

# KÖZÉPFOKÚ SZAKMAI KÉPZÉS (SPI)

## TANTERV

### MATEMATIKA

**213 óra**

A tantervet a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa 2007. február 15-én, a 99. ülésén hagyta jóvá.

## TARTALOMJEGYZÉK

I. A TANTÁRGY BEMUTATÁSA .....	3
II. ÓRASZÁMOK A TANTERV ALAPJÁN .....	3
III. IRÁNYADÓ CÉLKITŰZÉSEK , KULCSKOMPETENCIÁK, ÚTMUTATÓK A KULCSKOMPETENCIÁK FEJLESZTÉSÉHEZ .....	3
3.1 Irányadó célkitűzések.....	3
3.2 Kulcskompetenciák.....	4
3.3 Útmutatók a kulcskompetenciák fejlesztéséhez.....	5
Megközelítés.....	5
A kulcskompetenciák fejlesztése és értékelése.....	5
Differenciálás.....	7
Kapcsolat a szakmai és más tantárgyakkal.....	8
Technológia.....	8
A matematika szakos tanár szerepe.....	8
IV. OPERATÍV CÉLOK.....	9
1. téma: SZÁMOK ÉS SZÁMTANI MŰVELETEK.....	10
1.1 Természetes és egész számok.....	11
1.2 Racionális számok.....	13
1.3 Valós számok .....	16
2. téma: MENNYISÉGEK KÖZÖTTI ÖSSZEFÜGGÉSEK.....	18
2.1 Függvény.....	18
2.2 Lineáris függvény és lineáris egyenlet.....	18
2.3 Lineáris függvény és lineáris egyenlet (választható témakör).....	20
2.4 Másodfokú függvény és másodfokú egyenlet.....	21
2.5 Másodfokú függvény és másodfokú egyenlet (választható témakör).....	22
2.6 A modellezés alapjai .....	23
2.7 Exponenciális függvény és exponenciális egyenlet (választható témakör).....	24
2.8 Logaritmus, logaritmusfüggvény és logaritmikus egyenlet (választható témakör).....	25
2.9 Kamatoskamat-számítás (választható témakör).....	26
3. téma: GEOMETRIA ÉS MÉRÉS.....	27
3.1 A mértékegységek és a mennyiségek mérése.....	27
3.2 Geometria .....	27
3.3 Vektorok (választható témakör).....	31
4. téma: ADATFELDOLGOZÁS .....	33
4.1 Az adatfeldolgozás és a statisztika alapjai .....	33
V. AZ ELLENŐRZÉS ÉS AZ ÉRTÉKELÉS MÓDJAI .....	34

VI. MÓDSZERTANI–DIDAKTIKAI ÚTMUTATÓK .....	36
Módszertani útmutatók .....	36
Javaslatok a matematika tantárgynak a szakmai programba történő integrálására .....	36

## I. A TANTÁRGY BEMUTATÁSA

A középfokú szakmai képzésben a matematika oktatásába – figyelembe véve a résztvevő diákok csoportjának szerkezetét – bele kell vonni a modern szaktevékenységek sajátosságait. Minden szakterület egyre jobban matematizált, de maga a matematika már kevésbé látható, hiszen mindaz a technológiában (számítógépes programokban, matematikai modellekben, gépezetekben és termékekben) rejtőzik. A munkahelyeken egyre kevésbé fontosak a számtani műveletek, annál lényegesebb a fogalmak megértése, valamint annak a képessége, hogy az egyén a szakterületén össze tudja kapcsolni a matematikai ismereteket az adott szituációkkal. Ezeken keresztül nyer értelmet a manapság rendelkezésre álló technológiai eszközök használata és alkalmazása az adott szakmában. A diákok számára az elsajátított tudásanyag eligazodást nyújt a saját szakterületükön végzett tevékenységekhez, továbbá biztosítja, hogy tovább tudjanak tanulni.

## II. ÓRÁK SZÁMA A TANTERV ALAPJÁN

1. évfolyam		2. évfolyam		3. évfolyam		összesen
Heti óraszám	Éves óraszám	Heti óraszám	Éves óraszám	Heti óraszám	Éves óraszám	
3	99	2	66	3	48	213

A fent felsorolt matematikaórákat a kötelező témaköröknek és az iskola által kijelölt, a szakterület követelményeihez igazodó, választható témaköröknek a tárgyalására kell szánni. Ezek a választható témakörök feldolgozhatók a matematikaórákon, illetve a szakmai vagy egyéb elméleti tantárgyak keretében. Néhány témakört pedig olyan tantárgyközi projektekkel javasolt bemutatni, amelyeknél a matematika szakos tanár is közre tud működni. Az egyes témakörök ilyen jellegű sajátosságai a jelen tanterv ötödik fejezetben találhatóak.

Javasolt, hogy a továbbtanulást és a magasabb szintű felkészülést szolgáló, szabadon választható témakörök a nyitott tanterv keretein belül kerüljenek tárgyalásra, és azok a résztvevők számára opcionálisok legyenek.

## III. ÚTMUTATÓ CÉLKITŰZÉSEK, KULCSKOMPETENCIÁK, ÚTMUTATÓK A KULCSKOMPETENCIÁK FEJLESZTÉSÉHEZ

### 3.1 Irányadó célkitűzések

1. Az oktatásban résztvevők minél magasabb szintű matematikai műveltségének az elérése. A matematikában az „írástudás” a következőket jelenti:
  - a. önállóan kell tudni a számokkal, az aritmetikai műveletekkel dolgozni, továbbá alkalmazni kell a számokkal kapcsolatos műveleteket a szakterületén és a mindennapi életben;
  - b. érteni kell a matematikai eszközökkel (diagramokkal, táblázatokkal, képletek) bemutatott információkat;
  - c. képességet arra, hogy kritikus módon, továbbá felelősségteljes gondolatmenettel legyen képes alkalmazni a matematikai fogalmakat és eszközöket más területeken (a mindennapi szituációkban, szakterületén és más tantárgyaknál);
  - d. értékelése a matematika igazságának, szépségének és hasznosságának, ami feltétele annak, hogy a diák a tárgyat örömmel és haszonnal alkalmazza.
2. Azon matematikai ismeretek fejlesztése és elsajátítása, amelyek szükségesek a többi tantárgy

sikeres megtanulásához, valamint a diák leendő szakmájában a tevékenységek eredményes elvégzéséhez.

3. Azon kellően stabil és szisztematikusan felépített alapok fejlesztése, valamint elsajátítása, amelyek a szakiskolai programot kiegészítő programban (PTI) való továbbtanuláshoz szükségesek.

### 3.2 Kulcskompetenciák

A középfokú szakmai képzésben a matematika tantárgy kapcsán megfogalmazott célok bizonyos kulcskompetenciák fejlesztésével érhetők el. A lenti táblázatban a kompetenciák és az azokhoz kapcsolódó célkitűzések szerepelnek.

Kompetenciák	A tanítás tartalmaz(za)
<p>1. Az alapvető matematikai fogalmak megértése, illetve alkalmazása</p> <p>2. Az adatok gyűjtésének, rendszerezésének és elemzésének a képessége</p> <p>3. A matematikai eszközök használatának a képessége a kommunikációs folyamatokban</p> <p>4. A matematikai műveletek végrehajtásában a technológia alkalmazásának a képessége</p> <p>5. Az értelmezés és a kritikus hozzáállás képessége a matematika alkalmazásánál a szakterületén</p> <p>6. A matematikai problémák megoldásának a képessége</p> <p>7. A munkafolyamatok megtervezésének és megszervezésének a képessége</p> <p>8. Képesség csoportban történő együttműködésre</p> <p>9. A matematika kulturális értéként történő elfogadása és felfogása</p> <p>10. Önbizalom a saját matematikai képességeit illetően, a pozitív önkép fejlesztése</p>	<p>A következő területek tárgyalását:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• számok és műveletek,</li> <li>• mennyiségek közötti összefüggések (függvények),</li> <li>• az algebra alapjai (algebrai kifejezések, egyenletek),</li> <li>• mérés, sík- és térgeometria, szögfüggvények,</li> <li>• adatfeldolgozás.</li> </ul> <p>A következő eszközök alkalmazását:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• numerikus számológép, grafikus számológép, számítógépes programok a matematikai folyamatok végrehajtásánál és matematikai problémák megoldásánál.</li> </ul> <p>Olyan szituációkat, amelyeknél a diák fejleszti a következő kompetenciáit:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• a felhasznált matematikai eszköz (modell) alkalmasságának a megítélését szakmájában,</li> <li>• a matematikai eredmények és elemzések értelmezésének képességét a szakmájában,</li> <li>• a matematikai számítások felhasználásánál kritikus viszonyulást a szakmájában,</li> <li>• zárt és nyitott matematikai problémák megoldási stratégiáinak az ismeretét (a szakmájában is),</li> <li>• a problémamegoldás során a matematikai és szakmai kontextusban történő tervezés képességét.</li> </ul> <p>Olyan tevékenységeket és szituációkat:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• amelyeknél a diákok teammunka keretében oldanak meg matematikai feladatokat,</li> <li>• amelyeknél a diákok matematikai feladatokat oldanak meg komplex szakmai szituációkban,</li> <li>• amelyek közel állnak a diákok világszemléletéhez,</li> </ul>

számukra fontosak, érdekesek, és alkalmasak arra, hogy azok megoldásával bizonyítsák a tudásukat.

### 3.3 . Útmutatók a kulcskompetenciák fejlesztéséhez

#### Megközelítés

A szakmunkásképzőkben a matematikát nem deduktívan tanítjuk, hanem olyan, a mindennapi életből és a szakmai szituációk kontextusából származó helyzetek bemutatására, amelyeket a diákok ismernek. Ez természetesen nem azt jelenti, hogy elsősorban a matematikának az adott szakterületen történő alkalmazása, illetve a matematikai és a szakmai ismeretek párhuzamosan kerülnének megtanításra. Valójában arról van szó, hogy a matematikai ismeretek elsajátításánál mindenekelőtt olyan szituációkból kell kiindulni, amelyek a diákok számára érthetőek, és amelyek tárgyalásakor otthonosan érzik magukat. Ezek az összefüggések alkalmat teremthetnek arra, hogy a diákok a matematikai kérdésekről önállóan gondolkodjanak, kialakítsák a szükséges matematikai fogalmakat, valamint kifejlesszék absztrakciós képességeiket.

