

SZAKKÖZÉPISKOLAI PROGRAMOK ÉS TECHNIKUMOK (SSI)

TANTERV

MATEMATIKA

383–408 óra

A tantervet a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa 2007. február 15-én, a 99. ülésén hagyta jóvá.

TARTALOMJEGYZÉK

I. BEVEZETŐ.....	3
II. A KULCSKOMPETENCIÁK KIALAKÍTÁSA A MATEMATIKA TANTÁRGYNÁL.....	3
III. IRÁNYADÓ CÉLKITŰZÉSEK, KULCSKOMPETENCIÁK, ÚTMUTATÓK A KULCSKOMPETENCIÁK FEJLESZTÉSÉHEZ	4
3.1 Irányadó célkitűzések.....	4
3.2 Kulcskompetenciák.....	4
3.3 Útmutatók a kulcskompetenciák fejlesztéséhez.....	5
Megközelítés.....	5
A kulcskompetenciák fejlesztése és értékelése	6
Differenciálás.....	9
Kapcsolat a szakmai és más tantárgyakkal.....	9
Technológia	9
A matematika szakos tanár szerepe	10
IV. OPERATÍV CÉLOK.....	11
1. téma: SZÁMOK.....	12
1.1 Alapvető ismeretek a számokról.....	12
1.2 Komplex számok (választható témakör)	16
2. téma: GEOMETRIA	17
2.1 A sík- és térgeometria alapfogalmai.....	17
2.2 A sík leképezései	19
2.3 Mértani síkidomok	20
2.4 A hegyesszögek szögfüggvényei.....	21
2.5 Mértani testek	23
2.6 Másodrendű görbék (választható témakör)	24
2.7 Vektorok (választható témakör)	25
3. téma: FÜGGVÉNYEK, EGYENLETEK ÉS DIFFERENCIÁLSZÁMÍTÁS	27
3.1 Függvény és egyenlet	27
3.2 Lineáris függvény és lineáris egyenlet	29
3.3 Hatványfüggvény és a magasabb fokú egyenletek.....	31
3.4 Másodfokú függvény és a másodfokú egyenlet	33
3.5 Polinomok	34
3.6 Racionális törtfüggvények.....	35
3.7 Exponenciális függvény és exponenciális egyenlet	36

3.8	Logaritmus, logaritmusfüggvény és a logaritmikus egyenlet	38
3.9	Szögfüggvények (kiegészítés)	40
3.10	Ciklometrikus függvények és a trigonometrikus egyenletek (választható témakör)	41
3.11	Differenciálszámítás	43
3.12	Sorozatok	44
4.	téma: A LOGIKA, AZ ADATFELDOLGOZÁS ÉS A VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS ALAPJAI ...	46
4.1	A logika alapjai	46
4.2	Az adatfeldolgozás	46
4.3	A valószínűségszámítás alapjai	48
V.	MINIMÁLIS KÖVETELMÉNYEK.....	50
VI.	MÓDSZERTANI ÚTMUTATÓK.....	50
VII.	AZ ELLENŐRZÉS ÉS ÉRTÉKELÉS MÓDJAI.....	50

I. BEVEZETŐ

A matematika mint tudomány elválaszthatatlanul összefonódik a többi tudománnyal, az élet valamennyi területével, továbbá az egyén általános műveltségében is fontos szerepet játszik. A matematika tanítása lényeges, hiszen a diákok annak tanulásával elsajátítják és fejlesztik a nehezebb gondolkodási formákat (pl. a deduktív megközelítést), valamint egyidejűleg megismerkednek azokkal a matematikai fogalmakkal és műveletekkel, amelyek nélkülözhetetlenek a modern társadalomba való beilleszkedéshez és a munkavállaláshoz.

A matematikatanítás a szakközépiskolai programban, illetve a technikumban figyelembe veszi a különböző szakmai ágazatok jellegzetességeit és a diákok szükségleteit.

Minden szakterület egyre jobban matematizált, de maga a matematika már kevésbé látható, hiszen mindaz a technológiában (számítógépes programokban, matematikai modellekben, gépezetekben és termékekben) rejtőzik. Bizonyos tevékenységek elvégzéséhez egyre kevésbé fontos a számtani műveletek és az egyéb folyamatok rutinszerű használata, annál lényegesebb a fogalmak megértése, valamint annak a képessége, hogy az egyén a szakterületén össze tudja kapcsolni a matematikai ismereteket az adott szituációkkal, és képes legyen megoldani a problémákat. Mindehhez kellő szakértelemmel kell használni azokat a manapság rendelkezésre álló technológiai eszközöket, amelyek a matematikai alapműveletek nagy részét elvégzik.

A szakközépiskolai programot, illetve a technikumot végző diákok képzésének két fontos célja van. A megszerzett matematikai ismereteknek és az általuk fejlesztett kompetenciáknak egyrészt stabil eligazodást kell nyújtaniuk a saját szakterületükön végzett tevékenységek végrehajtásához, másrészt ezeknek az tudástartalmaknak elég általánosnak kell lenniük ahhoz, hogy a diákok tovább tudjanak tanulni. A matematikaórákon a tanulócsoport szerkezetét, sajátosságait és lehetőségeit figyelembe véve kell a tevékenységeket megszervezni, mindeközben szükséges ügyelni arra, hogy a feladatok közel álljanak a diákok érdeklődési köréhez, továbbá kapcsolódjanak szakmájuk sajátosságaihoz és a mindennapi élet egyéb területeihez. Ezen felül lényeges a diákok pontos, rendszerezett, következetes, rendezett és kitartó munkára történő nevelése.

II. A KULCSKOMPETENCIÁK KIALAKÍTÁSA A MATEMATIKA TANTÁRGYNÁL

A kulcskompetenciák a matematika tantárgy globális céljaihoz kapcsolódó képességekből és készségekből állnak, leírásuk jelen tanterv III. fejezetének 3. 2. részében található.

III. IRÁNYADÓ CÉLKITŰZÉSEK, KULCSKOMPETENCIÁK, ÚTMUTATÓK A KULCSKOMPETENCIÁK FEJLESZTÉSÉHEZ

3.1 Irányadó célkitűzések

1. Az oktatásban résztvevők minél magasabb szintű matematikai műveltségének az elérése. A matematikában az „írástudás” a következőket jelenti:
 - a. ismerni, érteni kell a számtani és geometriai fogalmakat, műveleteket, valamint a köztük fennálló összefüggéseket és önállóan kell tudni dolgozni azokkal;
 - b. érteni kell a matematikai eszközökkel (diagramokkal, táblázatokkal, képletekkel) bemutatott információkat, és alkalmazni kell tudni a matematikát és a matematikai eszközöket a kommunikáció során;
 - c. képességet a különböző jelenségek sajátos észlelésére és magyarázatára, valamint a valóság értelmezésére;
 - cs. képességet a matematikai problémák megoldására, valamint a matematikai fogalmak, az eszközök, a technológia és a modellek alkalmazására más területeken;
 - d. pozitív viszonyt a matematikai ismeretekhez, a tanuláshoz és az ismeretek alkalmazásához, valamint annak tudatosítását, hogy a matematika mint kulturális érték is fontos.
2. Azon matematikai ismeretek fejlesztése és elsajátítása, amelyek szükségesek a többi tantárgy sikeres megtanulásához, valamint a diák leendő szakmájában a tevékenységek eredményes elvégzéséhez.
3. A továbbtanulás szempontjából fontos absztrakt és deduktív matematikai gondolkodás fejlesztése.

3.2 Kulcskompetenciák

A szakközépiskolai programban, illetve a technikumban a matematika tantárgy kapcsán megfogalmazott célok bizonyos kulcskompetenciák fejlesztésével érhetők el. A lenti táblázatban a kompetenciák és az azokhoz kapcsolódó célkitűzések szerepelnek.

Kompetenciák	A tanítás tartalmaz(za)
<ol style="list-style-type: none">1. Az alapvető matematikai fogalmak, összefüggések és műveletek megértése, illetve alkalmazása2. Képesség a matematikai problémák kutatására és megoldására3. Képesség az általánosításra és az elvonatkoztatásra, valamint a problémák általános vagy elvont szinten történő megoldására4. Képesség a matematikának a szakterületen és egyéb kérdésköröknél történő használatára, értelmezésére és kritikai megítélésére5. A matematikai eszközök	<p>A következő területek tárgyalását:</p> <ul style="list-style-type: none">• számok és műveletek,• mennyiségek közötti összefüggések (függvények),• algebra (algebrai kifejezések, egyenletek),• mérés, sík- és térgeometria, szögfüggvények,• adatfeldolgozás. <p>A következő eszközök alkalmazását:</p> <ul style="list-style-type: none">• numerikus számológép, grafikus számológép, számítógépes programok a matematikai folyamatok végrehajtásánál, a matematikai problémák kutatásánál és megoldásánál. <p>Olyan szituációkat, amelyeknél a diák fejleszti a következő kompetenciáit:</p> <ul style="list-style-type: none">• a felhasznált matematikai eszköz (modell) alkalmazásának a megítélését szakmájában

