T(p,q)$, $p = \dfrac{-b}{2a}$, $q = \dfrac{-D}{4a}$,

- $ax^2 + bx + c = 0$

Zérushelyek: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$

6. Logaritmusok

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \dfrac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n\log_a x$
- $\log_b x = \dfrac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Sorozatok

- **Számtani sorozat:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \dfrac{n}{2}\left(2a_1 + (n-1)d\right)$
- **Mértani sorozat:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \dfrac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Kamatszámítás**: $G_n = G_0 + o$, $o = \dfrac{G_0 n \cdot p}{100}$
- **Kamatoskamat-számítás:** $G_n = G_0 r^n$, $r = 1 + \dfrac{p}{100}$

8. Statisztika

- **Középérték (számtani közép):** $\overline{x} = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$

$$\overline{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \cdots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \cdots + f_k}$$

6.3 A vizsgafeladatok mintái

Magyarázat: az (1*)-gyel jelölt pont eljárási pont. A jelölt akkor kapja meg, ha felírta (alkalmazta) a helyes eljárást, de hiba vagy hibás adatok miatt az eredmény nem helyes.

1. SZÁMHALMAZOK

1) Pontosan számítsa ki a $2^{-2}+3^0\cdot\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}+16^{\frac{1}{2}}$ kifejezés értékét!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

Az $\frac{1}{4}+1\cdot\frac{3}{4}+\sqrt{16}=\frac{1}{4}+\frac{3}{4}+4$ kiszámítása, minden tag 1 pont, összesen ....3 pont

Az eredmény: 5 ....1 pont

2) Az autó ára 19%-os hozzáadottérték-adóval (héa=DDV) együtt 2380000 tollár volt. Mennyi ennek az autónak az ára ma, amikor a hozzáadottérték-adó 20%?

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

A (héa=DDV) nélküli árnak a kiszámítása: pl.: $\frac{2380000}{1,19}=2000000$ tollár........ (1*+1) 2 pont

Az új ár kiszámítása, pl.: $2000000\cdot 1,20=2400000$ tollár........1 pont

Válasz: Az új ár 2400000 tollár........1 pont

3) A vállalat alkalmazottai $25\ \%$-ának általános iskolai, a felének középiskolai, a hatodának főiskolai, a többi 10 alkalmazottnak pedig egyetemi végzettsége van. Számítsa ki, hány alkalmazottja van a vállalatnak!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

1. mód:

Az egyenlet felállítása, pl.: $\frac{25}{100}x+\frac{x}{2}+\frac{x}{6}+10=x$ ....1 pont

Az egyenlet megoldása: $x=120$ .... (1*+1) 2 pont

Válasz: 120 alkalmazottja van a vállalatnak ....1 pont

2. mód:

$\frac{25}{100}+\frac{1}{2}+\frac{1}{6}=\frac{11}{12}$ ....1 pont

$\frac{x}{12}=10$ ....1 pont

Az egyenlet megoldása: $x=120$ ....1 pont

Válasz: 120 alkalmazottja van a vállalatnak ....1 pont

2. GEOMETRIA

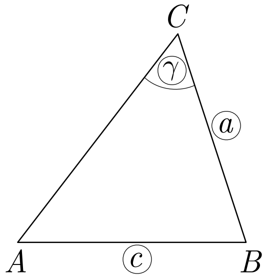
2.1 Síkmértan

1) Szerkessze meg és jelölje az ABC háromszöget az $a = 5$ cm, $c = 8$ cm és $\gamma = 60^\circ$ adatokkal. Készítsen ábrát is!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

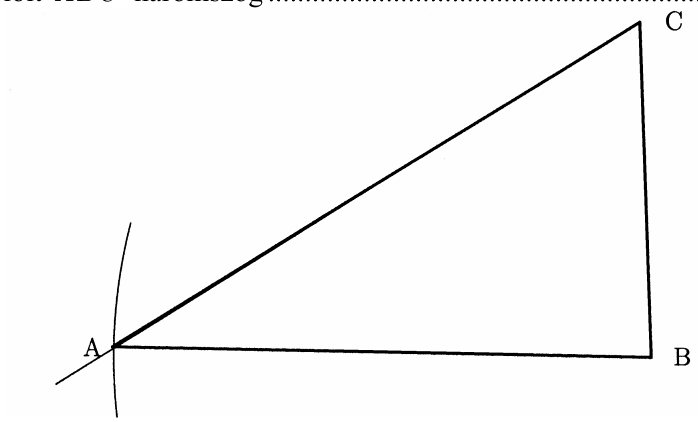
Ábra ....1 pont



Az a oldal és a γ szög szerkesztése ....1 pont

Az adott A ponttal való háromszög szerkesztése, látható a körív...1 pont

A kijelölt ABC háromszög ....1 pont



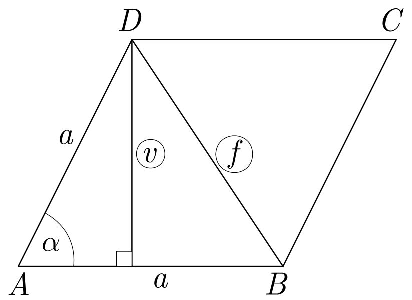
Tolerancia: a hosszúságokra $\pm 2\,\mathrm{mm}$ és a szögekre $\pm 2^\circ$.

2) A rombusz a oldala 8 cm hosszú, az α szöge pedig 30°. Készítsen ábrát, és számítsa ki a rombusz magasságának és a rövidebb átlójának a hosszát! A két kiszámított értéket kerekítse két tizedesre!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

Ábra ....1 pont



Magasság:

A magasság kiszámítása: $v = a \cdot \sin\alpha = 8 \cdot \frac{1}{2} = 4\,\text{cm}$ .... 1 pont

Átló:

<u>1. mód</u>

A koszinusztétel felírása, pl.: $f^2 = 2 \cdot a^2 - 2 \cdot a^2 \cdot \cos\alpha$ .... 1 pont

Az átló kiszámítása: $f \doteq 4{,}14$ cm .... (1*+1) 2 pont

<u>2. mód</u>

$\frac{f}{2} = a \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)$ .... 1 pont

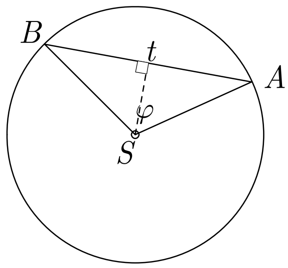
Az átló kiszámítása: $f \doteq 4{,}14$ cm .... (1*+1) 2 pont

3) Számítsa ki a $6\ \text{cm}$ sugarú körben a 120° -os középponti szöghöz tartozó húr hosszúságát! Rajzolja meg az ábrát!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

Ábra............................ .... 1 pont



<u>1. mód</u>

A koszinusztétel figyelembevétele, pl.: $|AB|^2 = |AS|^2 + |BS|^2 - 2 \cdot |AS| \cdot |BS| \cdot \cos\varphi$ .... 1 pont