#### A kulcskompetenciák fejlesztése és értékelése

Kulcskompetenciák	A kompetencia fejlesztése	A kompetencia értékelése
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Az alapvető matematikai fogalmak megértése és alkalmazása</li> <li>• Képesség a matematikai problémák megoldására</li> </ul>	<p>Az egyes matematikai tartalmaknál olyan szituációkból kell kiindulni, amelyek a diákok számára ismertek és érthetőek. A matematikai fogalmak általánosítása és absztrakciója rendszerint a vizsgált helyzettel összefüggésben történik meg, továbbá figyelembe kell venni a diákok képességeit.</p> <p>A problémák kapcsolódjanak a szakmához, illetve olyan területekhez, amelyekben a diákok otthonosan érzik magukat.</p> <p>Kiemelkedő fontosságú a matematikai fogalmak megértése, a fogalmaknak a szakmai és egyéb területekhez történő kapcsolása, valamint a megértési stratégiák ismerete. Közben kisebb hangsúly kerül a diákok számára nehezen érthető és technológiai segédeszközökkel is megoldható eljárások hibátlan megvalósítására.</p>	<p>A kompetenciák értékelésének megfelelő formái:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• írásbeli tudásfelmérő dolgozatok,</li> <li>• szóbeli feleltetés, illetve ellenőrzés megbeszéléssel,</li> <li>• szemináriumi dolgozatok.</li> </ul> <p>A kompetenciák értékelésénél a következőkre kell figyelni:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• a szituáció leírására megfelelő matematikai fogalommal,</li> <li>• a szituáció összekapcsolására matematikai fogalmakkal, folyamatokkal és megfelelő stratégiákkal,</li> <li>• a választásra és a folyamatok helyes végrehajtására,</li> <li>• a helyes számításokra, illetve megoldási eljárásra,</li> <li>• a megoldások helyességének indoklására.</li> </ul>

<ul style="list-style-type: none"> <li>• Az adatok gyűjtésének, rendszerezésének és analizálásának képessége</li> <li>• A kommunikációban a matematikai eszközök használatának képessége</li> </ul>	<p>Fontos, hogy a diákok találkozzanak olyan összetett feladatokkal, amelyeknél megadott adatokkal dolgoznak, és/vagy azokat különböző módokon (táblázattal, többféle diagrammal, szövegesen) mutatják be.</p> <p>Lényeges, hogy a diákok lássanak olyan feladatokat, amelyeknél nagy mennyiségű, esetlegesen túl sok adat áll rendelkezésre, és olyanokat is, ahol túl kevés (ezeket önállóan kell megtalálniuk).</p> <p>A diákok ismerjenek meg olyan feladatokat, amelyeknél önállóan kell a mérésekből vagy másodlagos forrásokból kapott adatokat összegyűjteni és rendezni.</p> <p>Ezek az ismeretek főleg a matematikai és tapasztalati kutatások, illetve projektfeladatok keretében kerülnek fejlesztésre a tanórákon vagy interdiszciplináris keretek közt.</p>	<p>A kompetenciák értékelésének megfelelő formái:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• az írásbeli tudásfelmérőknél komplex feladatok,</li> <li>• matematikai és tapasztalati kutatások (azaz nyílt problémák tárgyalása – az adatgyűjtéstől és a kérdésfeltevéstől a feladat elkészítéséig, valamint a beszámoló bemutatásáig),</li> <li>• projektmunkák.</li> </ul> <p>A kompetenciák értékelésénél a következőkre kell figyelni:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• a megoldás teljessége, valamint a megoldási terv megfelelősége</li> <li>• a procedurális tudás jelenléte a megoldás egyes részeiben</li> <li>• az adatgyűjtés és -elemzés megfelelősége és összetettsége,</li> <li>• a megállapítások alátámasztása, kritikus hozzáállás az összegyűjtött és értelmezett adatok elemzése során.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• A technológia alkalmazásának képessége a matematikai műveletek végrehajtásában.</li> </ul>	<p>A technológiai eszközök (numerikus és grafikus számológépek, számítógépes táblázatkezelő programok; a geometriai szerkesztésekhez és kutatásokhoz használható, illetve az egyes algebrai műveleteket végző számítógépes programok) a következő esetekben kerülnek felhasználásra:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- amikor segítséget nyújtanak abban, hogy a diákok leküzdjék saját nehézségeiket a rutinfeladatoknál: pl. számtani és algebrai műveleteknél stb.</li> <li>- a stratégiák és komplexebb szituációk tanításakor;</li> <li>- amikor a diákok a technológiai eszközök matematikai műveletek megoldási eljárásait tanulják</li> </ul>	<p>A kompetenciák értékelésének megfelelő formái:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• matematikai és tapasztalati vizsgáldások,</li> <li>• projektmunkák,</li> <li>• írásbeli tudásfelmérő dolgozatok,</li> <li>• szóbeli feleltetés, illetve ellenőrzés megbeszéléssel.</li> </ul> <p>A matematikai feladatok és problémák megoldása során, a kompetenciák értékelésénél figyelni kell a technológiai eszközök használatának minőségére.</p>

	technológiai eszközök segítségével.	
<ul style="list-style-type: none"> <li>• Az adatok értelmezésének és kritikus értékelésének képessége a szakterületén</li> <li>• A munkafolyamatok megtervezésének és megszervezésének képessége</li> <li>• Képesség csoportban történő közreműködésre és összedolgozásra</li> </ul>	<p>A diákok találkoznak a szakmájukkal összefüggő bonyolult és kevésbé összetett modellezési példákkal. Ennek során nem annyira kell hangsúlyozni a folyamat matematikai aspektusát, sokkal inkább a használatát és alkalmasságának értékelését, valamint az esetleges összekapcsolódásokat.</p> <p>A diákok a matematikaórákon vagy több tantárgy keretein belül nagyobb szabású (nem feltétlenül bonyolult) problémákkal foglalkoznak. Legjobb, ha a probléma megoldása csapatban történik, és megelőzi azt a munka célszerű megtervezése.</p>	<p>A kompetenciák értékelésének megfelelő formái:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• matematikaórán nehezebb, a szakterületükkel összefüggő feladatok megoldása,</li> <li>• projektmunka kidolgozása a matematikaórákon vagy több tantárgy keretén belül.</li> </ul> <p>A kompetenciák értékelésénél a következőkre kell figyelmeseknek lenni:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• a kiválasztott matematikai modell alkalmasságára az adott szituáció tárgyalásakor,</li> <li>• a megfelelő modell használatára a be- és a kimenő adatok helyes, továbbá célszerű feldolgozása során,</li> <li>• a matematikai modellezés alapjainak ismeretére,</li> <li>• megfelelő szakértelemmel kapcsolja össze a szituációt a modellel, továbbá helyesen alkalmazza azt.</li> </ul>
<ul style="list-style-type: none"> <li>• A matematika kulturális értéként való elfogadása és felfogása</li> </ul>	<p>A matematikaórákon a diákok olyan számukra fontos és érdekes szituációkkal találkoznak, amelyeknél bemutathatják tudásukat, és felismerhetik, hogy a matematika célja a világ jobb megértése, és ebben az értelemben egy minőségibb élet megvalósítása.</p>	

## Differenciálás

A középfokú szakmai képzésben a matematika tanításánál kétfajta differenciálást vezetünk be.

### 1) A témakörök választhatósága a program alapján

A tantervben KÖTELEZŐ és VÁLASZTHATÓ témaköröket különböztetünk meg. A kötelező témakörök a középfokú szakmai képzés (SPI) valamennyi programjában tárgyalásra kerülnek. A választható témakörök pedig csak a program vagy az iskola döntése alapján. Egyes választható témaköröknél figyelembe kell venni a különböző szakterületek sajátosságait és igényeit, más tartalmak pedig fontosak lehetnek a szakiskolai programot kiegészítő képzésben (PTI-ben) történő sikeres továbbtanuláshoz. A tanmenetben a választható tartalmak feldolgozására további

matematikaórákat kell biztosítani.

## 2) Az ismeretek differenciálása az oktatásban résztvevők képességei és céljai szerint

Az egyes operatív céloknál meghatároztunk ALAP és HALADÓ ismereteket. Az alapismeretek elengedhetetlenül fontosak a középfokú szakmai képzés sikeres elvégzéséhez, valamint a sikeres munkához abban a szakmában, amelyre a résztvevőket képezik. A haladó ismeretek pedig alapvetőek a szakmai előmenetelhez vagy a szakiskolai programot kiegészítő programban (PTI) történő továbbtanuláshoz.

A tanórákat úgy kell megszervezni, hogy az oktatás minden résztvevője számára biztosított legyen az alapismeretek, valamint esetlegesen a haladó szintű ismeretek megszerzése. Arra törekszünk, hogy az alapvető tudástartalmakat valamennyi diák meg tudja tanulni. Nem feltétlenül szükséges azonban, hogy minden diák elsajátítsa a haladó tudáselemeket, de esélyt kell erre teremteni. Mindez belső differenciálással és az egyéni képességek figyelembevételével érhető el.

### **Kapcsolat a szakmai és más tantárgyakkal**

A diákok az elsajátított matematikai ismereteiket más tantárgyaknál is alkalmazzák. Miként már korábban is említésre került, a matematika tanítása során elsősorban a szakterület sajátosságaihoz és a mindennapi élethelyzetekhez kell kapcsolódni, hogy a tantárgyhoz kötődő ismeretekre építve megkönnyítsük a diákok (alacsonyabb absztrakciós szintű) gondolkodását, továbbá meggyőzzük őket a matematikai ismeretek fontosságáról. A matematika elsajátítása során azonban nem tanítjuk, hogy az elsajátított ismereteket miként lehet felhasználni az adott szakterületen.