<p>használatának képessége a kommunikációs folyamatokban</p> <p>6. A matematikai műveletek végrehajtásában, valamint a kutatásokban és matematikai problémák megoldásában a technológia alkalmazásának képessége</p> <p>7. Az adatok gyűjtésének, rendszerezésének és elemzésének a képessége</p> <p>8. A munkafolyamatok megtervezésének és megszervezésének a képessége</p> <p>9. Képesség csoportban történő együttműködésre</p> <p>10. Felelősségvállalás a saját tudását illetően, valamint a matematikai ismeretek önálló tanulásának képessége</p> <p>11. A matematika kulturális értéként történő elfogadása és felfogása</p> <p>12. Önbizalom a saját matematikai képességeit illetően, a pozitív önkép fejlesztése</p>	<p>és más területeken,</p> <ul style="list-style-type: none"> • a matematikai eredmények és elemzések értelmezésének a képességét a szakmájában és más területeken, • matematikai számítások felhasználásánál kritikus viszonyulást szakmájában és más területeken, • zárt és nyitott matematikai problémák megoldási stratégiáinak az ismeretét, • képességet az általánosításra, az elvont gondolkodásra és a szimbolikus matematikai nyelv használatára, • a problémamegoldás során a matematikai és szakmai kontextusban történő tervezés képességét, • matematikai és nem matematikai kontextusban a problémák vizsgálatának a képességét, • kitartást, rendszerességet, pontosságot, kritikus gondolkodásmódot, felelősségérzetet, valamint tájékozódási képességet az információk változó világában. <p>Olyan tevékenységeket és szituációkat:</p> <ul style="list-style-type: none"> • amelyeknél a diákok teammunka keretében oldanak meg matematikai feladatokat, • amelyeknél a diákok matematikai feladatokat oldanak meg komplex szakmai, továbbá a mindennapi életből vett szituációkban, • amelyek közel állnak a diákok világszemléletéhez, számukra fontosak, érdekesek, és alkalmasak arra, hogy azok megoldásával bizonyítsák a tudásukat.
--	---

3.3 Útmutatók a kulcskompetenciák fejlesztéséhez

Megközelítés

A szakközépiskolai programban, illetve a technikumban a tanítás során a feldolgozásra kerülő témakörnél a tárgyalt kérdéskörnek megfelelően különböző megközelítéseket kell alkalmazni:

- Az induktív megközelítésnél olyan konkrét szituációkból érdemes kiindulni, amelyek a diákok számára jól érthetőek, és alkalmasak arra, hogy a diákok a matematikai kérdésekről önállóan gondolkodjanak. Ehhez megfelelő didaktikai eszközöket szükséges használni. A magyarázatban a konkrét esetektől az absztrakt kérdésekig ajánlatos haladni.
- A deduktív megközelítésénél az elméleti-matematikai alapra, a bizonyításokra és azok későbbi felhasználására kerül a hangsúly.
- Az induktív és deduktív megközelítés kombinációjánál valós szituációkból kiindulva, deduktív gondolkodással a tulajdonságokat absztraháljuk, majd bebizonyítjuk.

A kulcskompetenciák fejlesztése és értékelése

Kulcskompetenciák	A kompetencia fejlesztése	A kompetencia értékelése
<ul style="list-style-type: none"> • Az alapvető matematikai fogalmak, összefüggések és műveletek végrehajtásának megértése, valamint alkalmazása • Képesség a matematikai problémák vizsgálatára és megoldására • Képesség az általánosításra és az elvonatkoztatásra, valamint a problémák általános vagy elvont szinten történő megoldására 	<p>A szakközépiskolai programban, illetve technikumban a matematikaórákon az egymással összefüggő állítások rendszerével az absztrakt-deduktív tudás, az általánosítással és az absztrakcióval a tapasztalati-reflexív tanulás kerül fejlesztésre. Néhány tartalmat és ismeretet matematikai kontextusban érdemes formálni (figyelmen kívül hagyva az esetleges motivációs eszközöket), majd ezek használata a való életből vett, könnyebb vagy nehezebb követelményszintű példákkal kerül bemutatásra.</p> <p>Az egyes matematikai tartalmaknál olyan szituációkból kell kiindulni, amelyek a diákok számára ismertek és érthetőek. A matematikai fogalmak általánosítása és absztrakciója rendszerint a vizsgált helyzettel összefüggésben történik meg. A diákok számára bemutatott problémák a matematikai szituációktól kezdve a szakterületükkel összefüggésben álló kérdéskörökig terjedjenek, illetve olyan témák kerüljenek elő, amelyek tárgyalásakor otthonosan érzik magukat.</p> <p>Hangsúlyozandó: legfontosabb az egyszerűbb és összetettebb matematikai fogalmak, valamint az egyszerű műveletek megértése és végrehajtása, továbbá a definíciók és levezetések összefüggéseinek bemutatása a szakmai és egyéb tárgykörökkel kapcsolatosan. Mindez a diákok számára az érthető stratégiák ismeretét és a komplex műveletek technológiai segédeszközökkel történő megvalósítását jelenti.</p>	<p>A kompetenciák értékelésének megfelelő formái:</p> <ul style="list-style-type: none"> • írásbeli tudásfelmérő dolgozatok, • szóbeli feleltetés, illetve ellenőrzés megbeszéléssel, • szemináriumi dolgozatok. <p>A kompetenciák értékelésénél a következőkre kell figyelni:</p> <ul style="list-style-type: none"> • a szituáció leírására megfelelő matematikai fogalommal, • a szituáció összekapcsolására (bonyolultabb) matematikai fogalmakkal, folyamatokkal és stratégiákkal, • a választásra és a folyamatok helyes végrehajtására, • a diák absztrakciós szintjére, a deduktív következtetés elemeire és a folyamat szisztematikusságára, • a komplex folyamatok, illetve stratégiák kiválasztására és a technológiai eszközökkel történő végrehajtására, • a folyamatok, feladatmegoldási stratégiák kiválasztására és a megoldások indoklására.

Kulcskompetenciák	A kompetencia fejlesztése	A kompetencia értékelése
<ul style="list-style-type: none"> • Az adatok gyűjtésének, rendszerezésének és analizálásának a képessége • A kommunikációban a matematikai eszközök használatának a képessége 	<p>Fontos, hogy a diákok találkozzanak olyan összetett feladatokkal, amelyeknél megadott adatokkal dolgoznak, és/vagy azokat különböző módokon (táblázattal, többféle diagrammal, szövegesen) kell bemutatni.</p> <p>Lényeges, hogy a diákok lássanak olyan feladatokat, amelyeknél nagy mennyiségű, esetlegesen túl sok adat áll rendelkezésre, és olyanokat is, ahol túl kevés (ezeket önállóan kell megtalálniuk).</p> <p>A diákok ismerjenek meg olyan feladatokat, amelyeknél önállóan kell a mérésekből vagy másodlagos forrásokból kapott adatokat összegyűjteni és rendezni.</p> <p>Ezeket a készségeket a diákok a matematikai és tapasztalati kutatások, valamint a matematikaórán és a tantárgyközi projektekben végzett vizsgálódások részeként fejlesztik.</p>	<p>A kompetenciák értékelésének megfelelő formái:</p> <ul style="list-style-type: none"> • az írásbeli tudásfelmérőknél komplex feladatok, • matematikai és tapasztalati vizsgálódások (azaz nyílt problémák tárgyalása – az adatgyűjtéstől és a kérdésfeltevéstől a feladat elkészítéséig, valamint a beszámoló bemutatásáig), • projektmunkák. <p>A kompetenciák értékelésénél a következőkre kell figyelni:</p> <ul style="list-style-type: none"> • a megoldás teljessége és a megoldási terv megfelelősége • a procedurális tudás jelenléte a megoldás egyes részeiben • az adatgyűjtés és -elemzés megfelelősége és összetettsége, • a megállapítások alátámasztása, valamint kritikus hozzáállás az összegyűjtött és értelmezett adatok elemzése során.

<ul style="list-style-type: none"> • A technológia alkalmazásának a képessége a matematikai műveletek végrehajtásában, valamint a matematikai problémák kutatása és megoldása során. 	<p>A diákok megtanulják, miként lehet a különféle technológiai eszközöket észszerűen használni. Ezek alkalmazásának az alapvető célja, hogy a diákokat támogassa a bonyolultabb problémák megoldásában a számukra nehézséget jelentő feladatok elvégzésekor. Nem lehet azonban cél, hogy a diákok a technológia segítségével küzdjék le a rutin matematikai műveletek (pl. a lineáris függvény grafikonjának ábrázolása) során előforduló akadályokat.</p> <p>A technológia segítségével olyan komplex, valós vagy fogalmi szinten bonyolultabb problémákat tárgyalunk, amelyeket a diákok anélkül nem tudnának megoldani. A diákok olyan szakmai kérdéseket látnak, amelyeknél a matematikai problémák megoldásához a technológia felhasználása megfelelő eszköz.</p>	<p>A kompetenciák értékelésének megfelelő formái:</p> <ul style="list-style-type: none"> • matematikai és tapasztalati kutatások, • projektmunkák, • írásbeli tudásfelmérő dolgozatok, • szóbeli feleltetés, illetve ellenőrzés megbeszéléssel.
<ul style="list-style-type: none"> • Az adatok értelmezésének és kritikus értékelésének a képessége a matematikában, valamint szakterületén és más összefüggésekben • A munkafolyamatok megtervezésének és megszervezésének a képessége • Képesség csoportban történő közreműködésre és összedolgozásra 	<p>A diákok találkoznak a szakmájukkal összefüggő bonyolult és kevésbé összetett modellezési példákkal. Ennek során hangsúlyozni kell a folyamat matematikai aspektusát, használatát és alkalmazásának értékelését, valamint az összekapcsolódásokat. A diákok a matematikaórákon vagy több tantárgy keretein belül nagyobb szabású (nem feltétlenül bonyolult) problémákkal foglalkoznak. Legjobb, ha a probléma megoldása csapatban történik, és megelőzi azt a munka célszerű megtervezése.</p>	<p>A kompetenciák értékelésének megfelelő formái:</p> <ul style="list-style-type: none"> • matematikaórán nehezebb, a szakterületükkel összefüggő feladatok megoldása, • projektmunka kidolgozása a matematikaórákon vagy több tantárgy keretén belül.