Megoldás: $|AB| = 6\sqrt{3}$ cm vagy $t \doteq 10{,}4$ cm $(10{,}39$ cm$)$ .... (1*+1) 2 pont

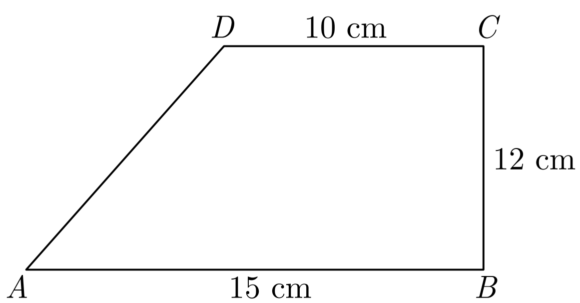
<u>2. mód</u>

$\frac{t}{2} = |AS| \cdot \sin\left(\frac{\varphi}{2}\right)$ .... 1 pont

Megoldás: $t = 6\sqrt{3}$ cm vagy $t \doteq 10{,}4$ cm $(10{,}39$ cm$)$ .... (1*+1) 2 pont

2.2 Területek

1) Számítsa ki az ábrán levő síkidom kerületét és területét!



(5 pont)

Megoldás és pontozás:

A trapéz területe: $S = 150\ \mathrm{m}^2$ .... (1*+1) 2 pont

Az oldal kiszámítása: $|AD| = 13\ \mathrm{m}$ .... (1*+1) 2 pont

A trapéz kerületének a kiszámítása: $o = 50\,\mathrm{m}$ .... 1* pont

2.3 Felszínek és térfogatok

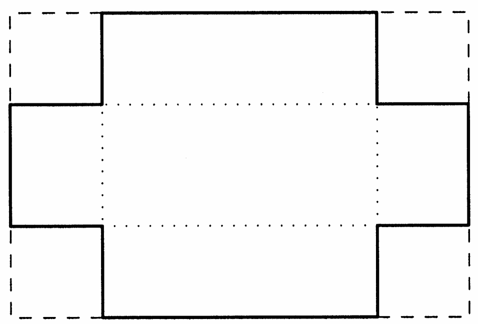
1) A papírlap téglalap alakú, az oldalai $15\ \mathrm{cm}$ és $10\ \mathrm{cm}$ hosszúak.

(Összesen 15 pont)

a) Ezt a papírlapot henger palástjává formálunk úgy, hogy a téglalap rövidebb oldala a henger magassága lesz. Számítsa ki cm^3 potossággal a henger térfogatát!

(5 pont)

b) A téglalap csúcsaiból kivágtunk $3\ \mathrm{cm}$ oldalú négyzeteket, ahogy ez az ábrán látható. Így egy fedél nélküli doboz hálóját kaptuk. Határozza meg a doboz éleinek hosszát, és számítsa ki a doboz térfogatát!



(5 pont)

c) Számítsa ki, a doboz felszínének hány százalékát teszi ki a doboz alsó lapjának (fenekének) a területe!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 5 pont

A henger alaplapja sugarának kiszámítása: $r \doteq 2,387\ \mathrm{cm}$ .... (1*+1) 2 pont

A henger térfogatának kiszámítása:, pl.: $V \doteq 179,047\ \mathrm{cm}^3$ .... (1*+1) 2 pont

Az eredmény kerekítése: $V \doteq 179\ \mathrm{cm}^3$ .... 1 pont

b) 5 pont

A doboz éleinek meghatározása: $9\ \mathrm{cm},\ 4\ \mathrm{cm},\ 3\ \mathrm{cm}$, mindegyik 1 pont, összesen .... 3 pont

A térfogat kiszámítása: $V = 108\,\mathrm{cm}^3$ .... (1*+1) 2 pont

c) 5 pont

A doboz felszínének kiszámítása: $P = 114\ \mathrm{cm}^2$ .... (1*+1) 2 pont

A doboz feneke: $S = 36\ \mathrm{cm}^2$ .... 1 pont

Százalék: $p \doteq 32\%\ \left(31,6\%\ \text{vagy}\ 31,57\%\right)$ .... (1*+1) 2 pont

2) Az egyenes henger és a szabályos négyoldalú hasáb palástja egyforma. Mindkét palást egy $36\ \mathrm{cm}^2$ területű négyzet.

(Összesen 15 pont)

a) Rajzolja meg a henger ábráját, majd számítsa ki az alaplap sugarát, a henger magasságát és térfogatát! A sugarat 2 tizedesre kerekítse (cm -ben), a térfogatot pedig egész számra köbcentiméterben!

(6 pont)

b) Rajzolja meg a hasáb ábráját, és számítsa ki a térfogatát!

(6 pont)

c) Számítsa ki, hány százalékkal kisebb a hasáb térfogata a henger térfogatánál!

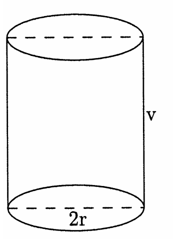
(3 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 6 pont

A henger ábrája .... 1 pont

Henger



A henger alaplapjának a sugara: $r \doteq 0,95\ \mathrm{cm}$ .... (1*+1) 2 pont

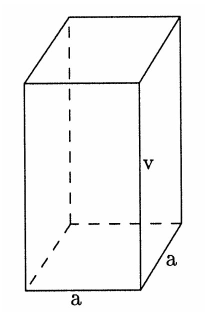
A henger magassága: $v = 6\ \mathrm{cm}$ .... 1 pont

A henger térfogata $V \doteq 17\ \mathrm{cm}^3$ .... (1*+1) 2 pont

b) 6 pont

A hasáb ábrája .... 1 pont

Hasáb



A hasáb alaplapjának éle: $a = 1{,}5\ \mathrm{cm}$ ……… .... (1*+1) 2 pont

A hasáb magassága: $v = 6\ \mathrm{cm}$ .... 1 pont

A hasáb térfogata: $V_p = 13,5\ \mathrm{cm}^3$ .... (1*+1) 2 pont

c) 3 pont

A térfogatok különbsége: $V_v - V_p = 3,5\ \mathrm{cm}^3$ .... 1 pont

Százalék: 21% $(20{,}6\%$ vagy $20{,}59\%)$ .... (1*+1) 2 pont

Válasz: Körülbelül 21%-kal ($20{,}6\%$ vagy $20{,}59\%$)

3. ALGEBRAI FÜGGVÉNYEK ÉS EGYENLETEK

3.1 Lineáris függvény és lineáris egyenlet

1) Oldja meg az egyenletrendszert!

$$\frac{x}{3} + 2y = 4$$

$$\frac{x}{2} + y = 2$$

(4 pont)