Néhány matematikai ismeretet, főként az adatfeldolgozással kapcsolatosakat, célszerű egyidejűleg tárgyalni más tantárgyakkal (pl. projekteknel). Természetesen ezeket a tudáselemeket a diákok a matematika szakos tanár útmutatásai alapján sajátítják el.

### **Technológia**

A technológia szakszerű alkalmazásának képessége fontos a matematikai problémák megoldása során, valamint a választott szakterületen a sikeres munkához. A diákok a matematikaórákon megismerkednek a numerikus és a grafikus számológéppel, valamint a számítógépes programokkal, és használják is azokat. Az alkalmazott számítási eszközök összhangban vannak a szakmájuk követelményeivel. Különböző számítógépes programokat alkalmaznak: pl. számítógépes táblázatkezelő, dinamikus geometriai, továbbá olyan egyéb, bizonyos szakmai területeken használatos szoftvereket, amelyek segítik a szerkesztéseket, a háromdimenziós modellezést, valamint a matematika tanulását vagy alkalmazását.

A technológia használata lehetővé teszi a komplex és valós szituációk tárgyalását, valamint a bonyolultabb matematikai folyamatok megtanulását. A technológia alkalmazásának készsége más tantárgyak sikeres elsajátítása szempontjából is fontos. A matematikaórákon továbbá felhasználásra kerülnek technológiai eszközök annak érdekében is, hogy a szerényebb számolási készségekkel rendelkező vagy a tudás elsajátításában hiányosságaik miatt akadályozott diákok is képesek legyenek megtanulni a tantárgyat.

### **A matematika szakos tanár szerepe**

A szakiskolai programban a matematika szakos tanár az iskola „szakkörnyezetének” a része. Jól informálnak kell lennie azokról a szakterületekről, amelyeket a diákok tanulnak. A tanárnak ismernie kell a tevékenységeikhez használható technológiai eszközöket, a szaknyelvet, a munkájukhoz kapcsolódó szabályokat és módszereket, valamint szervezési feladatokat stb., El kell látogatnia a tanműhelyben is. Hiszen csak így tudja a szakterület elemeit eredményesen és



meggyőzpen beépíteni a matematikaórákba. Ennek okán a pedagógus képes lesz arra, hogy jobban megértse a diákokat, következésképpen pedig a diákok könnyebben fogadják el a személyét, valamint magát a matematikát szakmájuk és életük fontos alkotóelemeként.

## IV. OPERATÍV CÉLOK

Ez a fejezetet a következő négy főtemából áll:

1. téma: SZÁMOK ÉS SZÁMTANI MŰVELETEK
2. téma: MENNYISÉGEK KÖZÖTTI ÖSSZEFÜGGÉSEK
3. téma: GEOMETRIA ÉS MÉRÉS
4. téma: ADATFELDOLGOZÁS

Az egyes témák több témakört tartalmaznak. Bizonyos témakörök az SPI minden programjában kötelezőek, néhány pedig választható.

A választható témaköröket külön jelöltük és a program vagy iskola választásától függ, hogy tárgyalják-e őket. A választható témakörök közül némely figyelembe veszi különböző szakmák sajátosságait és igényeit, míg mások elengedhetetlenül fontosak a szakiskolai képzést kiegészítő programban (PTI) történő sikeres továbbtanuláshoz. Bizonyos választható témakörök tárgyalására további matematikaórákat kell biztosítani.

Az egyes operatív céloknál ALAP és HALADÓ ismeretek kerültek meghatározásra. Az alapismeretek elengedhetetlenül fontosak a középfokú szakmai képzés sikeres elvégzéséhez, illetve a választott szakterületen belül történő munkavégzés során. A haladó ismeretek pedig nélkülözhetetlenek a szakmai előmenetelhez, valamint a szakiskolai képzést kiegészítő programban (PTI-ben) történő továbbtanuláshoz.

A tanórákat úgy kell megszervezni, hogy az oktatás minden résztvevője számára biztosított legyen az alapismeretek megszerzése, valamint a haladó szintű tudás elsajátításának a lehetősége is. Arra kell törekedni, hogy minden diák megtanulja az alapismereteket. Nem feltétlenül szükséges azonban, hogy valamennyi diák elsajátítsa a haladó ismereteket, de esélyt kell erre teremteni. Mindez belső differenciálással és az egyéni képességek figyelembevételével érhető el.

## 1. téma: SZÁMOK ÉS SZÁMTANI MŰVELETEK

1.1. Természetes és egész számok			
Operatív célok	Az operatív cél alapfokú ismeretei	Az operatív cél haladó fokú ismeretei	Módszertani útmutatók
<b>A diák megkülönbözteti a számfogalmat, a számot és a számjegyet.</b>	A diák megkülönbözteti a szám fogalmát, a számot és a számjegyet, érti és alkalmazza azokat a mindennapi életből és a szakterületéről származó szituációkban.		A tanár ellenőrzi és felméri a diákok előismereteit, illetve megismeri az ezekről a fogalmakról elsajátított tudásukat. Tanácsos, hogy a bemutatott példák a mindennapi életből vagy a szakterületéről származó szituációkkal legyenek kapcsolatosak, illetve azokból induljanak ki.
<b>A diák használja a számok különböző ábrázolási módjait.</b>	A természetes és egész számokat különböző módokon ábrázolja (szimbólumokkal, betűkkel, illetve grafikus módon pontokkal megjeleníti a számegyenesen).		A diákok a fogalmakat és a szám ábrázolásának különböző módjait a problémamegoldás során, matematikai témájú beszélgetésekben, eszmecserékben, magyarázatokban alkalmazzák.
<b>A diák érti a tizedes számok decimális helyiértékes írásmódját.</b>	A diák érti a tizedes jelölési rendszert, és képes kerekíteni az egész számot megadott pontossággal. Ismeri a $10^n$ hatványt, a közelítő értéket felírja $a_0 \cdot 10^n$ alakban, és ezeket a műveleteket alkalmazza az eredmény megbecsléséhez.	A diák tudja tagolni a számot, és képes azt felírni a következő alakban: $a = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$	A diák ismeri és érti a „nagy” számok megjelenítését a számológép képernyőjén.
<b>A diák érti az ellentett érték és az egész szám fogalmát.</b>	A diák felhasználja az ellentett érték és az egész szám fogalmát. Számegyenesen megjeleníti a számok helyét, valamint műveleteket végez velük.	A diák megkülönbözteti a mínuszjel három jelentését, az abszolút érték jelentését, és műveleteket végez olyan kifejezésekkel, amelyek abszolút értékeket tartalmaznak.	

<p><b>A diák műveleteket végez a természetes és egész számokkal.</b></p>	<p>A diák érti és használja a számtani műveletek elnevezéseit, alkalmazza azokat és tulajdonságaikat a számkifejezések értékének kiszámítása során. Helyesen és megbízhatóan kezeli a számológépet.</p>		<p>A diák az alapvető aritmetikai műveleteket írásban, szóban és számológéppel is képes elvégezni. Gyakorolja a műveleteket, a várt eredményt megbecsli, illetve a kapott megoldáshoz kritikusan viszonyul.</p>
<p><b>A diák ismeri a hatvány fogalmát, és műveleteket végez azokkal.</b></p>	<p>A diák ismeri a természetes kitevőjű hatvány fogalmát, elmagyarázza a hatványműveletek szabályait, és alkalmazza azokat a számkifejezések értékének kiszámításakor.</p>	<p>Alkalmazza a hatványműveletek szabályait az algebrai kifejezésekkel végzett műveleteknél.</p>	
<p><b>A diák meghatározza a szám osztóit és többszörőseit.</b></p>	<p>A diák alkalmazza az osztó és a többszörös fogalmát, meghatározza a szám osztóit és többszörőseit, valamint a számot képes felbontani prímtényezőire. Megkülönbözteti a prímszámokat és az összetett számokat. A diák megkülönbözteti a páros és a páratlan számokat, továbbá felismeri a 10-zel, 100-zal és 1000-rel osztható számokat.</p>	<p>A diák ismeri az oszthatósági relációt, és érti a relatív prímelek fogalmát. Tisztában van a 3-as, 4-es, 5-ös és 9-es számok oszthatósági szabályaival.</p>	
<p><b>A diák meghatározza a számok közös osztóit és többszörőseit.</b></p>	<p>A diák próbálkozással, illetve prímtényező felbontással meghatározza két vagy több szám közös osztóit és a legnagyobb közös osztójukat. Meghatározza két vagy több szám közös többszörőseit és a legkisebb közös többszörösét próbálkozással, valamint prímtényező felbontás segítségével.</p>	<p>A diák ismeri a maradékos osztás alaptételét, és alkalmazza az euklidészi algoritmust a legnagyobb közös osztó kiszámításához.</p>	
<p><b>A diák műveleteket végez az algebrai kifejezésekkel.</b></p>	<p>A diák kiszámítja olyan algebrai kifejezés értékét, amelyben egy vagy több változó szerepel.</p>	<p>A diák egyszerűbb alakra hozza az algebrai kifejezéseket (összead, kivon, szoroz egytagú és többtagú kifejezéseket).</p>	

		A diák egyszerűbb alakra hozza a kéttagú kifejezés négyzetét, és szorzattá alakítja az egyszerű algebrai kifejezéseket. Ennél alkalmazza a következő műveleteket: kiemeli a közös tényezőt, szorzattá alakítja a négyzetek különbségét és Viète-képlettel elvégzi ugyanezen műveletet a háromtagú kifejezéseknél.	
--	--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