<ul style="list-style-type: none"> • Felelősségvállalás saját tudását illetően, valamint a matematikai ismeretek önálló tanulásának a képessége • A matematika kulturális értéként való elfogadása és felfogása • Önbizalom a saját matematikai képességeit illetően, továbbá pozitív önkép fejlesztése 	<p>A matematikaórákon a diákok olyan számokra fontos és érdekes szituációkkal találkoznak, amelyeknél bemutathatják tudásukat, és felismerhetik, hogy a matematika célja a világ jobb megértése, és ebben az értelemben egy minőségibb élet megvalósítása.</p>	-
--	--	---

Differenciálás

A szakközépiskolai programban, illetve technikumban a matematika tanításánál kétfajta differenciálást vezetünk be.

1) A témakörök választhatósága a program alapján

A tantervben KÖTELEZŐ és VÁLASZTHATÓ témaköröket különböztetünk meg. A kötelező témakörök a szakközépiskolában, illetve a technikum valamennyi programjában tárgyalásra kerülnek, a választható témaköröket viszont csak a program jellegzetessége vagy az iskola döntése alapján. Az iskola a szakirány, illetve más körülmények alapján választhat ezek közül.

A tanmenetben a választható tartalmak feldolgozására további matematikaórákat kell biztosítani.

2) Az ismeretek differenciálása a szakmai érettségit választóknak

Azoknak a diákoknak, akik a matematikát választják a szakmai érettségien, az iskolának lehetővé kell tennie az utolsó évfolyamon az elsajátított tananyag elmélyítését és gyakorlását, lehetőség szerint külső differenciálással. Ezeknek a diákoknak külön matematikaórákat is biztosítani kell.

Kapcsolat a szakmai és más tantárgyakkal

A matematikaórákon figyelembe kell venni a tantárgyközi kapcsolatokat a szakmai és más területekkel. Ezek az összeköttetések többoldalúak és -rétegűek lehetnek:

- A diákok egyes matematikai fogalmakkal már előbb találkoznak más tantárgyknál. Ilyen esetekben ezek tárgyalása segít megérteni a matematikai fogalmakat, valamint a tanórán a matematikai definíció jobb és mélyebb elsajátítását eredményezi.
- Bizonyos fogalmakat a diákok először a matematikaórákon ismernek meg. Ebben az esetben ugyanezen tartalomnak egy másik tantárgynál történő tárgyalása segíti a matematika alkalmazhatóságának megismerését.
- Előfordul, hogy a diákok egyes tartalmakkal a matematikánál és más tantárgyknál egyidejűleg ismerkednek meg (pl. projektek).

A fogalmak bevezetéséhez valamennyi esetben, de főleg a harmadiknál, elengedhetetlen a matematika szakos és más tanárok csapatmunka keretei közt történő együttműködése.

Technológia

A technológia szakszerű alkalmazásának képessége fontos a matematikai problémák megoldása során, valamint a választott szakterületen a sikeres munkához és a továbbtanuláshoz is. A diákok a matematikaórákon megismerkednek a numerikus és a grafikus számológéppel, valamint a számítógépes programokkal, és használják azokat. Különbőféle számítógépes programokat alkalmaznak: pl. dinamikus geometriai, szimbólumos számításokat lehetővé tevő, számítógépes táblázatkezelő,

háromdimenziós modellkészítő, speciális tartalmakat megjelenítő programokat. Továbbá olyan egyéb, bizonyos szakmai területeken használatos szoftvereket, amelyek segítik a matematika tanulását vagy alkalmazását.

A technológia használata lehetővé teszi a komplex és valós szituációk tárgyalását, valamint a bonyolultabb matematikai folyamatok megtanulását. A technológia alkalmazásának készsége más tantárgyak sikeres elsajátítása szempontjából is fontos. A matematikaórákon továbbá felhasználásra kerülnek technológiai eszközök annak érdekében is, hogy a szerényebb számolási készségekkel rendelkező vagy a tudás elsajátításában hiányosságaik miatt akadályozott diákok is képesek legyenek megtanulni a tantárgyat.

A matematika szakos tanár szerepe

A szakközépiskolai programban, illetve technikumban a matematika szakos tanár az iskola „szakkörnyezetének” a része. Jól informáltnak kell lennie azokról a szakterületekről, amelyeket a diákok tanulnak. A tanárnak ismernie kell a tevékenységeikhez használható technológiai eszközöket, a szaknyelvet, a munkájukhoz kapcsolódó szabályokat és módszereket, valamint szervezési feladatokat stb., mert csak így tudja a szakterület elemeit eredményesen beépíteni a matematikaórákba. Ennek okán a pedagógus képes lesz arra, hogy jobban megértse a diákokat, következésképpen pedig a diákok könnyebben fogadják el a személyét, valamint magát a matematikát szakmájuk és életük fontos alkotóelemeként.

A matematika szakos tanárnak a szakmai és más tantárgyak esetében az órák tervezése és végrehajtása során csapatban kell dolgoznia. Ennek köszönhetően a tanár mélyebb betekintést nyer a szakmai és más tantárgyakba, és közelebb tudja hozni kollégáit a matematikához és a matematikai kompetenciák tanításának filozófiájához, ami fontos a diákok sikeres tanulásához és fejlődéséhez az oktatás során, a szakmai területükön és a mindennapi életben. Így a tevékenységek és órák tervezése összehangolt, továbbá logikus lesz, aminek következtében a diákok matematikai ismeretei és kompetenciái megfelelően fejlődnek.

A kompetenciák sikeres fejlesztése érdekében fontos, hogy a tanulási folyamat résztvevői között olyan tiszteletteljes és korrekt viszony alakuljon ki, amelyben a tanárok és a diákok jogai, illetve kötelezettségei is egyértelműen körvonalazódnak. A diákoknak lehetőséget kell biztosítani, hogy részt vegyenek a matematikaórákon történő tevékenységek tervezésében és előkészítésében is (anyagok létrehozása vagy keresése). A matematika szakos tanároknak irányítaniuk kell a diákokat affelé, hogy a tevékenységekre reflektáljanak, azokról kritikusan gondolkozzanak, továbbá olyan helyzeteket kell teremteniük, ahol a diákoknak választási lehetőségeik vannak, és döntéseket hozhatnak. Az ilyenfajta hozzáállással a diákok magasabb szintű felelősségvállalása fejlődik saját döntéseiket és tudásukat illetően.

IV. OPERATÍV CÉLOK

Ez a fejezet a következő négy fő témából áll:

1. téma: SZÁMOK
2. téma: GEOMETRIA
3. téma: FÜGGVÉNYEK, EGYENLETEK ÉS DIFFERENCIÁLSZÁMÍTÁS
4. téma: A LOGIKA ALAPJAI, AZ ADATFELDOLGOZÁS ÉS A VALÓSZÍNŰSÉGSZÁMÍTÁS ALAPJAI

Az egyes témák több témakört tartalmaznak. Bizonyos témakörök minden szakképzési programban kötelezőek, néhány pedig választható.

A választható témakörök külön feltüntetésre kerültek, és azok közt a program vagy iskola a különböző szakmák sajátosságai és igényei szerint szelektálhat. Ezeknek a témának a tárgyalására további matematikaórákat kell biztosítani.

Mivel a matematikai ismeretek a belső összefüggésekre épülnek, a szakközépiskolai programban, illetve technikumban rendkívül fontos a tantárgy oktatása és tanulása szempontjából, hogy az új tudás az előzőkre épüljön. Lényeges, hogy az általános és a középiskola közti átmenet során a diákoknak az általános iskolából hozott tudása és az újonnan elsajátított ismeretek összekapcsolódjanak. Ezért az általános iskolai matematika programra épülő témakörök elején felsorolásra kerülnek azok a matematikai fogalmak, tartalmak és szimbólumok, amelyeket a diákok az alapfokú képzésben elsajátítottak. Noha a diákok az említett fogalmakat és tartalmakat az általános iskolában már tanulták, mégis előfordulhat, hogy néhányan közülük azokat rosszul sajátították el vagy elfelejtették. A tanár a már korábban megismert tartalmakat nem tanítja újra, hanem olyan tevékenységet tervez, amelynek keretei közt a diákok önálló otthoni és/vagy iskolai keretek közt felelevenítik és kiegészítik a korábbi tudásukat. A tanár felismeri a hibásan elsajátított tartalmakat és hiányosságokat, továbbá segíti a diákokat azok kijavításában.

A tanév elején a tanár a diákok önálló munkájához olyan megfelelő tevékenységeket készít elő, amelyek lehetővé teszik a matematikai ismeretek összefoglaló átismétlését és rendszerezését. Egy-egy új téma vagy témakör bevezetésekor cél, hogy a diákok önálló munkával átismételjék azokat a matematikai alapismereteket, amelyek fontosak az új tartalom elsajátításához. A tanár segíti a diákokat a hibásan elsajátított tartalmak kijavításában, és pótolja a diákok tudásában észlelhető hiányosságokat.

1. téma: SZÁMOK

1.1. Alapvető ismeretek a számokról

Az általános iskolai program kapcsolódó céljai:

A diák ismeri a természetes, egész, racionális és valós számokat, ezeket a számhalmazokat megkülönbözteti, és érti a köztük fennálló kapcsolatot ($N \subset Z \subset Q \subset R$).