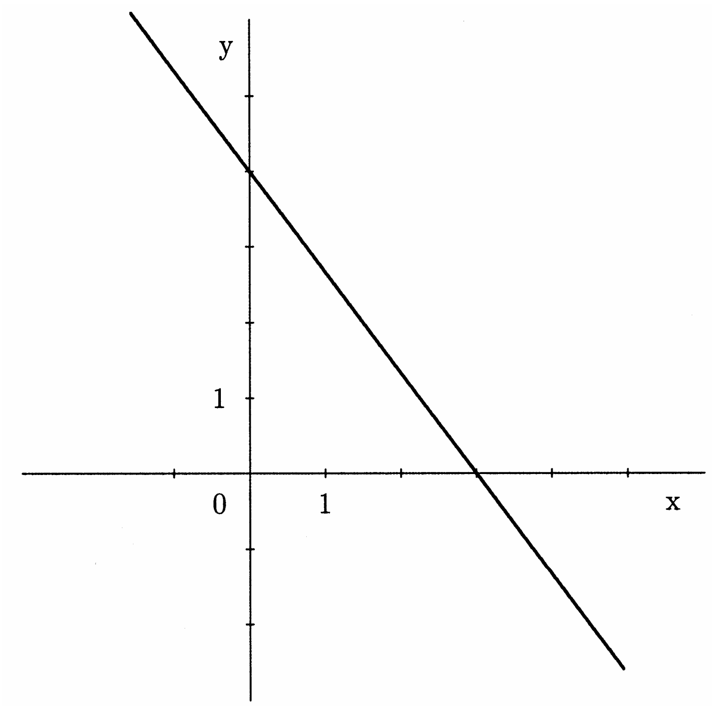
Megoldás és pontozás:

A megoldás eljárása .... 2* pont

Megoldás: $x = 0,\ y = 2$ .... (1+1) 2 pont

2) Határozza meg az ábrán levő egyenes iránytényezőjét, majd írja fel az egyenletét!

(4 pont)



Megoldás és pontozás:

Az iránytényező meghatározása: $k = -\dfrac{4}{3}$ .... (1*+1) 2 pont

Az egyenes egyenletének felírása: $y = -\dfrac{4}{3}x + 4$ vagy $4x + 3y - 12 = 0$

vagy $\dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{4} = 1$ .... (1*+1) 2 pont

3) A koordináta-rendszer origóján két egyenes halad át. Az egyik az $A(3,3)$, a másik a $B(6,3)$ ponton halad át.

(Összesen 15 pont)

a) Rajzola meg mindkét egyenest, és írja fel az egyenletüket!

(6 pont)

b) Számítsa ki percnyi pontossággal a két egyenes hajlásszögét!

(6 pont)

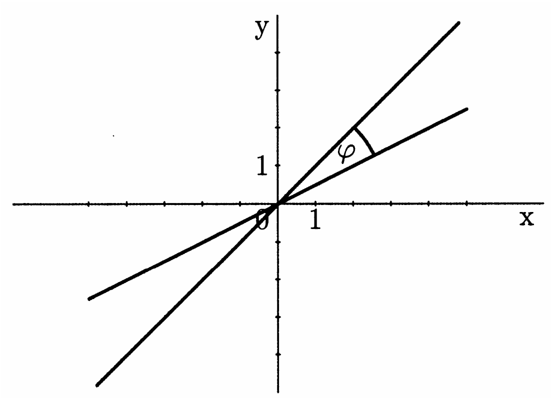
c) Az OAB háromszöget a koordináta-rendszer origója, az A és a B pont határozza meg. Számítsa ki a háromszög területét!

(3 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 6 pont

Az egyenesek megrajzolása .... (1+1) 2 pont



Az első egyenes megrajzolása: $y = x$ .... 2 pont

A második egyenes megrajzolása: $y = \frac{1}{2}x$ .... 2 pont

b) 6 pont

<u>1. mód</u>

Az első egyenes hajlásszöge: $\alpha_1 = 45°$ .... 2 pont

A második egyenes hajlásszöge: $\alpha_2 = 26°34'$ .... 2 pont

A közbezárt szög: $\varphi = \alpha_2 - \alpha_1 \doteq 18°26'$ .... 2 pont

<u>2. mód</u>

Az egyenesek iránytényezői: $k_1 = 1,\ k_2 = \frac{1}{2}$ .... (1+1) 2 pont

A megfelelő képlet alkalmazása: .... 1 pont

A közbezárt szög: $\varphi \doteq 18°26'$ .... (1*+2) 3 pont

c) 3 pont

Az OAB háromszög területe: $S = \frac{9}{2}(4,5)$ .... (1*+2) 3 pont

3.2 Másodfokú függvény, hatványfüggvény és másodfokú egyenlet

1) Adott az $f(x) = -x^2 + 2x + 8$ függvény. Határozza meg a függvény grafikonjának a tengelypontját és a koordinátatengelyekkel való metszéspontjait!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:
A tengelypont meghatározása
Tengelypont, pl.: $T(1,9)$ ali $p = 1,\ q = 9$ .... (1*+1) 2 pont

A koordinátatengelyekkel való metszéspontok
Az ordinátatengellyel való metszéspont: $f(0) = 8$ vagy $N(0,8)$ ....1 pont
Zérushelyek, ill. az abszcisszatengellyel való metszéspontok a képlet alapján vagy felbontással
$x_1 = 4,\ \ x_2 = -2$ vagy $A(-2,0),\ B(4,0)$ ....2 pont

2) Adott az $f(x) = -x^2 - x + 6$ és $g(x) = x + 3$ függvény.

(Összesen 15 pont)

a) Rajzolja meg közös koordináta-rendszerben mindkét függvény grafikonját!

(7 pont)

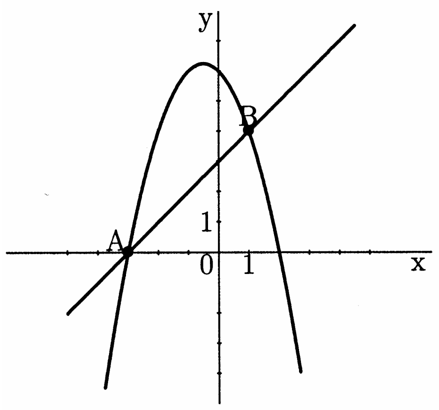
b) Számítsa ki a grafikon metszéspontjainak koordinátáit!

(5 pont)

c) Számítsa ki a két metszéspont távolságát! Vezzese le az eredmény részgyökvonását!