<b>1.2. Racionális számok</b>			
Operatív célok	Az operatív cél alapfokú ismeretei	Az operatív cél haladó fokú ismeretei	Módszertani útmutatók
<b>A diák ismeri a tört egyszerű fogalmát, továbbá képes felismerni a törtet a mindennapi életben és a szakterületén.</b>	A diák a törtet az egész részeként értelmezi, leírja és érti őket (pl. harmad, fél, háromnegyed ...). Alkalmazza a törtet mérőszámként.		A tanár ellenőrzi és felméri a diákok előismereteit, illetve megismeri a törtéről elsajátított tudásukat. A diák a tevékenységek során fejleszti ismereteit a tört, a mérés és az osztás közötti összefüggésekről. A diák szakterületével kapcsolatos példákat is fel kell használni. A diák megérti a következő összefüggéseket: $\frac{1}{10} \text{ liter} = 1 \text{ dl}$ $\frac{3}{4} \text{ h} = 45 \text{ min}, 1 \text{ s} = 1/60 \text{ min},$ $1^\circ = \text{a teljesség } 1/360\text{-ad része stb.}$
<b>A diák ismeri a tört különböző szemléltetési módjait.</b>	A diák érti a számláló, a nevező és a törtvonal fogalmát. Alkalmazza a tört ábrázolásának a különböző módjait: pl. szavakkal, rajzzal, törtvonallal, tizedes törttel... A diák megbecsli a tört képének helyét a számegyenesen, továbbá ábrázolni is tudja azt, valamint képes leírni a törtet abban az esetben		A diák tanulmányozza a következő törték képeit: $0 \leq \frac{a}{b} \leq 1, \frac{a}{b} > 1, \frac{a}{b} < 0$

	is, ha annak képe a számegeyenesen a megfelelő osztópontokra illeszkedik.		
<b>A diák érti, és képes megindokolni a törtek ekvivalenciáját.</b>	A diák meg tudja magyarázni az a tört képeinek egyenértékűségét a számegeyenesen ábrázolt helyével, továbbá a törtek bővítésével és egyszerűsítésével, valamint a fennálló arányok összehasonlításával.	A diák az algebrai törtek ekvivalenciáját a törtek bővítésével, illetve egyszerűsítésével indokolja.	A diák szakterületével kapcsolatos példákat kell használni.
<b>A diák ismeri a közös nevező fogalmát.</b>	A diák meghatározza fejben a közös nevezőt szorzattá alakítással, és közös nevezőre bővíti a törteket. Összehasonlítja, és nagyságuk szerint rendezi a törteket.	A diák összekapcsolja a közös többszörös és a közös nevező, valamint a legkisebb közös többszörös és a legkisebb közös nevező fogalmát. Meghatározza az algebrai törtek közös nevezőjét, és a törteket közös nevezőre hozza.	
<b>A diák a törtekkel műveleteket végez.</b>	A diák összeadja, kivonja, szorozza, osztja és hatványozza a törteket, valamint kiszámítja az egyszerű törteket tartalmazó kifejezések értékét.	A diák összeadja, kivonja, szorozza és osztja az algebrai törteket, valamint egyszerűbb alakra hozza a kifejezéseket. Egyszerűbb alakra hozza az emeletes törteket, és műveleteket végez velük.	A diák a törtekkel végzett műveleteket írásban, szóban és számológéppel is képes elvégezni.
<b>A diák a mindennapi életből és a szakmájából keres példákat a tizedes törtek előfordulására.</b>	A diák ismeri a tizedes törteket, leírja és kiolvassa azokat.		A tanár ellenőrzi és felméri a diákok előismereteit, illetve megismeri a tizedes törtekről elsajátított tudásukat. A diákok megvizsgálják a törtek és tizedes törtek alkalmazását saját szakterületükön.
<b>A diák érti a tizedesvessző és a tizedes helyek értelmét.</b>	A diák érti a tizedesvessző előtti és utáni számjegyek helyiérték alapú lejegyzését, megnevezi őket, valamint tisztában van a tizedesvessző utáni nullák értelmével. Nagyság szerint összehasonlítja és rendezi a tizedes törteket, valamint		

	<p>felrajzolja képüket a számegeyenesen.</p> <p>Érti a <math>10^{-n}</math> hatványt, és alkalmazza a tizedes törtek normálalakját (pl. <math>0,1 = 10^{-1}</math>, <math>0,02 = 2 \cdot 10^{-2}</math>).</p> <p>A diák tetszőleges pontossággal kerekíti a tizedes törteket (pl.: egész részre, két tizedes jegyre, ezredekre, valamint két értékes jegyre).</p>		
<b>A diák felírja a törtet tizedes tört alakban, illetve a tizedes törtet törtalakban.</b>	A diák felírja a törtet tizedes tört alakban, megkülönbözteti a véges és végtelen szakaszos tizedes törteket, valamint képes átváltani a tizedes törteket törtalakba.	A diák a végtelen szakaszos tizedes törteket redukált törtté alakítja át.	— — —
<b>A diák műveleteket végez tizedes törtekkel.</b>	A diák összeadja, kivonja, szorozza, osztja és hatványozza a tizedes törteket, valamint gyököt von belőlük, és alkalmazza az alapvető tulajdonságokat a kifejezések értékének kiszámítása során, mindeközben helyesen és megbízhatóan használja a számológépet is. Az eredményt megbecsli, és a megoldásához kritikával viszonyul.		A diák a tizedes törtekkel végzett műveleteket írásban, szóban és számológép segítségével is elsajátítja. A diák gyakorolja a trükkös számítási módszereket, pl.: a $10^n$ -nel vett szorzás és osztás során, a várt eredmény kerekítésekor és megbecslésekor, valamint az eredmény helyességének értékelésekor.
<b>A diák érti a százalék és ezrelék fogalmát.</b>	A diák ismeri és érti a százalék fogalmát, valamint összekapcsolja azt a rész és az egész összefüggésével. Ezt a korrelációt képpel, törttel és százalékkal ábrázolja.	A diák ismeri és érti az ezrelék fogalmát.	A diák megoldja a mindennapi életből és a szakmai szituációkból származó problémákat.
<b>A diák alkalmazza a százalékszámítást.</b>	A diák kiszámítja a százaléklábat, a százaléértéket vagy az alapot, valamint a százalékszámítást alkalmazza a mindennapi életből és a szakterületéről vett szituációkban.		A diák megoldja a mindennapi életből és a szakmai szituációkból származó problémákat. A témát a tantárgyközi projekteknél is tárgyalni kell.

<b>A diák alkalmazza az arány fogalmát.</b>	A diák ismeri, érti és alkalmazza az arány fogalmát különböző kontextusokban és helyzetekben.		A diák megoldja a mindennapi életből és a szakmai szituációkból származó problémákat.
<b>A diák alkalmazza az aránypárt.</b>	A diák alkalmazza az aránypárt a mindennapi életből vett és a szakterületéről származó szituációk problémáinak megoldása során.	A diák a problémákat összetett (kibővített) aránypárokkal oldja meg, pl. $x : y : z = a : b : c$ .	A diák megoldja a mindennapi életből és a szakmai szituációkból származó problémákat.
<b>A diák megkülönbözteti az egyenesen és fordítottan arányos mennyiségeket.</b>	A diák elemzi a mennyiségek közötti összefüggéseket, és megállapítja, hogy azok egyenesen vagy fordítottan arányosak-e egymással, valamint a problémákat tetszőleges módon (pl. következtetéssel) megoldja.		A tanár a célokat összekapcsolja a mennyiségek közötti összefüggések tárgyalásával. A diák megoldja a mindennapi életből és a szakmai szituációkból vett problémákat.

<b>1.3. Valós számok</b>			
Operatív célok	Az operatív cél alapfokú ismeretei	Az operatív cél haladó fokú ismeretei	Módszertani útmutatók
<b>A diák megkülönbözteti a szám négyzetét és köbét.</b>	A diák megkülönbözteti a szám négyzetét és köbét.		A tanár ellenőrzi és felméri a diákok előismereteit, illetve megismeri a négyzetről és a köbről, valamint a szám négyzet- és köbgyökéről elsajátított tudásukat.
<b>A diák érti az összefüggést a szám négyzetgyöke és négyzete között.</b>	A diák érti az összefüggést a szám négyzetgyöke és négyzete között.		
<b>A diák érti az összefüggést a szám köbgyöke és köbe között.</b>	A diák érti az összefüggést a szám köbgyöke és köbe között.		
<b>A diák ismeri az irracionális szám és a valós számtengely fogalmát.</b>	A diák ábrázolja az irracionális számokat különböző módokon: szimbólumokkal - gyökjellel, közelítő értékével tizedes tört alakban és grafikus módon - a valós számtengelyen megjelölt ponttal.	A diák megszerkeszti a valós számtengelyen az irracionális szám képének helyét.	
<b>A diák műveleteket végez gyökökkel.</b>	A diák kiszámítja azoknak a kifejezéseknek az értékét, amelyekben négyzet- és köbgyökök	Kiemeli a gyökjel elé, amit lehet, és alkalmazza a nevező gyöktelenítését a kifejezések pontos értékének	



	is előfordulnak, a várt eredményt értelemszerűen megbecsli, valamint mérlegeli megoldása helyességét. Szakszerűen és megbízhatóan alkalmazza a számológépet, és meghatározott pontossággal végez számításokat.	kiszámítása során.	
<b>A diák alkalmazza a hatvány, az alap és a kitevő fogalmát.</b>	A diákok a fogalmakat a problémák megoldása során, matematikai témájú beszélgetésekben, eszmecserekből, magyarázatokban alkalmazzák.		
<b>A diák műveleteket végez hatványokkal.</b>	A diák végrehajtja az aritmetikai műveleteket, és alkalmazza az alapvető aritmetikai tulajdonságokat a természetes és egész kitevőjű hatványokkal végzett műveleteknél a valós számok halmazán.	A diák végrehajtja az aritmetikai műveleteket, és alkalmazza az alapvető aritmetikai tulajdonságokat a természetes és egész kitevőjű hatványokkal végzett műveleteknél az algebrai kifejezésekben.	A diák számológéppel számításokat végez.
<b>A diák műveleteket végez a racionális kitevőjű hatványokkal.</b>		A diák a gyököt racionális kitevőjű hatványalakban, valamint a racionális kitevőjű hatványt gyökalakban írja fel. A diák műveleteket végez a racionális kitevőjű hatványokkal.	
<b>A diák ismeri és érti az abszolút és a relatív hiba fogalmát.</b>	A diák kiszámítja pl. egy mérés abszolút és relatív hibáját.	A diák megbecsli az összeg és szorzat hibáját, ha adott az operandusok hibájának becslése.	A diák alkalmazza a hiba megbecslésének módszereit a szakmai követelményeknek megfelelően.