Képes a számokat különböző módon bemutatni (számokkal, betűkkel, pontokkal a számegyenesen). Rendezi a számokat a számegyenesen. Ismeri az aritmetikai műveletek elnevezését, és alkalmazza az aritmetikai műveletek tulajdonságait a számkifejezések értékének kiszámításánál. Tudja használni a számológépet. Meghatározza egy adott szám ellentett értékét és reciprokát. A törtet felírja tizedes tört alakban, továbbá megkülönbözteti a véges és végtelen szakaszos tizedes törteket, valamint felírja a tizedes tört alakú számokat tört alakban.

A diák tisztában van az osztó és többszörös fogalmával, meg tudja azokat határozni, valamint képes kiszámolni „kisebb” számok legnagyobb közös osztóját és a legkisebb közös többszörösüket. Meg tudja különböztetni a páros és páratlan számokat, és ismeri a 2-vel, 5-tel, 3-mal, 9-cel, 10-zel és a 10^n -nel vett oszthatósági szabályokat. Ismeri a természetes kitevőjű hatványokat, és azokkal tud számolásokat végezni. Megold egyszerű egyenlőtlenségeket.

Műveleteket tud végezni algebrai kifejezésekkel: összead, kivon, többtagú kifejezéseket szoroz, négyzetre emeli a kéttagú algebrai kifejezést, szorozza két tag összegét és különbségét. Kiemeli a közös tényezőt, és a négyzetek különbségét tényezőkre bontja. Kiszámítja az algebrai kifejezés helyettesítési értékét a változó adott értékére.

A diák ismeri a százalék, valamint az egyenes és fordított arányosság fogalmát. Alkalmazza a következtetési számítást.

A diák ismeri a négyzetgyök definícióját, és képes megadni a (teljes négyzetek) négyzetgyökét fejben vagy számológép segítségével. A diák tisztában van az abszolút érték fogalmával, és meg tudja határozni a szám abszolút értékét.

Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
A diák átismétli az alapfogalmakat, az eljárásokat és az aritmetikai műveleteket (az általános iskolában tanultak alapján).		A tanár olyan tevékenységeket tervez, amelyekkel a diákok önállóan át tudják ismételni az alapfogalmakat, műveleteket és aritmetikai összefüggéseket. A tanár felismeri, és amennyiben szükséges, pótolja a diákok hiányosságait, valamint javítja a hibásan elsajátított tudástartalmakat.
A diák ismeri a természetes, egész, racionális és valós számokat, valamint használja a számok különböző ábrázolási módjait.	A diák felírja a végtelen szakaszos tizedes törteket tovább nem egyszerűsíthető (redukált) törtekként.	A diákok a fogalmakat és a szám ábrázolásának különböző módjait problémamegoldás során, matematikai témájú beszélgetésekben, eszmecserekből, magyarázatokban alkalmazzák. Figyelembe kell venni, hogy a diákok nem rendelkeznek előismeretekkel a végtelen szakaszos tizedes törtek tört alakban történő felírásáról.

<p>A diák ismeri a hatvány fogalmát, és műveleteket végez a természetes és egész kitevőjű hatványokkal.</p>	<p>A diák ismeri a hatványozás azonosságait, és alkalmazza azokat a számkifejezések értékének kiszámításakor. Tisztában van a hatványozás azonosságaival, alkalmazza őket az algebrai kifejezésekben. Érti a 10^{-n} hatványt, és alkalmazza a tizedest tört normálalakját (pl.: $0,1 = 10^{-1}$, $0,02 = 2 \cdot 10^{-2}$).</p> <p>A diák kerekíti a tizedes törtet tetszőleges pontossággal (pl. egész részre, két tizedes jegyre, ezredekre, két értékes jegyre).</p>	<p>A diákok példákat hoznak a hatványalakban való felírási módra más tantárgyakból, szakmájukból és környezetükből a tanultak alapján. Belátják a hatványalak jelentőségét, értelmét, korrektségét és hasznosságát. A számkifejezések értékének számításához numerikus számológépet használnak.</p>
<p>A diák műveleteket végez az N, Z, Q, R halmazokon.</p>	<p>A diák érti és használja az aritmetikai műveletek elnevezését, a számtani műveletek tulajdonságait a számkifejezések értéke kiszámításánál, továbbá jól ismeri a műveleti jelek sorrendjét, és megbízhatóan használja a numerikus számológépet. Megkülönbözteti a mínuszjel három jelentését.</p> <p>Megbecsli az eredményt, és kritikával viszonyul megoldásához.</p>	<p>Hangsúlyt kell fektetni az ismert aritmetikai műveletek begyakorlására, a várt eredmények megbecslésére és a kapott megoldások ellenőrzésére.</p> <p>A számtani alpműveleteket a diák írásban, szóban és numerikus számológép használatával végzi el.</p> <p>A diák olyan problémákat old meg, amelyek a mindennapi életből vagy szakmai szituációkból származnak.</p>
<p>A diák rendezzi a számokat, és műveleteket végez az egyenlőtlenségekkel.</p>	<p>A diák nagyság szerint rendezzi a számokat, megjeleníti a képüket a számegyenesen (valós tengelyen). A diák érti és jól használja az egyenlőtlenségjelek jelentését: nagyobb, nagyobb vagy egyenlő, kisebb, kisebb vagy egyenlő ($>$, \geq, $<$, \leq). Alkalmazza a rendezettségi relációkat és az egyenlőtlenségekkel végezhető műveletek tulajdonságait. Megoldja az egyszerű egyenlőtlenségeket.</p>	<p>Hangsúlyozni kell, hogy a számok rendezettsége a valós tengelyen szemléltethető.</p> <p>A diákok használják az egyenlőtlenségjeleket.</p>
<p>A diák műveleteket végez az algebrai kifejezésekkel.</p>	<p>A diák kiszámítja az algebrai kifejezés helyettesítési értékét. Egyszerűbb alakra hozza az algebrai kifejezéseket (összead, kivon, szoroz egytagú és többtagú kifejezéseket).</p> <p>Egyszerűbb alakra hozza a kéttagú kifejezés négyzetét és köbét, továbbá tényezőkre bontja az algebrai kifejezéseket. Ennek során a következő műveleteket használja: a közös tényező kiemelése, a négyzetek különbsége, valamint a köbök különbsége és összege, valamint a háromtagú kifejezések Viète-szabály</p>	<p>Figyelembe kell venni, hogy a diákok az általános iskolában csak a kéttagú kifejezések négyzetre emelését, valamint a két tag összegének és különbségének szorzatát tanulták.</p> <p>Először is jól be kell gyakorolni az egyes kifejezéseket.</p> <p>Lényeges, hogy a diák „összetett” kifejezéseket is egyszerűbb alakra hozzon (négyzetre emelés, köbre emelés, szorzás, szorzattá alakítás...). A gyakorlás hatékonyan folyhat csoportokban is.</p> <p>Figyelmet kell fordítani arra, hogy a diák ismerje meg a</p>

	<p>alapján történő szorzattá alakítása. Műveleteket végez egyszerű algebrai törtekkel. Egyszerűsíti az emeletes törteket, és műveleteket végez velük.</p>	<p>szimbólumos számítások elvégzésére is alkalmas számítógépes programokat. A hangsúlyt az algebrai törtek egyszerűsítésére és bővítésére kell helyezni.</p>
<p>A diák meghatározza egy szám osztóit és többszörőseit.</p>	<p>A diák alkalmazza az osztó és többszörös fogalmakat, meghatározza a szám osztóit és többszörőseit, továbbá a számot felbontja prímtényezőire. Megkülönbözteti a prím és az összetett számokat. Alkalmazza a 2-es, 3-as, 4-es, 5-ös, 6-os, 8-as, 9-es és 10^n-es oszthatósági szabályokat.</p>	<p>A diákok az általános iskolában tanult fogalmakat (otthoni munka keretében) még a közös, tantermi feldolgozás előtt önállóan ismétlik át. Hangsúlyozni kell az $n \cdot a$ (többszörös) és az a^n (hatvány) kifejezések különbözőségét.</p>
<p>A diák ismeri a maradékos osztás alaptételét.</p>	<p>A diák ismeri az oszthatósági relációt, és érti a maradékos osztás alaptételét. Alkalmazza a maradékos osztás szabályát a mindennapi életből vett feladatok megoldása során.</p>	<p>A diákok olyan a mindennapi életből vett szöveges feladatokat oldanak meg, amelyekben a maradékos osztás alaptételét kell alkalmazni.</p>
<p>A diák meghatározza a számok közös osztóit és többszörőseit.</p>	<p>A diák próbálgatással vagy prímtényező felbontással meghatározza két vagy több szám közös osztóit, majd a legnagyobb közös osztójukat. A diák próbálgatással vagy prímtényező felbontással meghatározza két vagy több szám közös többszörőseit, majd a legkisebb közös többszörösüket. Ismeri az oszthatósági relációt, és érti a relatív prímelek fogalmát.</p>	<p>A diákok önállóan átismétlik az általános iskolában megismert fogalmakat. A tanár egyéni döntése alapján a diák megismerheti és használhatja az euklidészi algoritmust is a legnagyobb közös osztó meghatározására. A legkisebb közös többszörösét a következő képlet alapján számítja ki: $v(a,b) = \frac{a \cdot b}{D(a,b)}$.</p>
<p>A diák használja a százalékszámítást.</p>	<p>A diák ismeri és érti a százalék és az ezrelék fogalmát, és ezeket összekapcsolja a rész és az egész egymáshoz való viszonyával. Kiszámítja a százaléklábat, a százalékértéket és az alapot, majd felhasználja a százalékszámítást mindennapi szituációkban és a szakterületén.</p>	<p>Ellenőrizni szükséges az általános iskolában megtanultakat. A diák a mindennapi életből és a szakmájából vett felhasználási példákat keres. A téma tantárgyközi projektek keretében is kerüljön megtárgyalásra. A numerikus számológép használata segít az eredményes számítás elvégzésében.</p>
<p>A diák alkalmazza az arány fogalmát. A diák megkülönbözteti az egyenesen és fordítottan arányos mennyiségeket.</p>	<p>A diák ismeri, érti és alkalmazza az arány fogalmát különböző szövegekörnyezetekben és szituációkban. Elemzi a mennyiségek közötti kapcsolatot, és meghatározza, hogy a mennyiségek egyenesen vagy fordítottan arányosak-e egymással, majd tetszőleges módszerrel (pl. következtetéssel) megoldja a</p>	<p>A tanár ellenőrzi a korábban megszerzett ismereteket, és külön hangsúlyt fektet a szakmával kapcsolatos feladatok megoldására. A diák olyan problémákat old meg, amelyek a mindennapi életből vagy a szakmájából vett szituációkból származnak.</p>