(3 pont)

Megoldás és pontozás:
a) 7 pont



Az egyenes megrajzolása: ....1 pont
A parabola megrajzolása: ....6 pont

Ennek:
zérushelyei: $x_1 = -3,\ x_2 = 2$ ....1 pont
tengelypontja: $T\left(-\frac{1}{2}, 6\frac{1}{4}\right)$ ....2 pont
A parabola és az ordinátatengely metszéspontja: $N(0,6)$ ....1 pont
A helyes parabola ....2 pont

b) 5 pont

A felállított egyenlet, pl.: $-x^2 - x + 6 = x + 3$ .... 1 pont

A rendezett egyenlet, pl.: $x^2 + 2x - 3 = 0$ .... 1 pont

Az egyenlet megoldásai: $x_1 = 3,\ x_2 = 1$ .... (1*+1) 2 pont

Az ordináták kiszámítása: $y_1 = 0,\ y_2 = 4$ .... 1 pont

c) 3 pont

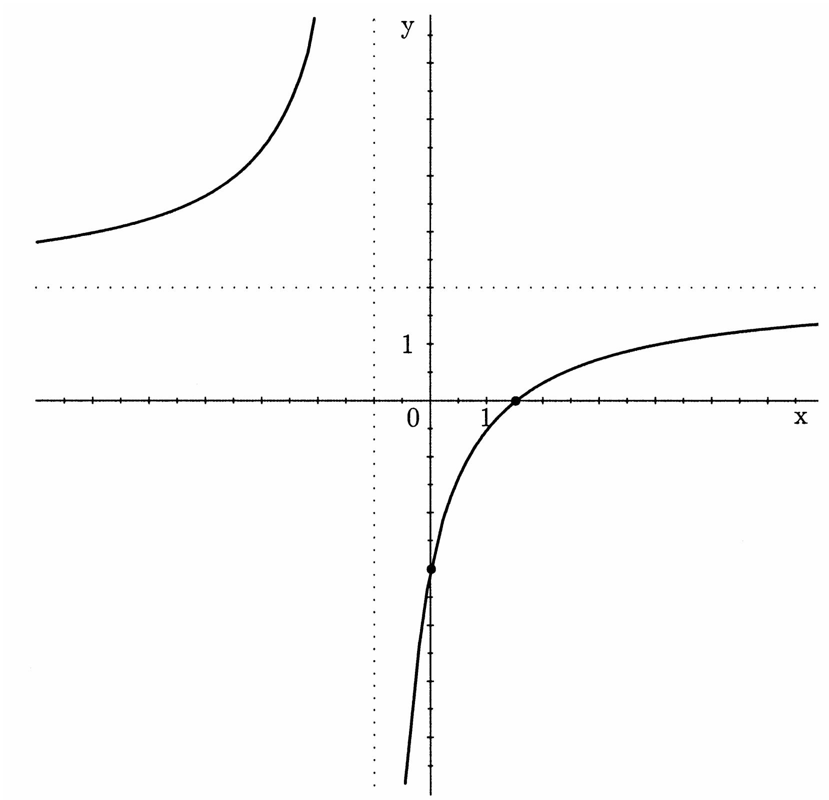
A távolság kiszámítása: $\sqrt{32}$ .... (1*+1) 2 pont

Megoldás: $4\sqrt{2}$ .... 1 pont

3.3 Polinomok és racionális függvények

1) Az ábrán egy függvény grafikonja látható. Írja fel a függvény vízszintes aszimptotájának egyenletét, a pólusát és a zérushelyét! Állapítsa meg és írja fel a függvény negatív értékeinek intervallumát!

(5 pont)



Megoldás és pontozás:

Vízszintes aszimptota: $y = 2$ .... 1 pont

Pólus: $x = -1$ .... 1 pont

Zérushely: $x = \frac{3}{2}$ .... 1 pont

A függvény negatív értékei az $\left(-1, \frac{3}{2}\right)$ intervallumon vannak, illetve a

$-1 < x < \frac{3}{2}$-re vonatkoznak .... (1+1) 2 pont

2) Adott a $p(x)=\frac{1}{2}(x+1)(x-2)^2$ polinom.

(Összesen 15 pont)

a) Határozza meg a polinom zérushelyeit és grafikonjának metszéspontját az ordinátatengellyel!

(3 pont)

b) Rajzolja meg a polinom grafikonját!

(4 pont)

c) Számítsa ki a polinomgrafikon és az $y=2x+2$ egyenletű egyenes metszéspontját!

(8 pont)

Megoldás és pontozás:

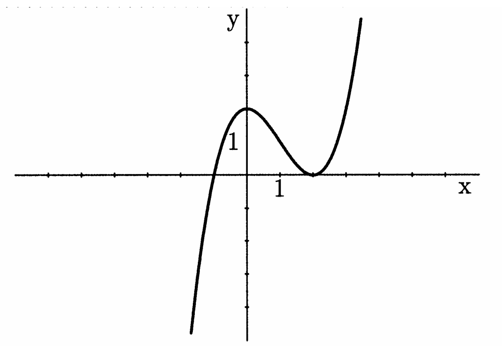
a) 3 pont

Zérushelyek: $x_1=-1$, $x_{2,3}=2$ ....2 pont

$f(0)=2$ vagy $N(0,2)$ ....1 pont

b) 4 pont

Grafikon: ....4 pont



c) 8 pont

Az egyenlet felállítása, pl.: $\frac{1}{2}(x+1)(x-2)^2=2x+2$ ....1 pont

Az egyenlet egyszerűsítése, pl.: $x^3-3x^2-4x=0$ .... (1*+1) 2 pont

Az egyenlet megoldásai: $x_1=-1$, $x_2=0$, $x_3=4$ .... (1*+1) 2 pont

A metszéspontok meghatározása: $P_1(-1,0)$, $P_2(0,2)$, $P_3(4,10)$,
mindegyik 1 pont, összesen ....3 pont

3) Adott az $f(x)=\frac{2x+2}{x-1}$ függvény.

(Összesen 15 pont)

a) Határozza meg a zérushelyét, pólusát, vízszintes aszimptotáját és az ordinátatengellyel való metszéspontját!

(4 pont)

b) Rajzolja meg a függvény grafikonját, majd írja fel az értelmezési tartományát és értékkészletét!