## 2. téma: MENNYISÉGEK KÖZÖTTI ÖSSZEFÜGGÉSEK

<b>2.1. Függvény</b>			
Operatív célok	Az operatív cél alapfokú ismeretei	Az operatív cél haladó fokú ismeretei	Módszertani útmutatók
<b>A diák alkalmazza a sík derékszögű koordináta-rendszerét.</b>	A diák alkalmazza a derékszögű koordináta-rendszert a síkbeli pont helyzetének szemléltetésére, valamint felhasználja azt arra, hogy bemutassa grafikus módszerrel két mennyiség összefüggését.	A diák felsorolja a Descartes-féle derékszögű koordináta-rendszer tulajdonságait.	A koordináta-rendszert a mennyiségek közötti kapcsolat diagrammal történő ábrázolása során vezetjük be.
<b>A diák felismeri két mennyiség összefüggését, és azt ábrázolja táblázattal és grafikonon.</b>	A diák felismeri a szövegben szereplő adatokat, képes táblázatba foglalni azokat, tudja, miként kell grafikonon ábrázolni a táblázat adatait, továbbá értelmezi a grafikonot, és megjeleníti az adatokat táblázattal. A táblázatból és a grafikonról kiolvassa az egyik mennyiség értékét a másik függvényében.	A diák a táblázatból vagy a grafikonról leolvassa két mennyiség összefüggését, és szakszerűen megjósolja az egyik mennyiség változását a másik függvényében.	A mindennapi életből és a szakmából vett valós példák, valamint a grafikonokkal történő adatmegjelenítési típusokból kell kiindulni.

<b>2.2. Lineáris függvény és lineáris egyenlet</b>			
Operatív célok	Az operatív cél alapfokú ismeretei	Az operatív cél haladó fokú ismeretei	Módszertani útmutatók
<b>A diák megkülönbözteti a lineáris összefüggést a többi fajta összefüggéstől.</b>	A diák felismeri a mennyiségek lineáris összefüggését a mindennapi életből vett példák alapján – szöveges leírásból, valamint a táblázatban és a grafikonon történő ábrázolás alapján. A diák tudja, hogy az egyenes arányosság a lineáris összefüggés speciális esete. A diák bemutatja két mennyiség lineáris összefüggését táblázattal és grafikonon. Megállapítja a táblázat vagy		Néhány diák majd csak a lineáris egyenletek megoldásáról tanultak után tudja kitölteni a mennyiségek lineáris összefüggését bemutató táblázatot.

	grafikon alapján a mennyiségek értékeit. Kiegészíti a lineárisan összefüggő mennyiségeket bemutató táblázatot.		
<b>A diák bemutatja a lineáris összefüggést egyenlettel.</b>	A diák bemutatja abban az esetben az egyenes arányosságot szimbólumokkal, egyenlet formájában, amikor az szöveggel, táblázattal vagy grafikonnal adott. Tudja, hogy a lineáris függvény grafikonja egyenes.	A diák a mennyiségek szöveges leírással, táblázattal vagy grafikonnal megadott lineáris összefüggését szimbólumokkal, azaz egyenlet formájában írja fel.	
<b>A diák ismeri a lineáris függvény tulajdonságait.</b>	A diák ismeri a lineáris függvény általános alakját: $y = kx + n$ , a $k$ irányítványozó és az $n$ 0 helyen felvett helyettesítési érték jelentését. A grafikon alapján meghatározza a zérushelyet és a 0 helyen felvett helyettesítési értéket.	A diák kiszámítja a lineáris függvény zérushelyét. Az irányítványozók alapján megállapítja az egyenesek párhuzamosságát vagy merőlegességét. Mindezt felhasználja a lineáris függvény egyenletének felírásánál.	
<b>A diák ábrázolja a lineáris függvény grafikonját.</b>	A diák ábrázolja a lineáris függvény grafikonját, ha adott: - a függvény grafikonjára illeszkedő két pont, - a függvény grafikonjára illeszkedő pont és a 0 helyen felvett helyettesítési érték, - a függvény egyenlete (értéktáblázat segítségével).	A diák ábrázolja a lineáris függvény grafikonját, ha adott: - a grafikonra illeszkedő pont és az irányítványozó. - a függvény egyenlete (az irányítványozó és a 0 helyen felvett helyettesítési érték jelentésének figyelembevételével).	
<b>A diák felismeri az egyenleteket.</b>	A diák megkülönbözteti az egyenletet és a kifejezést.		
<b>A diák megkülönbözteti a lineáris egyenletet a többi típusú egyenlettől.</b>	A diák megkülönbözteti a lineáris egyenletet a többi típusú egyenlettől.		

<b>A diák megoldja a lineáris egyenletet.</b>	A diák tetszőleges módon (következtetéssel, próbálkozással, grafikus módon, diagrammal) megoldja az egyenletet. Ellenőrzést végez, valamint megvizsgálja a megoldási folyamatot és annak értelmét. A diák a nehezebb lineáris egyenletet grafikus számológép felhasználásával oldja meg.	A diák megoldja a lineáris egyenletet ekvivalens átalakítással.	
<b>A diák megold olyan szöveges feladatot, amelyben lineárisan összefüggő mennyiségek vannak.</b>	A diák bármilyen módon megold egy egyszerű szöveges feladatot, ellenőrzi a megoldás helyességét, és értelmezi a megoldás menetét, majd annak jelentését.	A diák megoldja a szöveges feladatot úgy, hogy felismeri a feladatban előforduló mennyiségeket, felírja a megfelelő lineáris egyenletet, értelmezi a megoldás menetét, majd annak jelentését.	

<b>2.3. Lineáris függvény és lineáris egyenlet (választható témakör)</b>			
Operatív célok	Az operatív cél alapfokú ismeretei	Az operatív cél haladó fokú ismeretei	Módszertani útmutatók
<b>A diák meghatározza két egyenes metszéspontját grafikus és algebrai módszerrel.</b>		A diák meghatározza két egyenes metszéspontját grafikus és algebrai úton.	
<b>A diák megoldja a kétismeretlenes lineáris egyenletrendszert.</b>		A diák megoldja a kétismeretlenes lineáris egyenletrendszert.	Elegendő az egyenletrendszer egy megoldási módjának az ismerete.
<b>A diák megold olyan szöveges feladatot, amelyhez kétismeretlenes lineáris egyenletrendszer felírása szükséges.</b>		A szöveges feladat alapján a diák két lineáris egyenletről álló kétismeretlenes egyenletrendszert állít fel, megoldja azt, ellenőrzi a megoldást, majd értelmezi a megoldás menetét és annak jelentését.	

<b>2.4. Másodfokú függvény és másodfokú egyenlet</b>			
Operatív célok	Az operatív cél alapfokú ismeretei	Az operatív cél haladó fokú ismeretei	Módszertani útmutatók
<b>A diák megkülönbözteti a másodfokú függvénnyel leírható összefüggést a lineáris és a többi fajta összefüggéstől.</b>	A diák bemutatja a másodfokú függvénnyel leírható összefüggést abban az esetben, ha az szöveges leírással, táblázattal és grafikonnal adott. Táblázatból és grafikomból kiolvassa a mennyiségek előforduló értékeit. A diák felismeri a másodfokú összefüggést táblázat segítségével, figyelembe véve a függő mennyiség növekedését.		A következő példákból érdemes kiindulni: pl. négyzetek területe, a szabadesés mérése, fékezés és az adott szakterületről származó példák.
<b>A diák bemutatja a másodfokú összefüggést egyenlettel.</b>	A diák a szöveges leírással, képpel, táblázattal vagy grafikonon megadott egyszerű másodfokú összefüggéseket szimbólumokkal, egyenlet formájában adja meg ( $y = a x^2$ ). A diák tisztában van vele, hogy a másodfokú függvény grafikonja parabola.		A diák számára a következő példák szemléletesek: a síkidomok területe (a négyzet részei, a kör, az összetett síkidomok), a mértani testek felszínei, illetve a mindennapi életből és a szakterületéről származó példák (a diák az adatokat mérésel is megkaphatja).
<b>A diák ismeri a másodfokú függvény tulajdonságait.</b>	A diák ismeri a másodfokú függvény általános, gyöktényező és csúcsponti alakját, valamint az egyes együtthatók jelentését. A grafikon alapján meghatározza a zérushelyeket, a csúcspontot és a 0 helyen felvett helyettesítési értéket, továbbá a függvény növekedésének és csökkenésének intervallumait.	A diák kiszámítja a másodfokú függvény zérushelyeit és a csúcspontját.	
<b>A diák ábrázolja a másodfokú függvény grafikonját.</b>	A diák megjeleníti a másodfokú függvény grafikonját pontonként (értéktáblázattal). A diák ábrázolja a másodfokú függvény grafikonját grafikus számológép segítségével.		

<b>A diák megkülönbözteti a másodfokú egyenletet a többi fajtától.</b>	A diák megkülönbözteti a másodfokú egyenletet a többi fajtától.		
<b>A diák megoldja a másodfokú egyenletet.</b>	A diák bármilyen módszerrel megoldja az egyenletet (következtetéssel, próbálkozással, grafikus módon, grafikus számológéppel). Ellenőrzi a megoldását, és értelmezi a megoldás menetét és annak jelentését.		A diák grafikus számológép nélkül, a szakmai követelményeknek megfelelően, csak egyszerűbb egyenleteket old meg.

<b>2.5. Másodfokú függvény és másodfokú egyenlet (választható témakör)</b>			
Operatív célok	Az operatív cél alapfokú ismeretei	Az operatív cél haladó fokú ismeretei	Módszertani útmutatók
<b>A diák felírja és átalakítja a másodfokú függvény egyenletét.</b>		A diák a megadott adatok alapján felírja egy másodfokú függvény egyenletét, és átalakítja azt más alakra.	
<b>A diák ábrázolja a másodfokú függvény grafikonját.</b>		A diák ábrázolja a másodfokú függvény grafikonját a függvény tulajdonságainak figyelembevételével (az együtthatók jelentése, a csúcspont, a diszkrimináns és hasonló jellemzők meghatározásával).	
<b>A diák megoldja a másodfokú egyenletet.</b>		A diák megoldja az egyenletet, ellenőrzi a megoldását, valamint értelmezi annak jelentését.	
<b>A diák meghatározza a parabola és az egyenes, illetve két parabola metszéspontját.</b>		A diák meghatározza a metszéspontokat grafikus és algebrai úton.	