	problémákat.	
A diák érti a racionális számhalmaz kibővítésének szükségességét az irracionális számokkal.	A diák érti, hogy léteznek olyan számok, amelyeket nem lehet felírni tört alakban. Megjeleníti az irracionális szám képét a valós számegyenesen.	A tanár szabadon dönt arról, bemutatja-e annak bizonyítását, hogy léteznek olyan számok, amelyek nem írhatók fel tört alakban.
A diák érti a szám négyzetgyöke és négyzete közötti összefüggést.	A diák érti az összefüggést egy szám négyzetgyöke és négyzete között. Kiszámítja (20-ig) a teljes négyzetek gyökeit fejben, megbecsli tetszőleges szám négyzetgyökét, végül számológéppel kiszámítja a gyököket.	Ellenőrizni kell a korábban megtanult ismereteket.
A diák érti a szám köbgyöke és köbe közötti összefüggést.	A diák érti az összefüggést egy szám köbgyöke és köbe között, valamint numerikus számológéppel kiszámítja a gyököket.	Figyelembe kell venni, hogy erről a diákoknak nincsenek előismereteik.
A diák műveleteket végez gyökökkel.	A diák kiszámítja olyan kifejezés értékét, amelyben szerepelnek négyzet- és köbgyökök, továbbá értelemszerűen megbecsli és kritikus módon viszonyul az eredményhez. Helyesen és megbízhatóan, meghatározott pontossággal használja a numerikus számológépet. Kiemeli a gyökjel elé, amit lehet, és alkalmazza a nevező gyöktelenítését a kifejezések pontos értékének kiszámítása során. Egyszerűbb alakra hozza a gyökös kifejezéseket.	Hangsúlyozni kell a rész- és a végeredmények megbecslése során a kritikus hozzáállás fontosságát.
A diák ismeri az intervallum fogalmát.	A diák ismeri az intervallum fogalmát, és ábrázolja, illetve felírja azt különböző módokon: grafikusan a valós számtengelyen, egyenlőtlenségjelekkel, halmazokkal. A diák megadja az egyenlőtlenség megoldását intervallummal.	A diákok az intervallumok különböző szimbólumos jelöléseit alkalmazzák.
A diák ismeri és érti a valós szám abszolút értékének fogalmát.	A diák ismeri és érti az abszolút érték definícióját. Alkalmazza az abszolút érték tulajdonságait, és műveleteket végez olyan kifejezésekkel, amelyekben abszolút értékek is szerepelnek. Megold egyszerű abszolút értéket tartalmazó egyenletet és egyenlőtlenséget. Megkülönbözteti az abszolút és a relatív hibát.	Hangsúlyozni kell az abszolút érték bemutatásának „geometriai” ábrázolását. Csak abszolút értéket tartalmazó számkifejezéseket, egyszerű egyenleteket és egyenlőtlenségeket old meg. Rá kell irányítani a figyelmet az adott szakma esetében az abszolút és a relatív hiba meghatározásának fontosságára.

A diák ismeri a tetszőleges fokú gyököket, és műveleteket végez velük.	A diák kiszámítja magasabb fokú gyökök értékét fejben és numerikus számológép segítségével. Egyszerűbb alakra hoz olyan aritmetikai és algebrai kifejezéseket, amelyekben magasabb fokú gyökök szerepelnek.	A diák megtanulja a numerikus számológép használatát a magasabb fokú gyökök kiszámítása során.
A diák műveleteket végez a racionális kitevőjű hatványokkal.	A diák a gyököt átváltja racionális kitevőjű hatványra, valamint a racionális kitevőjű hatványt gyökké. Aritmetikai és algebrai kifejezésekben racionális kitevőjű hatványokkal műveleteket végez.	A diák megtanulja a numerikus számológép használatát a racionális kitevőjű hatványok kiszámítása során.

1.2. Komplex számok (választható témakör)		
Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
A diák érti a komplex számok bevezetésének szükségességét, és fel tudja írni a komplex számot.	A diák ismeri és érti a $z = a + bi$ jelölést. A diák ábrázolja a komplex számot (ponttal, vektorral), valamint a komplex számok halmazát a komplex számsíkon.	Bemutatásra kerül a komplex számok bevezetésének szükségessége és a jelentősége a matematikában, valamint az adott szakma esetében.
A diák műveleteket végez komplex számokkal.	A diák összeadja, kivonja, szorozza és osztja a komplex számokat. Meghatározza a képzetes egység hatványainak értékeit, valamint a komplex szám konjugált és abszolút értékét, ezután mindkettőt ábrázolja a komplex számsíkon.	Összefüggés – összehasonlítás: műveletek kéttagú kifejezésekkel (műveletek vektorokkal)
A diák alkalmazza a komplex számokat (a másodfokú egyenletek megoldása során).	A diák megoldja a valós együtthatójú másodfokú egyenletet abban az esetben, ha annak diszkriminánsa negatív szám. Szorzattá alakítja a kifejezést a komplex számok halmazán.	

2. téma: GEOMETRIA

2.1. A sík- és térgeometria alapfogalmai

<p>Az általános iskolai program kapcsolódó céljai: A pontok, egyenesek és síkok kölcsönös helyzetét a diák matematikai modell segítségével definiálja, ábrázolja és szimbólumokkal felírja. Eközben a következő szimbólumokat használja: a pontokra (A, B, ...), az egyenesekre (p, q,...), a szakaszokra (AB, CD,...), a szögekre (\angle „{ ABC , α, β ...), a síkokra (\mathfrak{R}, Σ, Π, Φ), a kölcsönös helyzetekre és viszonyokra (\parallel, \perp, \in, \notin, \cap, \subset, \cong, \sim), valamint a hosszúságokra, illetve a távolságokra ($AB = d(A, B)$, $d(A, p)$, $d(p, q)$, ahol $p \parallel q, \dots$). A diák alkalmazza a 7. osztályban megismert fogalmakat: a szög csúcsa, a szög szára (félegyenes), a szög határa, a szögtartomány belseje, a szög külseje, a szögek fajtái (null-, teljes-, egyenes- és derékszög; hegyes- és tompaszög), és ismeri a szögek közti összefüggéseket (mellék- és csúcsszögek, párhuzamos szárú szögpárok). A diák megméri a szögeket (szögfokban és szögpercben), és műveleteket végez velük, valamint geo háromszögvonalzóval és körzővel ($60^\circ, 30^\circ, 15^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 120^\circ$) megszerkeszti azokat.</p>		
Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
A diák átismétli (az általános iskolában) megismert geometriai alapfogalmakat a pontokról, az egyenesekről és a síkokról.		Az általános iskolából ismert alapfogalmakat nem kell újra megtanítani, hanem olyan tevékenységeket szükséges tervezni, amelynek keretei közt a diákok önálló otthoni és/vagy iskolai keretek közt felelevenítik és kiegészítik korábbi ismereteiket. A tanár felismeri a hibásan elsajátított tartalmakat és hiányosságokat, segíti a diákokat azok kijavításában.
A diák elfogadja a geometria alapaxiómáit.	A diák ismeri azokat az axiómákat, amelyek összekapcsolják a pontokat, az egyeneseket és a síkokat.	A tanár a geometriai fogalmak és a köztük fennálló összefüggések definiálásakor minden lehetséges matematikai eszközt alkalmaz: szakmai szempontból hibátlan szóbeli magyarázatot ad, szemléltet térbeli modellekkel, szerkesztéssel, illetve képekkel és matematikai szimbólumokkal.
A diák megkülönbözteti az axiómákat, a tételeket és a definíciókat.	A diák tudja, hogy a tételek az axiómákból származnak, továbbá azt, hogy az új fogalmakat definíciókkal határozzuk meg: pl. kollineáris, komplanáris pontok, konvex ponthalmazok.	A diákok az axiómákat olyan alapvető matematikai igazságokként fogják fel, amelyekre a geometria épül.
A diák alkalmazza a matematikai nyelvezetet.	A diák alkalmazza a matematikai nyelvezetet és szakkifejezéseket a fogalmak definiálásánál, a kölcsönös helyzetek, illetve összefüggések leírásánál és bemutatásánál, valamint a megismert bizonyítások logikus magyarázatánál. Bemutat és értelmez egy ismert bizonyítást (pl. tétel(ek) a sík egyértelmű meghatározottságáról).	A diák alkalmazza a matematikai nyelvezetet a matematikai kommunikáció során. A tevékenységek lehetnek szóbeli prezentációk, bemutatók, csoport- és projektmunkák.