(7 pont)

c) Számítsa ki az $f(x)$ függvénygrafikon és az $y=1$ egyenletű egyenes metszéspontját!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 4 pont

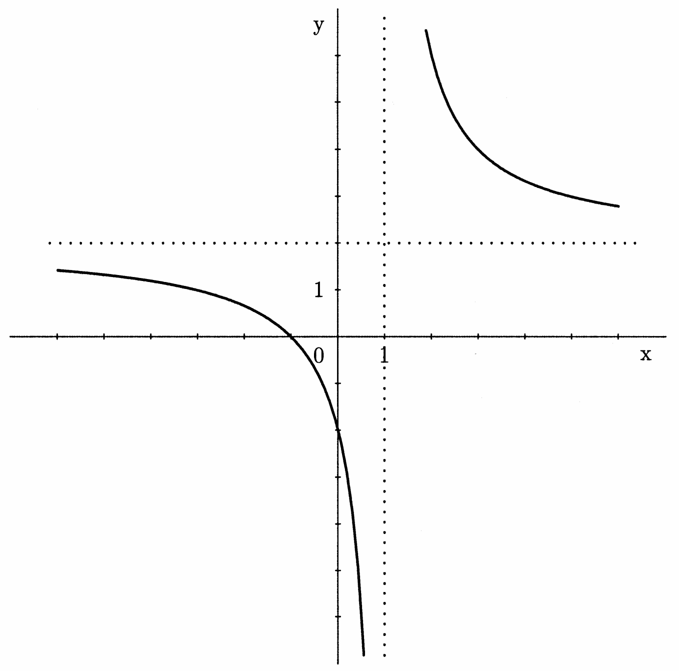
Zérushely: $x_1 = -1$ .... 1 pont

Pólus: $x_2 = 1$ .... 1 pont

Vízszintes aszimptota: $y = 2$ .... 1 pont

Metszéspont az ordinátatengellyel: $f(0) = -2$ vagy $N(0,-2)$ .... 1 pont

b) 7 pont



A grafikon az $M(-1,0)$ és $N(0,-2)$ pontokon halad át
(a grafikon és a koordinátatengelyek metszéspontjai) .... 2 pont

Mindkét aszimptota megrajzolása .... 1 pont

A grafikon mindegyik ága 1 pont, összesen .... 2 pont

Az értelmezési tartomány: A valós számok halmaza az 1 nélkül, ill.
a szimbólumos felírás, pl.: $D_f = \mathbb{R} - \{1\}$ .... 1 pont

Értékkészlet: A valós számok halmaza a 2 nélkül, ill.
a szimbólumos felírás, pl.: $Z_f = \mathbb{R} - \{2\}$ .... 1 pont

c) 4 pont

Az egyenlet felállítása, pl.: $\dfrac{2x+2}{x-1} = 1$ .... 1 pont

Az egyenlet megoldása: $x = -3$ .... (1*+1) 2 pont

A metszéspont felírása: $P(-3,1)$ .... 1 pont

4. TRANSZCENDENS FÜGGVÉNYEK ÉS EGYENLETEK

4.1 Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény

1) Oldja meg a $\log(3x+1)+\log(x-2)=\log(2x+4)$ egyenletet!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

Felírás: $\log[(3x+1)(x-2)]=\log(2x+4)$ vagy

rövidebben $(3x+1)(x-2)=2x+4$ .... 1 pont

Az egyenlet rendezése, pl.: $3x^2-7x-6=0$ .... 1 pont

A másodfokú egyenlet megodásai: $x_1=3,\ x_2=-\dfrac{2}{3}$ .... (1*+1) 2 pont

Az a megállapítás, hogy $x_1=3$ az eredeti egyenlet megoldása,

az $x_2=-\dfrac{2}{3}$ pedig nem .... 1 pont

2) Oldja meg az egyenleteket: a) $3^{2x-5}=27$ b) $\log_2\left(\dfrac{1}{4}\right)=x$!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

a) Eljárás, pl.: $3^{2x-5}=3^3$ .... 1 pont

Az egyenlet felállítása, pl.: $2x-5=3$ .... 1 pont

Megoldás: $x=4$ .... 1 pont

b) Eljárás: pl.: $2^x=\dfrac{1}{4}$ .... 1 pont

Megoldás: $x=-2$ .... 1 pont

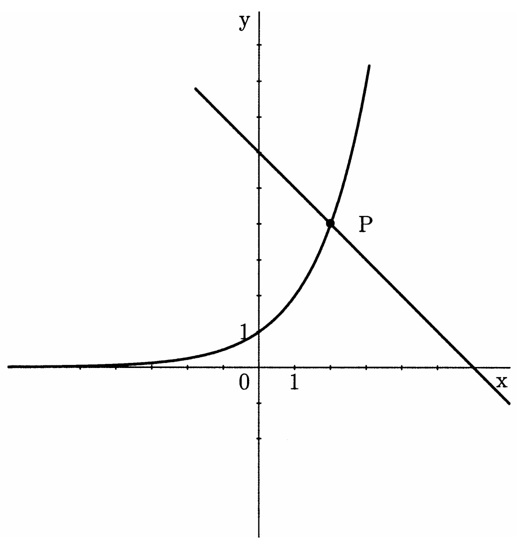
3) Adott az $f(x)=2^x$ és $g(x)=-x+6$ függvény. Rajzolja meg közös koordináta-rendszerben mindkét függvény grafikonját! A képről olvassa le a metszéspontjuk koordinátáit! Ellenőrizze számítással a megoldást!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

Az exponenciális függvény grafikonjának megrajzolása .... 2 pont

Az egyenes megrajzolása .... 1 pont



A metszéspont meghatározása: $P(2,4)$ .... 1 pont

Kiszámítás, pl.: $f(3)=2^2=4$ és $g(2)=-2+6=4$ .... 1 pont

5. SOROZATOK ÉS KAMATOSKAMAT-SZÁMÍTÁS

1) Az anya, az apa és a fiú életkora egy 4-es különbségű számtani sorozat tagjai. A fiú 13 éves. Az ő életkora a sorozat első, az anya életkora a sorozat hetedik, az apa életkora pedig a sorozat kilencedik tagja. Számítsa ki, hány éves az anya, és hány éves az apa!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

Az $a_7 = a_1 + 6 \cdot d$ felírás vagy az $a_n = a_1 + (n-1) \cdot d$ felírás alkalmazása,
majd az $a_7 = 37 \left(\text{vagy } a_9 = 45\right)$ kiszámítása .... (1*+1) 2 pont
Az apa (vagy az anya) életkorának kiszámítása .... 1 pont
Válasz: Az anya 37, az apa pedig 45 éves .... 1 pont

2) Adott egy számtani sorozat, amelynek különbsége -3. E sorozat ötödik tagja egyenlő az első tag egyhetedével. Számítsa ki a sorozat hatodik tagját!

(5 pont)

Megoldás és pontozás:

A számtani sorozat általános tagja felírásának figyelembevétele .... 1 pont
Az 1. és az 5. tag közti kapcsolat figyelembevétele, p.: $a_5 = \dfrac{a_1}{7}$ .... 1 pont
Az egyenlet felírása, pl.: $a_1 - 12 = \dfrac{a_1}{7}$ .... 1 pont
Megoldás: $a_1 = 14$ .... 1 pont
Kiszámítás: $a_6 = -1$ .... 1 pont

3) 1998-ban az A és B gyár egyenlő számú terméket gyártott, éspedig mindegyik 120000-et. Utána az A gyár évente 10%-kal növelte a termékek számát, a B gyár pedig évente 12000 termékkel.

(Összesen 15 pont)

a) Hány terméket gyártottak 2002-ben az A és a B gyárban a termelés ilyen növekedése mellett?

(5 pont)

b) Hány százalékkal volt 2001-ben az A gyár termelése nagyobb a B gyár termelésénél?