<b>2.6. A modellezés alapjai</b>			
Operatív célok	Az operatív cél alapfokú ismeretei	Az operatív cél haladó fokú ismeretei	Módszertani útmutatók
<b>A diák megvizsgálja az egyszerűbb függvények tulajdonságait.</b>	A diák ábrázolja az egyszerű függvények grafikonját grafikus számológép segítségével. A függvénygrafikon alapján megállapítja a függvény tulajdonságait, és azokat megindokolja.		A diák vizsgálja az egyszerű függvényeket, mint pl. $y = x^n$ ( $n \in \mathbb{N}$ ), $y = ax^3$ ( $a \in \mathbb{R}$ ), $y = \sqrt{a^2 + x^2}$ vagy az egyszerű polinomokat.
<b>A diák érti és felismeri az exponenciális növekedést.</b>	A diák felismeri az exponenciális növekedést szöveges leírás, táblázat és grafikon alapján. Az összefüggés leírásánál olyan példákra érdemes a vizsgálatot korlátozni, amelyeknél a független változó értékei egész számok.	A diák felismeri az exponenciális növekedést szöveges leírásban, táblázatban és grafikon alapján. Az összefüggés leírásánál olyan példákra is vizsgálunk, amelyeknél a független változó értékei valós számok.	
<b>A diák érti és felismeri a logaritmikus növekedést.</b>	A diák felismeri a logaritmikus növekedést szöveges leírásban, táblázat vagy grafikon alapján. Az összefüggés bemutatását érdemes olyan példákra korlátozni, amelyeknél az alap egyszerűbb. A diák értelmezni tudja a logaritmikus skálát a grafikonok esetében.	A diák felismeri a logaritmikus növekedést szöveges leírásban, táblázat és grafikon alapján.	A téma tárgyalásnál a szakterületükről, valamint a mindennapi életből vett példákból érdemes kiindulni.
<b>A diák egyszerű matematikai modellt készít.</b>	A diák egy egyszerű matematikai modell segítségével írja le a jelenséget. A modellt a használata során körültekintően összekapcsolja az adott jelenséggel.	A diák a modellt szimbolikus szinten tárgyalja.	A matematikai modell fogalmát a diák az egyenes vagy fordított arányosság egyszerű esetei alapján tanulja meg. Grafikus számológépet használ.

<p><b>A diák szakszerűen alkalmazza a már elkészített matematikai modellt.</b></p>	<p>A diák a jelenség elemzésénél körültekintően alkalmazza a már elkészített matematikai modellt.</p>		<p>A diák elemzi a szakmájából vett jelenségeket. A hangsúly a szakterületen használatos számítógépes szoftverek és a modell körültekintő használatára kerül. A témát olyan tantárgyközi projektek keretében is lehet tárgyalni, amelynél a matematika szakos tanár is közreműködik.</p>
------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<b>2.7. Exponenciális függvény és exponenciális egyenlet (választható témakör)</b>			
Operatív célok	Az operatív cél alapfokú ismeretei	Az operatív cél haladó fokú ismeretei	Módszertani útmutatók
<p><b>A diák az exponenciálisan növekvő mennyiségeket (<math>y = a^x</math>, <math>a &gt; 0</math>, <math>a \neq 1</math> alakú) egyenlettel írja fel.</b></p>	<p>A diák az exponenciálisan növekedő mennyiségeket (<math>y = a^x</math>, <math>a &gt; 0</math>, <math>a \neq 1</math> alakú) egyenlettel írja fel.</p>		<p>A 2. 6.-os témakör második céljából kell kiindulni.</p>
<p><b>A diák tisztában van az exponenciális függvény tulajdonságaival.</b></p>	<p>A diák ismeri az exponenciális függvény <math>y = a^x</math> egyenletét, és az <math>a</math> konstans hatását a függvény növekedésére vagy csökkenésére. Tisztában van vele, hogy a 0 helyen felvett helyettesítési érték 1, és tudja, hogy a függvény pozitív. A téma tárgyalásnál azokra a példákra érdemes korlátozni a magyarázatot, amelyeknél <math>x \in \mathbb{Z}</math>.</p>	<p>A diák ismeri az <math>y = a^x</math> exponenciális függvény egyenletét, és az <math>a</math> konstans hatását a függvény növekedésére vagy csökkenésére. Tudja, hogy a 0 helyen felvett helyettesítési érték 1, valamint azt, hogy a függvény pozitív. Mindennél <math>x \in \mathbb{R}</math>.</p>	<p>A tulajdonságok a függvény grafikonja alapján kerülnek tárgyalásra.</p>
<p><b>A diák ábrázolja az exponenciális függvény grafikonját.</b></p>	<p>A diák ábrázolja az exponenciális függvény grafikonját pontonként (értéktáblázattal), továbbá grafikus számológép segítségével.</p>	<p>A diák ábrázolja az exponenciális függvény grafikonját a függvény tulajdonságainak felhasználásával.</p>	<p>A diák grafikus számológép nélkül, a szakmai követelményeknek megfelelően csak az <math>y = a^x</math> alakú grafikonokat ábrázolja.</p>



<b>A diák megoldja az exponenciális egyenletet.</b>	A diák grafikus számológép segítségével megoldja az exponenciális egyenletet.	A diák megoldja az egyszerű exponenciális egyenletet.	A diák grafikus számológép nélkül, a szakmai követelményeknek megfelelően csak egyszerűbb exponenciális egyenleteket old meg.
-----------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

<b>2.8. Logaritmus, logaritmusfüggvény és logaritmikus egyenlet (választható témakör)</b>			
Operatív célok	Az operatív cél alapfokú ismeretei	Az operatív cél haladó fokú ismeretei	Módszertani útmutatók
<b>A diák ismeri a logaritmus definícióját, és képes műveleteket végezni a logaritmusokkal.</b>	A diák alkalmazza a logaritmus definícióját az $a^x = b$ alakú exponenciális egyenletek megoldása során.	A diák használja a logaritmusazonosságokat, és áttér az egyik logaritmusalapról a másikra.	A 2. 6-os témakör harmadik céljából kell kiindulni. A diák számológépet használ.
<b>A diák megoldja a logaritmikus egyenletet.</b>		A diák megoldja a logaritmikus egyenletet.	A diák grafikus számológép nélkül, a szakmai követelményeknek megfelelően csak egyszerűbb egyenleteket old meg.
<b>A diák ismeri a logaritmusfüggvény <math>y = \log_a x</math> (<math>a &gt; 0, a \neq 1</math>) alakú egyenletét.</b>		A diák ismeri a logaritmusfüggvény egyenletét, tudja, hogy az az exponenciális függvény inverz függvénye, és ábrázolja az inverzfüggvény grafikonját.	
<b>A diák ismeri az <math>y = \log_a x</math> alakú logaritmusfüggvény tulajdonságait.</b>		A diák ismeri az $a$ állandó hatását a függvény növekedésére és csökkenésére, valamint annak értelmezési tartományát és a függvény zérushelyét.	A tulajdonságok a függvény grafikonja alapján kerülnek tárgyalásra.
<b>A diák ábrázolja a logaritmusfüggvény grafikonját.</b>		A diák ábrázolja az $y = \log_a x$ alakú függvények grafikonját.	

<b>2.9. Kamatoskamat-számítás (választható témakör)</b>			
Operatív célok	Az operatív cél alapfokú ismeretei	Az operatív cél haladó fokú ismeretei	Módszertani útmutatók
<b>A diák ismeri és megkülönbözteti az egyszerű és a kamatos kamatozást.</b>	A diák ismeri és alkalmazza az egyszerű és kamatos kamatozás fogalmait: tőke, kamatok, kamatláb, kamattényező, futamidő.		A téma a megfelelő szakmai tantárgyak keretén belül is tárgyalásra kerülhet.
<b>A diák kiszámítja a kamatokat és a tőke végértékét.</b>	A diák kiszámítja befektetés illetve kölcsön esetében, egyszerű kamatozásnál a kamatokat és az újonnan befektetett tőke összegét, ha adott a kamatláb és a futamidő; kamatos kamatozásnál pedig abban az esetben, amikor adott a kamatláb, a kamatozási időszak és a futamidő.	A diák tudja, hogy a tőke az egyszerű kamatozásnál lineárisan, a kamatos kamatozásnál pedig exponenciálisan növekszik.	
<b>A diák kiszámítja a kamatlábat.</b>	A diák kiszámítja a kamatlábat egyszerű kamatozásnál abban az esetben, ha adott a tőke és a kamatok.		

### 3. téma: GEOMETRIA ÉS MÉRÉS

3.1. A mértékegységek és a mennyiségek mérése			
Operatív célok	Az operatív cél alapfokú ismeretei	Az operatív cél haladó fokú ismeretei	Módszertani útmutatók
<b>A diák ismeri a mennyiségeket és a mértékegységeket.</b>	A következő mennyiségek: az idő, a hosszúság, a tömeg, a hőmérséklet, továbbá azok, amelyek az adott szakterület szempontjából fontosak.		A tanár ellenőrzi és nyugtázza a diákoknak a mennyiségekről és mértékegységekről korábban megszerzett ismereteit. A felvetett és kiindulási problémák a mindennapi élethez és a szakmájából vett szituációkhoz kötődnek.
<b>A diák megméri a mennyiségeket, és kifejezi azokat különböző mértékegységekkel.</b>	A diák átváltja a mennyiségeket a különböző mértékegységek használatával.		A tanárnak meg kell győződnie arról, hogy a diák érti-e az átváltások folyamatát, valamint gyakorolják ezeket a számolásokat.