	Megkülönbözteti a modelleket és a fogalmakat.	
A diák érti a szög fogalmát.	A diák írásbeli vagy szóbeli ellenőrzés során számot ad arról, milyen mértékben sajátította el a tananyagot.	A diákok önállóan átismétlik a szögekről tanult fogalmakat, pl. plakátot vagy kivonatokat kreálnak, szemináriumi dolgozatot írnak, számítógépes bemutatót készítenek... A tanár felismeri, és szükség esetén kijavítja a tudásbéli hiányosságokat.
A diák ismeri az egyes szögfajtákat és a köztük fennálló összefüggéseket.	A diák kiszámítja a pótszögeket és a mellékszögeket. Felismeri és alkalmazza a párhuzamos egyenesek mentén keletkező szögek és a merőleges szárú szögpárok közti összefüggéseket.	
A diák ismeri a szögmérés mértékegységeit, és a szögekkel tud műveletek végezni.	A diák bővíti a következő ismeretekkel a szögmérés mértékegységeiről elsajátított tudását: szögmásodpercekkel is végez számításokat, megismeri a radiánt, és át tudja váltani a szögfokokat radiánokba, és fordítva. Eközben önállóan használja a numerikus számológépet. Fejben átváltja a következő szögeket szögfokokból radiánba, és fordítva: (pl. $60^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 120^\circ \dots$) Önállóan kiszámítja a szögek nagyságát.	A diákok megtanulják a numerikus számológép használatát a szögmérés mértékegységének átváltásánál: a tízesből a hatvanas számrendszerbe, és fordítva, valamint szögfokokból radiánokba, és fordítva.
A diák meg tudja szerkeszteni a szögeket körző és geo háromszögvonalzó használatával.	A diák szakmája sajátosságainak megfelelően, geo háromszögvonalzóval vagy körzővel megszerkeszti a teljesszögnél kisebb szögeket. A diák ismeri a szimmetriatengely fogalmát, és dinamikus geometriai programmal is megszerkeszti az adott szakasz szakaszfelező merőlegesét vagy az adott szög szögfelező egyenesét.	A klasszikus geometriai szerkesztések közül csak az egyszerűbbeket (szögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező egyenes) hajtják végre geometriai eszközökkel, és azokat is csupán az adott szakmai terület által megkövetelt mélységben és terjedelemben.

<p>A diák tud tájékozódni a koordináta-rendszerben (derékszögű és polárkoordináta-rendszer).</p>	<p>A diák összekapcsolja a pont síkbeli helyzetét a koordináta-tengelyektől való távolságával (derékszögű koordináta-rendszer) és a kiválasztott ponttól (pólus) vett távolságával, valamint a kiválasztott egyenes (poláris tengely) és a pont által bezárt szöggel. A diák a polárkoordináta-rendszert a szakmai követelményeknek megfelelően alkalmazza. Megkülönbözteti a pozitív és negatív elfordulású szögeket. Ábrázolja és leolvassa egy adott pont helyzetét a megadott koordináta-rendszerben.</p>	<p>Bizonyos síkgeometriai tartalmak a koordináta-rendszerrel is összefüggenek: pl. a pont helyzete, mértani leképezések.</p> <p>A diák megadott koordináták alapján ábrázolja a pontot az adott koordináta-rendszerben. A diák a polárkoordináta-rendszerrel kapcsolatos ismereteket csak akkor sajátítja el, ha ezt szakmai területe megköveteli.</p> <p>A dinamikus geometriai programokat a diákok elsősorban az önálló kísérletezésre használják.</p>
---	---	---

<p>2.2. A sík leképezései</p>		
<p>Az általános iskolai program kapcsolódó céljai: A diák a 7. osztályból ismeri a következő leképezések tulajdonságait, megszerkeszti őket, és felírja azokat szimbólumokkal: Párhuzamos eltolás Középpontos tükrözés $Z_A : A \rightarrow A'$ Tengelyes tükrözés $Z_p : A \rightarrow A'$</p>		
<p>Operatív célok</p>	<p>A célok leírása</p>	<p>Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók</p>
<p>A diák átismétli az általános iskolában tanult alapvető síkbeli leképezéseket.</p>	<p>A diák ellenőrzi egy geometriai konfiguráció tulajdonságait (pl. kutatja a szimmetriát).</p>	<p>Az általános iskolából ismert alapfogalmakat nem kell újra megtanítani. A diákok önálló munkával átismétlik azokat, a tanár pedig felméri a tudásukat.</p>
<p>A diák ismeri és alkalmazza az újonnan megtanult síkbeli leképezéseket: a pont körüli elforgatást és a középpontos nyújtást/zsugorítást.</p>	<p>A diák alkalmazza az alapvető leképezéseket a geometriai konfigurációk vizsgálatánál, szerkesztéseknél és méréseknél. Végrehajtja az alapvető mértani leképezéseket geometriai eszközökkel, leírja a szerkesztési folyamatot (pl. tükrözés, nyújtás/zsugorítás).</p>	<p>A diákok geometriai eszközökkel a klasszikus szerkesztések közül csak az egyszerűbbeket hajtják végre, és azokat is csupán az adott szakmai terület által megkövetelt mélységben és terjedelemben.</p>

<p>A diák érti és alkalmazza az egybevágóság és hasonlóság fogalmát.</p>	<p>A diák érti a szakaszok és szögek egybevágóságának fogalmát. A diák ismeri az arány fogalmát és a szakaszok aránypárját.</p> <p>Alkalmazza a megfelelő stratégiákat, és összekapcsolja a síkgeometria tartalmait (pl. ábrát készít, átlát a szituáción, analizálja az összefüggéseket, felosztja a síkidomot részekre – háromszögekre, összekapcsolja a síkidomokat és a koordináta-rendszert).</p>	<p>A dinamikus geometriai programokat a diákok elsősorban az önálló kísérletezéshez használják.</p> <p>Bizonyos síkgeometriai tartalmak a koordináta-rendszerrel is összefüggenek: pl. a pont helyzete, mértani leképezések.</p>
---	--	--

2.3. Mértani síkidomok

Az általános iskolai program kapcsolódó céljai:

A diák a 8. osztály végéig a következő mértani fogalmakat ismerte meg:

- Kör és a kör részei (körvonal, sugár, átmérő, körív és körcikk, középponti szög), az egyenes és a kör, illetve két kör kölcsönös helyzete (húr, szelő egyenes, érintő egyenes, kitérő egyenes, középponti távolság), a körvonal adott pontjában érintő egyenes szerkesztése;
- Háromszög (belső és külső szögeinek összege, háromszög-egyenlőtlenség), a háromszögek fajtái az oldalai és szögei alapján, a háromszög magasság- és súlyvonalai, valamint magasság- és súlypontja, körülírt és beírt kör, hasonló és egybevágó háromszögek, a háromszögek szerkesztése, a szakasz arányos felosztása;
- Négyszög (téglalap, négyzet, paralelogramma, rombusz, trapéz, egyenlő szárú trapéz, deltoid), átlók, a belső szögek összege, a paralelogramma, a rombusz és az egyenlő szárú trapéz szerkesztése;
- Szabályos sokszögek;
- A síkidomok körüljárási iránya;
- A síkidomok kerületének és területének kiszámítása;
- A hosszúság-, terület- és térfogatmérés mértékegységei.

Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
<p>A diák átismétli az általános iskolában tanult mértani síkidomok definícióit és tulajdonságait.</p>		<p>A diákok önállóan átismétlik a síkidomokról tanult alapfogalmakat, pl. plakátot vagy kivonatokat készítenek, szemináriumi dolgozatot írnak, számítógépes prezentációt alkotnak...</p> <p>A tanár felismeri, és szükség esetén kijavítja a tudásbéli hiányosságokat.</p>
<p>A diák ismeri a kerületi és középponti szögek tételét.</p>	<p>A diák ismeri és alkalmazza szerkesztési és számítási feladatoknál az ugyanazon az íven fekvő kerületi és középponti szögek közti összefüggést (félkörnél a Thalész-tételt is).</p> <p>Megszerkeszti a kör külső pontjából a körhöz húzható érintőket.</p>	<p>A diákok geometriai eszközökkel a klasszikus szerkesztések közül csak az egyszerűbbeket hajtják végre, és azokat is csupán az adott szakmai terület által megkövetelt mélységben és terjedelemben.</p>

A diák ismeri a háromszög oldalai és szögei közti összefüggéseket.	A diák alkalmazza a háromszög belső és külső szögei közt fennálló összefüggéseket, és kiszámítja az ismeretlen szögeket (pl. a külső szög egyenlő a nem mellette fekvő belső szögek összegével). Bemutat és logikusan értelmez egy ismert bizonyítást (pl. a belső szögek összege).	A diákok önállóan kísérleteznek, amelynek során a háromszögek oldalai és szögei között fennálló összefüggéseket különböző kritériumok szerint (pl. a háromszög-egyenlőtlenség, a szögek nagysága és az oldalak hosszúság alapján) csoportosítják.
A diák megkülönbözteti a hasonló és egybevágó háromszögeket.	A diák ismeri az egybevágó háromszögek axiómáját és tételeit. Ismeri a hasonló háromszögek definícióját és az azzal kapcsolatos tételeket is.	A tanár a fogalmakat, összefüggéseket és tulajdonságokat a mindennapi életből vett, valamint az adott szakmai területhez kapcsolódó problémák megoldásával vezeti fel és mutatja be.
A diák tud háromszögeket, négyszögeket és szabályos sokszögeket szerkeszteni.	A diák megszerkeszti az oldalairól, szögeiről, magasságairól, súlyvonalairól rendelkezésre álló adatok alapján a háromszöget, illetve megadott arányú hasonló háromszögeket hoz létre. A diák végrehajtja az alapvető szerkesztési feladatokat geometriai eszközökkel, és leírja annak menetét.	A diák megvizsgálja egy geometriai konfiguráció tulajdonságait (pl. kutatja, mikor kerül a körülírt kör középpontja a háromszög belsejébe).
A diák ismeri és alkalmazza a síkgeometria alapvető tételeit (Pitagorasz-tétel, befogó- és magasságtétel, valamint a párhuzamos szelők tétele).	A diák alkalmazza az alapvető tételeket a háromszög elemeinek meghatározására, a szerkesztési feladatok és az összetettebb geometriai problémák megoldása során.	A síkidomok és tételek tárgyalása részben deduktív, részben pedig leíró módszeren alapul.