(6 pont)

c) Hány darab terméket gyártott az A gyár 1998 kezdetétől 2001-ig bezárólag?

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

a) 5 pont

Felállítás, pl.: $A_{2002} = A_{1998} \cdot 1{,}1^4$ .... 2 pont
Kiszámítás (ill. válasz) $A_{2002} = 175692$ .... 1 pont
Felállítás, pl.: $B_{2002} = 120000 + 4 \cdot 12000$ .... 1 pont
Kiszámítás (ill. válasz) $B_{2002} = 168000$ .... 1 pont

b) 6 pont

Felállítás és kiszámítás, pl.: $A_{2001} = 120000 \cdot 1{,}1^3 = 159720$ .... (1*+1) 2 pont
Felállítás és kiszámítás, pl.: $B_{2001} = 120000 + 3 \cdot 12000 = 156000$ .... 1 pont
A keresett százalék felállítása és kiszámítása,
pl.: $p = \dfrac{A_{2001}}{B_{2001}} (\doteq 1{,}0238\ ...)$ .... (1*+1) 2 pont
Válasz: Körülbelül 2%-kal $\left(\text{vagy } 2{,}4\% \text{ vagy } 2{,}38\%\text{-kal}\right)$ .... 1 pont

c) 4 pont

1. mód

Felállítás, pl.: $\Sigma A_{1998-2001} = \dfrac{120000 \cdot (1,1^4 - 1)}{1,1 - 1}$ .... (2*+1) 3 pont

Megoldás: $\Sigma A_{1998-2001} = 556920$ .... 1 pont

2. mód

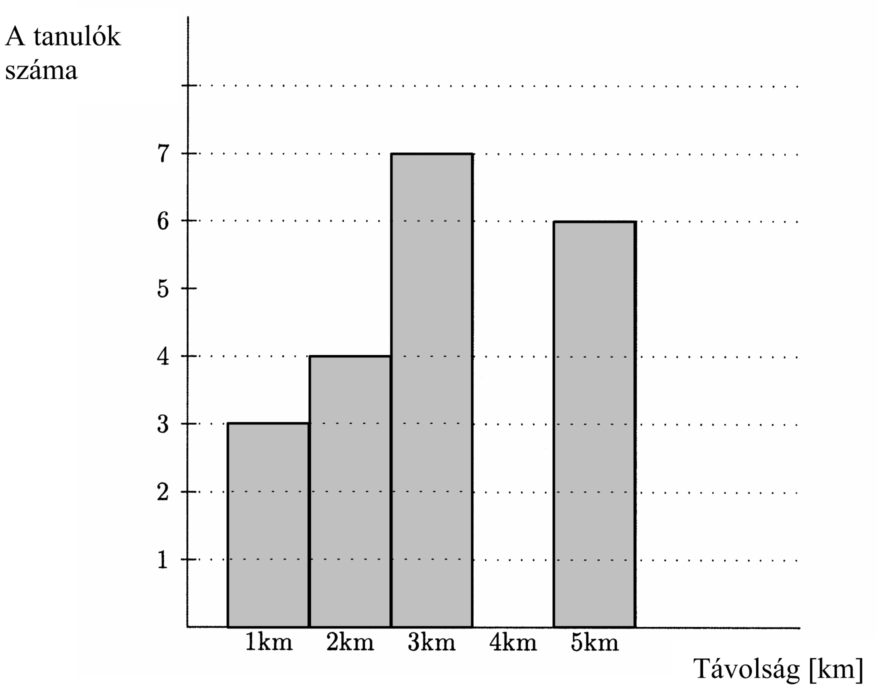
Az egyes évek termékei számának kiszámítása, pl.:

120000, 132000, 145200 és 159720 .... (2*+1) 3 pont

Összeg, ill. válasz: 556920 .... 1 pont

6. STATISZTIKA

1) A 3.a osztály tanulói különböző hosszúságú utat tesznek meg az iskoláig. Az adatok az ábrán láthatók:



Állapítsa meg az osztályban levő diákok számát, és számítsa ki az osztály diákjainak az iskolától való átlagos távolságát!

(4 pont)

Megoldás és pontozás:

A diákok száma: 20 .... 1 pont

Az átlagos távolság: $3,1$ km .... (1*+2) 3 pont

6.4 ÚTMUTATÓ A SZAKMAI ÉRETTÉGI VIZSGA ÍRÁSBELI RÉSZE FELADATAINAK ÉRTÉKELÉSÉHEZ

Az útmutató néhány általános utasítást szeretne nyújtani a matematika szakmai érettségi vizsga írásbeli része feladatainak pontozásához. Ezek az általános utasítások nem kötődnek egyes feladatokhoz vagy a feladatok tartalmazta tananyaghoz, az adott megoldókulcsban pedig nem jelennek meg külön követelmények a keletkezett problémával kapcsolatban.

Az útmutató az értékelők és a jelöltek részére készült.

1. Alapszabály

Az a jelölt, aki bármilyen helyes módon eljutott a helyes megoldásig (akkor is, ha a megoldókulcs ezzel a módszerrel nem számolt), maximális pontszámot kap.

Helyes módszernek számít minden eljárás, amely:

- értelmesen figyelembe veszi a feladat szövegét,
- a probléma megoldásához vezet,
- matematikai szempontból helyes és teljes.

Az alapszabály nem érvényesül azoknál a feladatoknál, amelyeknél a megoldási mód elő van írva, pl.: ˝Oldja meg grafikus módon!˝. Ebben az esetben minden más módszer hibának, illetve nem teljes megoldásnak számít.

2. Az eredmény és az eljárás helyessége

a) Azokban a feladatokban, amelyekben az utasítás ˝Számítsa ki pontosan!˝ vagy ˝Az eredmény pontos legyen!˝, a számokat pontosan kell felírni, tehát analitikus alakban, pl.: π, e, $\ln\ 2$, $\sqrt[3]{5}$ … Az összes közbülső eredményt is pontosan kell megadni. A végeredményeket megfelelően egyszerűsíteni kell: a törteket és a törtes kifejezéseket redukált alakban, a gyökökből részben gyököt kell vonni, az egynemű tagokat össze kell adni ...

b) Azokban a feladatokban, amelyekben követelmény a pontosság (pl.: ˝Számítsa ki két tizedesre!˝), a végeredményt az előírt pontossággal és megfelelően kerekítve kell felírni. A $\doteq$ (körülbelül egyenlő) felírás kötelező. A részeredményeket nagyobb pontossággal kell kiszámítani (igyekezzünk pontosan számítani, ha lehet), különben megtörténhet, hogy a végeredmény nem lesz elég pontos.

c) Egyes feladatokat megoldhatunk számítással és grafikus módon is. Mivel a grafikus módszer általában nem pontos, inkább ne alkalmazzuk! Csak azoknál a feladatoknál vegyük megfelelőként figyelembe, amelyek ezt a módszert kimondottan előírják. Ha egy egyszerű eredmény a grafikonról leolvasható, számítással bizonyítsuk helyességét!