3.2. Geometria			
Operatív célok	Az operatív cél alapfokú ismeretei	Az operatív cél haladó fokú ismeretei	Módszertani útmutatók
<b>A diák ismeri és alkalmazza az alapvető geometriai fogalmakat.</b>	Főleg a következő fogalmakra kell fókuszálni: pont, szakasz, félegyenes, egyenes, sík, szög, síkidom, test, mértani test.		A tanár ellenőrzi és nyugtázza a diákoknak a mértani mennyiségekről és a mértékegységekről korábban megszerzett ismereteit.
<b>A diák megméri a különböző mennyiségeket, ismeri a mértékegységeiket, és át tudja váltani azokat.</b>	A következő alapvető mértani mennyiségek kerülnek előtérbe: hosszúság, szög, terület és térfogat.		A mértani mennyiségek vizsgálatát a diákok által tanult szakterülettel kell összekapcsolni. A mennyiségeket és mértékegységeket a tananyaggal összhangban kell alkalmazni: pl. feladatokban (szakaszhosszúság kiszámításánál, a szög-, terület- és térfogatnagyság megállapításakor), valamint a síkidomok szerkesztése és a testek ábráinak elkészítése során.

<b>A diák tisztában van a szimmetriatengely (tükrötengely) fogalmával.</b>	A diák megszerkeszti a szakasz felezőmerőlegesét, a szögfelező egyenest és a (szimmetrikus) síkidom szimmetriatengelyét.	A diák ismeri a szimmetriatengelyre illeszkedő pontok tulajdonságait, és alkalmazza azokat a feladat megoldása (szerkesztés) során.	Alkalmazásra kerülnek az alábbi, geometriai szerkesztéshez használatos eszközök: vonalzó, (geo) háromszög alakú vonalzó, körző és szögmérő.
<b>A diák ismeri és képes megkülönböztetni az egyes szögfajtákat.</b>	A diák felismeri a hegyes-, tompa-, egyenes-, teljes-, derékszöget, valamint a mellék- és a csúcsszöget. Fel tudja sorolni a szögek tulajdonságait, ábrát készít azokról, és megszerkeszti őket.		
<b>A diák ismeri és megkülönbözteti a különböző fajta háromszögeket oldalaik és szögeik alapján.</b>	A diák ismeri a következő fogalmakat: <ul style="list-style-type: none"> <li>• oldal, csúcs, belső és külső szög, magasság és súlyvonal</li> <li>• a háromszög belső és külső szögeinek összege</li> <li>• a derékszögű és az egyenlő szárú háromszög tulajdonságai.</li> </ul>	A diák ismeri a következő fogalmakat: <ul style="list-style-type: none"> <li>• a háromszög oldalai közötti összefüggéseket (háromszög-egyenlőtlenség)</li> <li>• a háromszög szögei és oldalai közötti összefüggéseket.</li> </ul>	
<b>A diák meg tudja szerkeszteni a háromszöget.</b>	A diák megszerkeszti az alapadatokkal megadott háromszöget azokban az esetekben, ha adott: mindhárom oldala, két oldala és az általuk közbezárt szög, az oldala és a rajta fekvő két szög, két oldala és a nagyobbikkal szemközti szög.	A diák megszerkeszti a háromszöget abban az esetben, ha adott annak az oldalhoz tartozó magassága (más adatokkal együtt) vagy súlyvonala (más adatokkal együtt).	A diák az objektumokat a szakterületén használatos számítógépes programok segítségével is szemléltetheti.
<b>A diák ismeri és meg tudja különböztetni az egyes négyszögeket oldalaik és szögeik alapján.</b>	A diák ismeri a négyzet, a rombusz, a téglalap, a paralelogramma és a trapéz tulajdonságait.	A diák ismeri a húr- és az érintőnéyszög tulajdonságait.	
<b>A diák meg tudja szerkeszteni a négyszöget.</b>	A diák megadott alapadatok (oldalak, szögek, átlók) alapján megszerkeszti a négyszögeket.	A diák a szerkesztésnél alkalmazza a háromszög, a paralelogramma és a trapéz tulajdonságait.	
<b>A diák ismeri és meg tudja különböztetni a sokszögeket.</b>	A diák megkülönbözteti a sokszögeket az oldalak, illetve szögek száma alapján, továbbá ismeri a szabályos sokszögek tulajdonságait.		

<b>A diák ismeri és meg tudja különböztetni a kört és a körvonalat.</b>	A diák ismeri és képes megszerkeszteni a kört (körvonalat), a húr, a körívet, a körcikket és a körszeletet.	A diák megvizsgálja az egyenes és a körvonal, valamint két körvonal kölcsönös helyzetét.	
<b>A diák ismeri az egybevágóság fogalmát.</b>	A diák felhasználja a háromszögek egybevágóságát a feladatmegoldás során.	A diák megold nehezebb feladatokat is az egybevágóság témakörében.	
<b>A diák ismeri a hasonlóság fogalmát és a sík alapvető transzformációit.</b>	A diák ismeri és felhasználja az egybevágósági transzformációt, a pont körüli elforgatást, a tükrözést és a hasonlósági transzformációkat (nyújtás/zsugorítás). Alkalmazza a párhuzamos szelők tételét a szakasz $n$ egybevágó egységekre osztásánál, valamint a háromszögek hasonlóságának elvét feladatok megoldása során.	A diák a hasonlóság fogalmának felhasználásával megold nehezebb feladatokat is.	
<b>A diák ismeri és alkalmazza a Pitagorasz-tételt.</b>	A diák alkalmazza a Pitagorasz-tételt a derékszögű háromszögben, a négyzetben, a téglalapban és az egyenlő szárú háromszögben, valamint a szakmájával összefüggő feladatok megoldása során.	A diák alkalmazza a Pitagorasz-tételt az egyenlő oldalú háromszögben, az egyenlő szárú trapézban, valamint egyéb mértani síkidomoknál és testeknél.	
<b>A diák ismeri és alkalmazza a derékszögű háromszögben a szögfüggvények definícióit.</b>	A diák meghatározza a szögfüggvények értékeit tetszőleges szög esetén számológéppel, és feladatmegoldás során alkalmazza a szögfüggvényeket a derékszögű háromszögben.	A diák alkalmazza a szögfüggvényeket a sík- és térgeometriai feladatok megoldása során. Ábrázolja a tetszőleges szög szögfüggvényének értékét az egységkörben.	Figyelembe kell venni az összefüggéseket az adott szakmai területtel.

<p><b>A diák meghatározza a síkidom kerületét és területét.</b></p>	<p>A diák megbecsli a síkidom kerületét és területét. A kerület és terület meghatározásához különböző stratégiákat alkalmaz. Példának okán a kerület kiszámolásához a szakaszokra vágást, a terület meghatározáshoz pedig felosztja a síkidomot egyszerűbb síkidomokra, használja a parkettázás, a terület átdarabolása, a sávokkal történő lefedés és a „mérlegelés” módszerét, valamint alkalmazza a megfelelő képleteket.</p> <p>A diák kiszámítja a téglalap, a háromszög, a paralelogramma és a trapéz kerületét és területét a megfelelő képletekkel.</p>	<p>A diák kiszámítja a szabályos sokszög, a körcikk és a körszelet kerületét és területét.</p>	<p>Figyelembe kell venni az összefüggéseket az adott szakmai területtel.</p>
<p><b>A diák fel tudja sorolni a mértani test tulajdonságait, és ábrát készít.</b></p>	<p>A diák fel tudja sorolni az egyenes hasáb, az egyenes henger, az egyenes gúla, az egyenes kúp és a gömb tulajdonságait, valamint azokról ábrát készít.</p>	<p>A diák kiszámítja az élek hosszúságát, a magasságokat, az oldalmagasságokat, az átlókat és a szögek nagyságát.</p>	<p>A diák minden tevékenységet, főként a szakterületével összefüggő feladatokat, modellekkel és azok előállításával végez el.</p>
<p><b>A diák elkészíti a mértani test hálóját, és meghatározza a mértani test felszínét.</b></p>	<p>A diák megbecsli az egyszerűbb mértani testek felszínét. Mindeközben figyelembe kell vennie azokat a stratégiákat, amelyek a síkidom területének meghatározásánál kerültek felsorolásra.</p> <p>Bonyolultabb alakú testek hálóját is elkészíti.</p>	<p>Kiszámítja összetettebb testek felszínét.</p>	<p>A diák minden tevékenységet, főként a szakterületével összefüggő feladatokat, modellekkel és azok előállításával végez el. Mindezek mellett a témát érdemes tantárgyközi projektek keretein belül is tárgyalni.</p>

<b>A diák meghatározza a mértani test térfogatát.</b>	A diák megbecsli a mértani testek térfogatát. Azok meghatározásakor különböző eljárásokat alkalmaz: pl. közelítés kockákkal, kitöltés kockákkal, szintekre történő metszés és átdarabolás, továbbá alkalmazza a megfelelő képleteket.		A diák minden tevékenységet, főként a szakterületével összefüggő feladatokat modellekkel és azok előállításával végez el. Mindezek mellett a témát érdekes tantárgyközi projektek keretein belül is tárgyalni.
<b>A diák alkalmazza a koordináta-rendszert az objektumok síkbeli és térbeli helyzetének leírására.</b>	A diák leírja a pont síkbeli és térbeli helyzetét a derékszögű és a polárkoordináta-rendszerrel.		A téma kapcsolódjon össze a technológiával, a szakmai gyakorlattal és magával a szakterülettel (számítógépes szerkesztőprogramok).
<b>A diák ismeri a tér távolságtartó transzformációit, és elemzi a térbeli alakzatokat.</b>		A diák alkalmazza a Bool-műveleteket (unió, metszet és különbség) a mértani testekre vonatkozóan. Felsorolja az adott test tulajdonságait az alapvető geometriai ismeretek és a Bool-műveletek segítségével.	A téma kapcsolódjon össze a technológiával, a szakmai gyakorlattal és magával a szakterülettel.