2.4. A hegyesszögek szögfüggvényei

Előismeretek:

Derékszögű háromszög, Pitagorasz-tétel

Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
A diák ismeri a derékszögű háromszögben található hegyesszögek szögfüggvényeinek definícióit.	A diák kiszámítja a derékszögű háromszögben található hegyesszögek szögfüggvényeinek értékét (szinusz, koszinusz, tangens, kotangens), és adott szögfüggvény esetén megadja az ismeretlen szöveget. Használja a numerikus számológépet. A szögek nagyságát szögfokokban (percekben, másodpercekben) vagy radiánokban adja meg. Alkalmazza a szögfüggvények pontos értékét a	A diákok csak az adott szakmai terület által megkövetelt mélységben és terjedelemben számítják ki a szögfüggvények értékeit.

	következő szögekre: $60^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 90^\circ, 0^\circ$. A diák alkalmazza az összefüggéseket a pótszögek szögfüggvényei között.	
A diák egységkörben bemutatja 0°-tól 360°-ig a szögfüggvényeket.	A diák összekapcsolja a koordináta-rendszert az egységkörrel, és érti a szögfüggvények értékeinek szemléltetését az egységkörben. Használja a numerikus számológépet és a „trigonirt”.	A tanár különböző technológiákat használ a koordináta-rendszer és az egységkör összefüggésének bemutatására. A hangsúly a szög nagysága és a szögfüggvények értéke közti összefüggések elsajátítására, valamint a különféle síknegyedekben a szögfüggvények előjelének a változására kerül. A diákok önálló kísérleteket és kutatásokat végeznek. Eközben olyan mértékben használják a dinamikus geometriai programokat, amennyit a szakmai területük megkövetel.
A diák ismeri és alkalmazza a szinusz- és koszinusztételt.	A diák alkalmazza a szinusz- és koszinusztételt a háromszög ismeretlen oldalainak és szögeinek kiszámításakor. A tételeket a tetszőleges háromszögek – és ezzel tetszőleges sokszögek – oldalhosszúsága és szögnagyságai kiszámításának alapvető módszereként fogja fel. Használja a numerikus számológépet.	A diákok a mindennapi életből vett feladatok és problémák segítségével gyakorolják a háromszögek ismeretlen oldalainak és szögeinek kiszámítását.
A diák kiszámítja a háromszög beírt és körülírt körének sugarát.	A diák alkalmazza a beírt és körülírt kör sugarának képleteit. Használja a numerikus számológépet.	A tanár a mindennapi életből és környezetből származó, valamint az adott szakmai területhez kapcsolódó példákat keres.
A diák átismétli az általános iskolában tanult hosszúság-, terület- és térfogatmérés mértékegységeit.	A diák önállóan át tudja váltani a hosszúság-, terület- és térfogatmérés mértékegységeit. A szakmai követelményeknek megfelelően alkalmazza a nagyobb vagy kisebb egységeket, és felírja őket normálalakban a 10^n , illetve 10^{-n} tényező segítségével. Az egységek megnevezésekor a diák alkalmazza a megfelelő előtagokat (pl. nano, mikro..., mega, giga).	

<p>A diák kiszámítja a szakaszok hosszúságát, a síkidomok területét és területét.</p>	<p>A diák a már ismert képletekkel kiszámítja egy tetszőleges háromszög és az összetett síkidomok területét és területét, majd elvégzi ezt Hérón-képlettel, továbbá a szögfüggvényekkel összefüggő más formulákkal is. Új jelölést használ a síkidomok területére (S). A síkidomok különböző elemeinek (pl. magasság, átló...) kiszámításához indirekt feladatokat old meg. Aránypárral is kiszámolja az oldalhosszúságokat. A diák az eredményeket megbecsli, azokat ellenőrzi, mialatt odafigyel a mértékegységekre. Használja a numerikus számológépet.</p>	<p>A hangsúly az általános háromszög oldalhosszúságainak és szögméreteinek kiszámításán, a szinusz- és koszinusztétel, valamint a Hérón-képlet alkalmazásán van.</p>
<p>A diák megold összetettebb geometriai problémákat.</p>	<p>A diák alkalmazza a megfelelő stratégiákat, és azokat összekapcsolja a síkgeometria tartalmaival (pl. ábrát készít, átlát a szituáción, analizálja az összefüggéseket: felosztja a síkidomot részekre - háromszögekre, összekapcsolja a síkidomokat a koordináta-rendszerrel.</p>	<p>A diákok önálló kísérleteket és vizsgálatokat is végeznek. Eközben használják a dinamikus geometriai programokat is.</p>

2.5. Mértani testek

Az általános iskolai program kapcsolódó céljai:

Poliéderek: kocka, téglatest, (szabályos) hasáb, (szabályos) 4-oldalú gúla, alapél, oldalél, (test)magasság, alaplap, oldallap, palást, a test hálójára, felszín ($P = 2O + pl$, $P = O + pl$), térfogat ($V = O \cdot v$, $V = \frac{O \cdot v}{3}$)

Gömbölyű testek: henger ($P = 2\pi r^2 + 2\pi r v$, $V = \pi r^2 v$), kúp ($P = \pi r^2 + \pi r s$, $V = (\pi r^2 \varpi)/3$), gömb

Az oldallap magassága és átlója, testátló, tengelymetszet.

Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
<p>A diák átismétli az általános iskolában tanult alapfogalmakat a mértani testekről.</p>		<p>A diákok önállóan átismétlik a mértani testekről tanult alapfogalmakat, pl. plakátot vagy kivonatokat készítenek, szemináriumi dolgozatot írnak, számítógépes bemutatót készítenek... A tanár észleli, és szükség esetén kijavítja a tudásbéli hiányosságokat.</p>

Hasáb és henger	A diák a hasábot tetszőleges alaplapú testként fogja fel. Használni tudja a következő fogalmakat: az alap- és az oldallap átlója, testátló, tengely- és átlómetszet; szakaszok és síkok hajlásszöge. Kiszámol összetett feladatokat numerikus számológéppel. A diák a számítások során az eredményeket megbecsli, kritikus módon viszonyul a kapott eredményekhez, mindeközben odafigyel a mértékegységekre.	A diákok modellezik a testet, kutatást végeznek, továbbá dinamikus geometriai programokkal feladatokat oldanak meg. A mindennapi életükben, környezetükben vagy saját szakmai területükön megkeresik a testek modelljeit, és azokkal kapcsolatban különböző mennyiségeket számolnak ki.
Gúla és kúp	A diák a gúlát tetszőleges alaplapú testként fogja fel. Használni tudja a következő fogalmakat: jellegzetes tengelymetszet, a szakaszok és síkok hajlásszöge. Kiszámít összetett feladatokat numerikus számológép használatával. A diák a számítások során az eredményeket megbecsli, kritikus módon viszonyul a kapott eredményekhez, mindeközben odafigyel a mértékegységekre.	A diákok modellezik a testet, kutatást végeznek, továbbá dinamikus geometriai programokkal feladatokat oldanak meg. A mindennapi életükben, környezetükben vagy saját szakmai területükön megkeresik a testek modelljeit, és azokkal kapcsolatban különböző mennyiségeket kiszámolnak.
Forgástestek és gömb	A diák a hengert, a kúpot és a gömböt forgástestként értelmezni. Meghatározza a forgástengelyt, és a tengely megválasztása alapján elemzi a keletkezett testet.	A diákok önállóan kutatásokat és kísérleteket végeznek. Eközben használják a dinamikus geometriai programokat.
A diák megold összetettebb térgeometriai problémákat.	A diák alkalmazza a megfelelő stratégiákat, és összekapcsolja a síkgeometria egyes tartalmait (pl. ábrát készít, átlát a szituáción, analizálja az összefüggéseket, alkalmazza a sík- és a térgeometria fogalmait).	A diákok önállóan kutatásokat és kísérleteket végeznek. Eközben használják a dinamikus geometriai programokat.

2.6. Másodrendű görbék (választható témakör)

Előismeretek:

Mértani alapfogalmak: pont, egyenes, szakasz, körvonal (a mértani ponthalmaz helyeként), szimmetriatengely

Tükrözés és szimmetria

Koordináta-rendszer, lineáris és másodfokú függvény

Egyenletek és egyenletrendszerek

Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
----------------	-----------------	---

A diák megismeri azokat a görbéket, amelyek a kúp és a kettős kúp síkmetszeteiként jönnek létre.	A diák a szaktantárgyaknál (pl. műszaki rajz, mérések) elsajátított tudását felhasználva felismeri azokat a görbéket, amelyek a kettős kúp síkmetszeteiként keletkeznek: körvonal, ellipszis, hiperbola, parabola.	A tanár segíti a diákokat abban, hogy matematikai és specifikus szakmai előismereteiket össze tudják kapcsolni. Ehhez használja a szakmai tantárgy által nyújtott lehetőségeket: pl. mintafeladatok, termékek, számítógépes programok és más technológia.
A diák összekapcsolja a körvonalat a koordináta-rendszerrel.	A diák felírja a középponti és az S (p, q) középpontban eltolt helyzetű kör egyenletét. Elemzi a körvonal és az egyenes, valamint két körvonal kölcsönös helyzetét, továbbá kiszámítja a távolságokat és a metszéspontok koordinátáit.	A diákok önállóan kutatnak és kísérleteket végeznek. Ehhez grafikus számológépet, szimbólumokkal végzett számításokhoz alkalmas számítógépes, dinamikus geometriai és a szakterületükön megismert programokat használnak.
A diák összekapcsolja az ellipszist, a hiperbolát és a parabolát a koordináta-rendszerrel.	A diák alkalmazza az ellipszis és a hiperbola középponti helyzetű, valamint a parabola csúcsponti egyenletét. A szakmai követelményektől függően a $v = (p, q)$ vektorral párhuzamosan eltolt görbeegyenleteket is alkalmazza. Elemzi a görbék és egyenesek kölcsönös helyzetét a koordináta-rendszerben. Ehhez a megfelelő számítógépes programokat használja.	A diákok önállóan kutatnak és kísérleteket végeznek. Ehhez dinamikus geometriai és a szakterületükön megismert programokat használnak.