d) Ha a feladat szövege kérdés formájú (a végén ˝?˝ van), a válasz teljes mondatot követel.

e) Ha a jelölt a megoldásban az eljárás egy részét áthúzta, az áthúzottat nem pontozzuk.

f) Ha az adatok közt mértékegységek is szerepelnek, pl. cm, kg, SIT …, akkor a végeredményeknek is tartalmazniuk kell ezeket. Meghatározott egység használata csak akkor kötelező, amikor ez kimondottan elő van írva, különben bármelyik értelmes egység elfogadható. Ha a jelölt az ilyen feladatban a mértékegységet nem írja fel, az eredményért nem kap pontot. A részeredmények lehetnek mértékegység nélkül is.

g) A szögeket a mértani feladatokban (két egyenes hajlásszöge, a háromszög szöge …) fokokban és századfokokban, vagy fokokban és percekben fejezzük ki.

3. A függvények grafikonjai

Ha a koordináta-rendszer már adva van, akkor azt vesszük figyelembe – nem változtatjuk az egységeket, nem toljuk el a tengelyeket. Ha magunk rajzolunk koordináta-rendszert, kötelező megjelölnünk a tengelyeket, valamint minden tengelyen az egységeket. Általában mindkét tengelyen egyenlő nagyságú egységeket válasszunk!

A koordináta-renszer meghatározza a grafikonok rajzolásának határait. A grafikont meg kell rajzolni a koordináta-rendszer végéig (ha a függvény odáig van értelmezve).

A szinusz- és a koszinuszfüggvények esetében figyelembe kell venni a szélsőértékeket (extrémumokat).

A grafikon az adott függvénynek esztétikai szempontból is feleljen meg: szabályos körívek, a konkáv, illetve konvex grafikon figyelembevétele, viselkedés a jellegzetes pontok környezetében (zérushelyek, pólusok, a koordinátatengelyekkel való metszéspontok …).

4. Ábrák

Az ábrán jelölöljünk minden olyan mennyiséget, amely adatként, részeredményként vagy végeredményként szerepel a feladatban. A mértani síkidomoknál és testeknél az oldalak, csúcsok, élek jelölésekor az általános megállapodásoknak megfelelően járjunk el. Ezek a szabályok a tankönyvekben megtalálhatók.

Az ábra feleljen meg az általa ábrázolt idom vagy test főbb jellemzőinek. A kiszámított mennyiségek jelölései egyezzenek meg az ábra jelöléseivel.

5. Szerkesztési feladatok

A szerkesztési feladatokat körzővel és vonalzóval oldjuk meg.

Mindig meg kell szerkeszteni az összes (nem egybevágó) megoldást, amelyet az adatok meghatároznak. Ezekben a feladatokban legelőször ábrát készítsünk. Az ábrán levő jelölések egyezzenek meg a képen levő jelölésekkel. Ha a síkidom fekvése nincs megadva, a szerkesztést tetszőleges kezdőpontban kezdhetjük tetszőleges irányban, ügyelve arra, hogy a teljes szerkesztés kiférjen a feladatlapra.

A nehezebb szerkesztési feladatoknál szavakkal is írjuk le a szerkesztési eljárást!

6. Botlások, hibák és súlyos hibák (utasítás az értékelőknek)

Botlásnak a figyelmetlenség okozta hibát tekintjük, pl. az adatok másolásakor, a részeredmények másolásakor ejtett hibák.

Hibának tekintjük a számtani művelet hibás ereményét, pl.: $3 \cdot 7 = 18$ (de pl. a $2^3 = 6$ nem), a szerkesztésnél vagy a függvénygrafikonok megrajzolásánál való pontatlanságot (pl.: a vonal meredeksége, görbeség ...).

Súlyos hiba az a hiba, amely a szabályok és törvények nem ismerése miatt következett be, pl:. $2^3 = 6$, $\frac{2}{3} + \frac{3}{5} = \frac{5}{8}$, $\log x + \log 3 = \log(x+3)$, $\sqrt{16 - x^2} = 4 - x$.

Ha a feladat ***n*** pontot ér, akkor a következő módon járunk el:

a) Botlás vagy hiba esetén 1 pontot levonunk.

b) Ha a súlyos hiba a megoldási eljárás elején van, a feladatot 0 ponttal értékeljük, egyébként a súlyos hibáig értékeljük (ha lehetségesek a részpontok).

c) Az összetett feladatok mindegyik részében külön-külön figyelembe vesszük mindkét fenti szabályt.

6.5 Szóbeli vizsga

A szóbeli vizsga kérdéseit az iskolában tanító tanárok állítják össze. Elkészítik a vizsgán alkalmazott lapokat is, amelyek három-három kérdést tartalmaznak. A kérdések különböző témakörökből legyenek.

A vizsgalap mintája:

1. Mi egy polinom gyöke (egyszerű, többszörös)?
   Feladat: Határozza meg a $p(x) = 4x^3 - 2x^2 - 4x + 2$ *polinom összes gyökeit!*

2. Mi a paralelogramma? Sorolja fel, milyen különleges paralelogrammát ismer! Miképpen számítjuk ki a paralelogramma területét és kerületét?

3. Mikor számtani egy sorozat? Írja fel a számtani sorozat általános tagját és az első *n* tag összegének a képletét!
   Feladat: A számtani sorozat negyedik tagja 10*, a differenciálja pedig* -2*. Számitsa ki ennek a sorozatnak az elsőtagját, és írja fel a sorozat általános tagját!*

A szóbeli vizsga értékelése:

Az egyes kérdések 0–10 pontot érnek.

A pontozásnál a következő kritériumokat vesszük figyelembe:

- a válasz tartalmának szabályossága,
- a matematikai nyelv alkalmazása,
- indoklás,
- a megállapítások megformázása,
- kommunikáió.