<b>3.3. Vektorok (választható témakör)</b>			
Operatív célok	Az operatív cél alapfokú ismeretei	Az operatív cél haladó fokú ismeretei	Módszertani útmutatók
<b>A diák ismeri a vektor fogalmát.</b>	A diák tudja, hogy a vektor olyan mennyiségként fogható fel, amelyet meghatároz a nagysága és az iránya.		A példák a fizikában használatos vektoros mennyiségekkel legyenek kapcsolatosak, és a szakterülettel kapcsolatos szituációkból induljanak ki.
<b>A diák a vektort irányított szakasszként szemlélteti.</b>	A diák szemlélteti a vektort irányított szakasszal, meghatározza annak kezdő- és végpontját, valamint tisztában van vele, mikor egyenlő két vektor, továbbá alkalmazza a párhuzamos eltolást az egyenlő vektorok bemutatására. Felhasználja leírásukkor a vektorhoz és az annak		

	hosszúságához kapcsolódó szimbólumokat.		
<b>A diák ismeri az ellentett vektor, a null- és az egységvektor fogalmait.</b>	A diák ismeri és érti az ellentett vektor, a null- és az egységvektor fogalmát, valamint képes grafikus módon bemutatni és felírni azt.		
<b>A diák megszorozza a vektort skalárral.</b>	A diák megkülönbözteti a vektor és a skalár fogalmát. Grafikus módon szemlélteti a vektor szorzatát skalárral.	A diák érti a kollineáris vektorok fogalmát.	
<b>A diák összead és kivon vektorokat.</b>	A diák megkülönbözteti, mikor szomszédos helyzetűek a vektorok, tovább azt, mely esetben közös a kezdőpontjuk. A diák a háromszög- vagy a paralelogramma-szabály felhasználásával összeadja és kivonja a vektorokat. Meghatározza méréssel az összeg és a különbség nagyságát.	A diák kiszámítja a vektorok összegének és különbségének mértékét Pitagorasz- vagy koszinusz-tétellel, valamint a szögfüggvények tulajdonságainak felhasználásával. A diák érti a komplanáris vektorok, a vektortér bázisa és a vektorok lineáris kombinációjának fogalmát.	A példák legyenek összefüggésben a fizikával és a szaktantárgyakkal, valamint az adott szakterülettel kapcsolatos szituációkból induljanak ki.
<b>A diák komponensekre bontja a vektort.</b>	A diák a paralelogramma-szabály felhasználásával komponensekre bontja a vektort adott egyenesek mentén.		A példák legyenek összefüggésben a fizikával és a szaktantárgyakkal, valamint az adott szakterülettel kapcsolatos szituációkból induljanak ki.
<b>A diák kiszámítja a vektorok skaláris szorzatát.</b>	A diák kiszámítja a vektorok skaláris szorzatát, a vektor hosszúságát és a vektorok hajlásszögét. Megállapítja, hogy két vektor merőleges, illetve párhuzamos-e.		A példák legyenek összefüggésben a fizikával és a szaktantárgyakkal, valamint az adott szakterülettel kapcsolatos szituációkból induljanak ki.



#### 4. téma: ADATFELDOLGOZÁS

<b>4.1. Az adatfeldolgozás és a statisztika alapjai</b>			
Operatív célok	Az operatív cél alapfokú ismeretei	Az operatív cél haladó fokú ismeretei	Módszertani útmutatók
<b>A diák összegyűjti az adatokat, és bemutatja azokat táblázattal.</b>	A diák összegyűjti az adatokat, megfelelően csoportosítja őket, valamint bemutatja azokat táblázattal. Figyelembe veszi a relatív gyakorisági eloszlást is.	A diák ismeri és alkalmazza az alapvető statisztikai fogalmakat: statisztikai sokaság, statisztikai egység, kutatott tulajdonság, diszkrét és folytonos értékek, minta, statisztikai becslés, gyakoriság, relatív gyakoriság, gyakorisági eloszlás.	A diák a mindennapi életből vagy a szakterületéről vett valós adatokkal dolgozik. Munkájánál alkalmazza a számítógépes táblázatkezelő programokat is. Ajánlatos tantárgyközi kapcsolatok kialakítása, példának okán olyan projekteknél, amelyekben a matematikatanár is közreműködik.
<b>A diák elemzi az adatokat, és megfelelő diagramon ábrázolja azokat.</b>	A diák az adatokat megfelelően, csoportokban vagy fadiagramon rendezi. Az adatoknak meghatározza a móduszát, a mediánját vagy a számtani közepét. Oszlop-, kör-, vonal-, pozíció-, pont- és dobozdiagramon mutatja be azokat.		
<b>A diák tapasztalati kutatást végez.</b>	A diák kisebb tapasztalati kutatást végez, amelynek keretén belül összegyűjti, elemzi és bemutatja az adatokat, valamint értelmezi a következtetéseket. Eközben alkalmazza az adatfeldolgozásról szerzett tudását.		

## V. AZ ELLENŐRZÉS ÉS AZ ÉRTÉKELÉS MÓDJAI

A matematikai tudás ellenőrzésének és értékelésének tükröznie kell a matematikaórák globális céljait, a tanítási módszerek sokféleségét, valamint a diákok különböző megnyilvánulási formáit. Ennek során figyelni kell arra, hogy a diákok megértsék a matematikai ötleteket, képesek legyenek azokat kifejezni, az egyszerű, összetett és szakmai matematikai műveleteket csoportosan vagy önállóan végrehajtani. Az alábbi táblázatban az értékelés **tervezett** formái olvashatók.

Az értékelés módja	Az értékelés kritériumai	Megjegyzés
Írásbeli felmérések	<p>Megérti az alapvető matematikai fogalmakat, és képes azok alkalmazására.</p> <p>A matematikai problémák megoldásának képessége.</p> <p>Az adatok gyűjtésének, rendezésének és elemzésének a képessége.</p> <p>Képes értelmezni és kritikával értékelni a matematikának a saját szakterületén történő alkalmazását.</p> <p>A matematikai eszközök alkalmazásának képessége a kommunikációban.</p>	
Szóbeli feleltetés	<p>Megérti az alapvető matematikai fogalmakat, és képes azok alkalmazására.</p> <p>A matematikai eszközök alkalmazásának képessége a kommunikációban.</p>	<p>Igyekeznünk kell fejleszteni a diákok azon képességét, amely lehetővé teszi számukra a matematikával kapcsolatos ötleteik minél jobb kifejezését. Amennyiben egy diáknak jelentős nehézségei vannak a szóbeli kommunikációval, úgy meg kell engedni, hogy a számára legmegfelelőbb módon szerezzen osztályzatot: pl. egy munkadarab elkészítésével és annak „védésével”.</p>
Matematikai kutatómunka	<p>Képesség a matematikai eszközök alkalmazására a kommunikációban.</p> <p>Képesség a munkafolyamatok megtervezésére és megszervezésére.</p> <p>Képesség a technológiai eszközök alkalmazására a matematikai műveletek végrehajtása során.</p>	<p>A kutatómunka témáját a diákok szakterületéhez kell kötni. A kutatómunka összetettségét a diák képességeihez kell igazítani. A diák akkor kap jó osztályzatot, ha matematikai tudásának és képességeinek megfelelően, lelkesen és felelősségteljesen végzi a munkáját, továbbá mindeközben megmutatja tervezési képességét, a jól elsajátított matematikai ismeretek alkalmazását, valamint a kommunikáció és</p>

		technológia használata kapcsán a képességeit.
Tapasztalati kutatómunka	<p>Képesség a munkafolyamatok megtervezésére és megszervezésére.</p> <p>Képesség a matematikai eszközök alkalmazására a kommunikációban.</p> <p>Képesség a technológiai eszközök alkalmazására a matematikai műveletek végrehajtása során.</p> <p>Képes értelmezni és kritikusan értékelni a matematikának a szakterületén történő alkalmazását.</p>	<p>A kutatómunka témáját a diákok szakterületéhez kell kötni. A diák akkor kap jó osztályzatot, ha lelkesen és felelősségteljesen végzi a munkáját, továbbá mindeközben megmutatja tervezési képességét, az adatfeldolgozásról szerzett ismeretek alkalmazását, valamint a kommunikáció és technológia használata kapcsán a képességeit.</p> <p>A kutatómunkának általában interdiszciplinárisnak kell lennie.</p>
Projektmunka	<p>Képesség a matematikai eszközök alkalmazására a kommunikációban.</p> <p>Képesség a technológiai eszközök alkalmazására a matematikai műveletek végrehajtása során.</p> <p>Képes értelmezni és kritikával értékelni a matematikának a saját szakterületén történő alkalmazását.</p> <p>Képesség a munkafolyamatok megtervezésére és megszervezésére.</p> <p>Képesség az együttműködésre és a csapatmunkára.</p>	<p>A projektmunkának interdiszciplinárisnak kell lennie, továbbá lényeges, hogy a diákok csapatban dolgozzanak.</p>

## **VI. MÓDSZERTANI–DIDAKTIKAI ÚTMUTATÓK**

### **Módszertani útmutatók**

Az általános didaktikai javaslatok a III. fejezetben olvashatók. Az egyes konkrét tartalmak pedig a IV. fejezetben, az Operatív céloknál kerültek feltüntetésre.

### **Javaslatok a matematika tantárgynak a szakmai programba történő integrálására**

A matematika tantárgynak a középfokú szakképzési programokba történő integrálása és a matematika összekapcsolódása a szakmával többirányú.

A diákokat a szakmai területükön megszerzett tapasztalatuk elvezeti oda, hogy értelmezzék a matematikai összefüggéseket, és tudásukat a már korábban megtanult jelenségekhez kapcsolják. Az elsajátított matematikai ismeretek révén lehetővé válik számukra, hogy jobban megértsék, valamint elsajátítsák azokat a jelenségeket és eljárásokat, amelyekkel a szakterületükön találkoznak.

A matematikaóráknak éppen ezért nem feladata, hogy közvetlenül megtanításra kerüljön a matematikának a szakterületen történő alkalmazása. Azonban értelemszerűen, a fent felsorolt indokok miatt a matematika szakos tanár a tananyag tárgyalása során felhasználja az adott szakterületről, valamint a való életből származó feladatokat és szituációkat.

A matematikai tudás néhány területe azonban egyidejűleg könnyen fejleszthető más általános vagy szakmai ismeretekkel, ilyenek például az adatfeldolgozással vagy a technológia használatával kapcsolatos bizonyos tudáskészségek. Javasolt, hogy a diákok ezt a típusú tudást interdiszciplináris projekteken keresztül sajátítsák el.