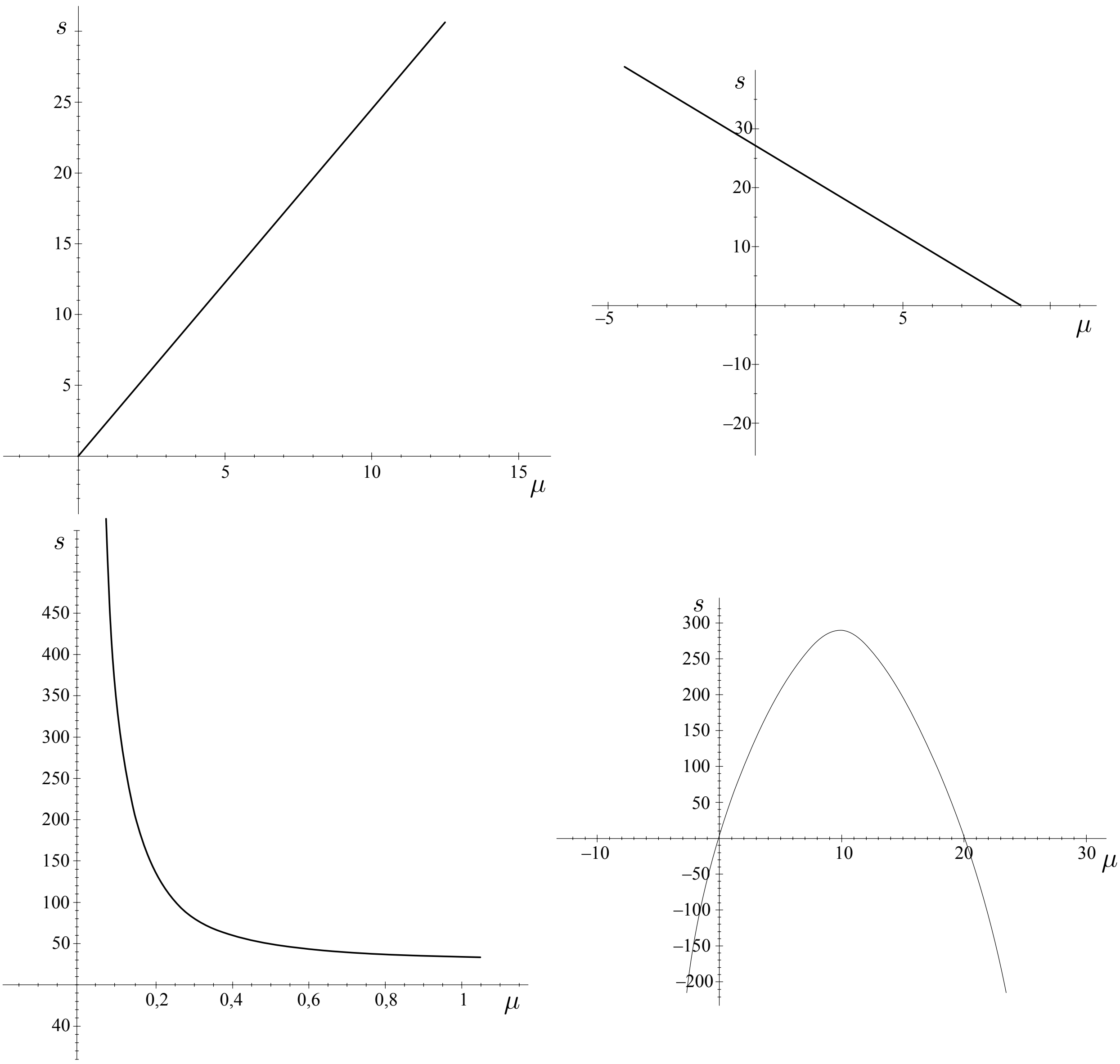
Ha a kérdés feladatot is tartalmaz, a jelölt a feladatra maximum 4 pontot kap a feladatmegoldás eljárásának szabályossága, az eredmény pontossága, a grafikonok esztétikus képe, a felírás érthetősége, a szabályos egységek alkalmazása és az önállóság alapján. A maradék pontokat a jelölt a fent említett kritériumoknak megfelelően kapja meg.

A 2004. év után elfogadott programok jelöltjei számára az iskolában tanító szaktanárok készítik el a vizsga feladatlapjait. Minden vizsgalapon egy helyzet van a jelölt szakterületéről, valamint olyan kérdések, amelyek ebből a helyzetből következnek, és lefedik a különböző matematikai ismeretanyagot és az egyes témekörök céljait.

Egy vizsgalap mintája:

a) A Ljubljana és Maribor közti 122 km-es távolság megtételéhez 1 óra 20 percre volt szükségünk. Az autónkon 175/70 R 13 82 S M+S jelölésű pneumatikánk volt. Milyen fordulatszámot ért el az autó négy kereke? Magyarázza meg a megoldást!

b) A 80 km/h sebességnél a fékút (s) a súrlódási együtthatótól (μ) függ, ez a függés az $s = 25{,}17\mu^{-1}$ egyenlettel van megadva. Az alábbi grafikonok közül melyik mutatja be ezt a függést? Indokolja a választását!



c) A kiválasztott grafikon alapján írja le az $s(\mu) = 25,17\mu^{-1}$ függvény jellegzetségeit (az értéktartományt, az értékkészletet, a párosságát, ill. páratlanságát, a növekedését, ill. a csökkenését).

A szóbeli vizsga értékelése:

A jelölt a szaktanártól összesen 30 pontot kap – az egyes feladatok nehézségi fokának, terjedelmének függvényében.

A pontok odaítélésében a következő kritériumokat vesszük figyelembe:

- a megfelelő matematikai nyelv alkalmazása a kommunikációban,
- a helyzetek összekapcsolása a matematikai fogalmakkal, eljárásokkal és stratégiákkal,
- az eljárások kiválasztása és ezek helyes megvalósítása,
- a diák absztrakt és szisztematikus elemzési szintje, a deduktív következtetés elemei,
- a technológiai segédeszközök megfelelő alkalmazása,
- a kiválasztott eljárások indoklása, a megoldás stratégiájának és helyességének indokolása.

7. AJÁNLOTT FORRÁSOK ÉS IRODALOM

Az érettségi vizsgára való felkészülésben a diákok a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa által jóváhagyott tankönyveket és taneszközöket használják. A jóváhagyott tankönyvek és taneszközök jegyzéke a **Középiskolai tankönyvkatalógusban** található, amely a Szlovén Köztársaság Oktatási Intézete honlapján www.zrss.si olvasható.

A MATEMATIKA SZAKMAI ÉRETTSÉGI TANTÁRGYI VIZSGAKATALÓGUSA

A katalógust készítették:
Svjetlana Ćirkovič
Marjan Hafner
Draga Jan
Jože Pavlišič
Majda Škrinar-Majdič

Nyelvi lektor:
Helena Škrlep

Fordította:
Silvija Vučak Virant

Lektorálta:
dr. Anna Kolláth

A vizsgakatalógust a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa a 2007. július 5-i, 104. ülésén fogadta el, és a 2009. évi tavaszi vizsgaidőszaktól az új vizsgakatalógus hatályba lépéséig érvényes.
A katalógus érvényességéről az adott évben az adott évi szakmai érettségi vizsgakatalógus rendelkezik.

Kiadta
DRŽAVNI IZPITNI CENTER
A kiadásért felel: **mag. Darko Zupanc**

Szerkesztő:
Joži Trkov

Formázás: Barbara Železnik Bizjak

Tördelés: Dinka Petje, Nataša Poč
Nyomda: Državni izpitni center
Ljubljana 2007

A katalógus ára: 3,80 EUR

A tudáskatalógus belső használatra készült.