2.7. Vektorok (választható témakör)

Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
A diák ismeri és alkalmazza a vektorok grafikus szemléltetését.	A diák síkban szemlélteti a vektort irányított szakasszal. Ábrázolja a megadott $\vec{a} = (a_1, a_2)$ vektort a koordináta-rendszerben. Meghatározza a koordináta-rendszerben lévő ponthoz tartozó helyvektor koordinátáit.	A diák összehasonlítja a vektorok ábrázolását a koordináta-rendszerben a komplex számok komplex számsíkban történő ábrázolásával.
A diák összead és kivon vektorokat. A vektort megszorozza egy skalárral.	A diák grafikusan és analitikusan összead és kivon vektorokat. Grafikus és analitikus módszerrel beszorozza a vektort egy skalárral. A kifejezések egyszerűbb alakra hozásakor alkalmazza az összeg és a skalárral való szorzás tulajdonságait.	A tanár a vektorok ábrázolásánál különböző technológiai eszközöket használ (pl. dinamikus geometriai programokat).

<p>A diák ismeri és alkalmazza a vektorok lineáris kombinációja, a kollinearitás, a komplanaritás és a bázis fogalmakat.</p>	<p>A diák ismeri és alkalmazza a vektorok lineáris kombinációjának definícióját. Ismeri és alkalmazza a kollinearitás és komplanaritás fogalmakat. Grafikus és analitikus módon kifejezi az adott vektort két nem kollineáris vektor lineáris kombinációjaként (vektorok felbontása összetevőkre).</p>	<p>A diák alapszintű feladatokat old meg. A tanár kapcsolatot teremt a fizikával, konkrétan az erők összetevőkre történő felbontásának kérdésével.</p>
<p>A diák kiszámítja a vektorok skaláris szorzatát.</p>	<p>A diák kiszámítja a vektorok skaláris szorzatát. Ismeri és alkalmazza a skaláris szorzat tulajdonságait. Kiszámítja a vektor hosszúságát. Kiszámítja két vektor hajlásszögét. Megállapítja, hogy két vektor párhuzamos, illetve merőleges-e.</p>	<p>A tanár hangsúlyozza a tantárgyközi kapcsolatokat (a fizikából ismert mennyiségek közül a sebesség, a gyorsulás és az erővektorok fogalmával), valamint a vektorok jelentőségét a szakmai tantárgyak tekintetében.</p>

3. téma: FÜGGVÉNYEK, EGYENLETEK ÉS DIFFERENCIÁLSZÁMÍTÁS

3.1. Függvény és egyenlet		
<p>Az általános iskolai program kapcsolódó céljai: Alkalmazza a síkbeli koordináta-rendszert, megjeleníti a pontokat a koordináta-rendszerben, és leolvassa a koordinátáikat. A diák leírja két mennyiség összefüggését, ábrázolja azokat táblázattal és grafikonnal, továbbá felírja szimbólumokkal. Ismeri és alkalmazza az egyenes és fordított arányosság egyenletét. A diák felírja a lineáris függvény egyenletét, ábrázolja annak grafikonját, a grafikonról leolvassa metszéspontjait a koordináta-tengelyekkel, és kiszámítja a lineáris függvény zérushelyét. A diák megkülönbözteti az egyenleteket és a kifejezéseket. A szövegben felismeri a lineáris összefüggést, és felír egyszerű lineáris egyenleteket. Megoldja a zárójeleket és törteket is tartalmazó lineáris egyenletet.</p>		
Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
<p>A diák általános iskolai tanulmányaiból feleleveníti a koordináta-rendszerről, a mennyiségek összefüggéseiről, az adatábrázolásról, az aránypárokról, a függvényekről és az egyenletekről tanult alapvető fogalmakat.</p>		<p>Az általános iskolából ismert alapfogalmakat nem kell újra megtanítani, hanem olyan tevékenységeket kell tervezni, amelynek keretei közt a diákok önálló otthoni és/vagy iskolai keretek közt felelevenítik és kiegészítik korábbi ismereteiket. A tanár felismeri a hibásan elsajátított tartalmakat és hiányosságokat, segíti a diákokat azok kijavításában.</p>
<p>A diák bővíti a koordináta-rendszerről elsajátított tudását.</p>	<p>A diák felsorolja a derékszögű koordináta-rendszer tulajdonságait. Alkalmazza azt a síkbeli ponthalmazok helyének ábrázolására. Ismeri a pontok távolságának fogalmát, és tisztában van annak tulajdonságaival. Meghatározza a pontok távolságát.</p>	
<p>A diák ismeri a függvény definícióját.</p>	<p>A diák ismeri a függvény általános definícióját és a valós-valós függvény meghatározását. Alkalmazza a függvény különböző megjelenítési módjait: az egyenletet (hozzárendelési szabály), a táblázatot és a grafikont.</p>	<p>A függvények különböző fajtáit a diákok szakmai területéről, más tantárgyakból vagy a mindennapi életből vett jelenségek modelljeként, példákkal kell bevezetni. A grafikonok ábrázolásához grafikus számológépet vagy számítógépes programokat használnak.</p>

<p>A diák felismeri a valós-valós függvény tulajdonságait.</p>	<p>A diák ismeri a szürjektív, injektív és bijektív függvények tulajdonságait. Felírja a függvény értelmezési tartományát, értékészletét, megállapítja a függvény folytonosságát, meghatározza azokat az intervallumokat, amelyeken a függvény pozitív, illetve negatív, leírja a függvény növekedésének és csökkenésének intervallumait, leírja a függvény lokális szélsőértékeit, megállapítja, hogy a függvény páros, illetve páratlan-e, meghatározza, melyik intervallumokon konvex, illetve konkáv, megadja a függvény periodicitását és az aszimptotákat.</p>	<p>Ennek a célnak az elérése folyamatosan történik a szakközépiskolában, illetve a technikumban. A diákok az egyes függvények vizsgálata előtt a függvényt elsősorban a grafikonja alapján, valamint a hozzárendelési szabállyal képviselt valós jelenségek megértésével elemzik. A diákok a függvény tulajdonságainak tanulmányozása során grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak. Az adott tulajdonságok analitikus módszerrel történő mélyrehatóbb tárgyalására az egyes függvényeknél kerül sor.</p>
<p>A diák elvégzi a függvények eltolásait és nyújtásait/zsugorításait.</p>	<p>A diák a hozzárendelési szabályban megleli az alapfüggvényt, és felismeri az abszcissza, illetve ordináta-tengely irányába történő párhuzamos eltolást, valamint a középpontos nyújtást/zsugorítást. A technológiai eszközök használatával ábrázolja az alapfüggvények és az eltolt, illetve nyújtott/zsugorított függvények grafikonjait.</p>	<p>Ennek a célnak az elérése folyamatosan történik a szakközépiskolai program, illetve a technikum teljes képzése során. A diákok az egyes függvények tárgyalása előtt a függvények párhuzamos eltolásait és nyújtásait/zsugorításait grafikus számológéppel, számítógépes programokkal, valamint a hozzárendelési szabállyal leírható valós jelenségek megértésével tanulmányozzák.</p>
<p>A diák technológiai eszközök segítségével megoldja az egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint az egyenletrendszereket és egyenlőtlenségrendszereket.</p>	<p>A diák technológiai eszközök segítségével megoldja az egyenleteket, az egyenlőtlenségeket, valamint az egyenlet- és egyenlőtlenségrendszereket. (Érti az algebrai és grafikus módszerrel kapott megoldásokat.) Érti az algebrai és grafikus módszerrel történő megoldásokat, ellenőrzést végez, valamint elmagyarázza a megoldási folyamatot és annak értelmét.</p>	<p>Ennek a célnak az elérése folyamatosan történik a szakközépiskola, illetve a technikum teljes képzése során. Az egyes egyenlet-, egyenlőtlenség-, egyenletrendszer-, egyenlőtlenségrendszer-típusok tárgyalása előtt a diákok elsősorban grafikus módon közelítik meg a megoldást, és azokat valós jelenségek megértésével tanulmányozzák. Ehhez grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak. Az analitikus megoldási módszer az egyes függvény-, egyenlet-, egyenlőtlenség-, egyenletrendszer és egyenlőtlenségrendszer-típusok mélyrehatóbb tárgyalásánál kerül megtanításra.</p>

<p>A diák matematikai modellt készít, és azt alkalmazza.</p>	<p>A diák a jelenség bemutatásához a legmegfelelőbb matematikai modellt választja. Kritikus módon viszonyul a választásához és használja azt.</p>	<p>Ennek a célnak az elérése folyamatosan történik a szakközépiskola, illetve a technikum teljes képzése során. A diákok szakmai területükről, más tantárgyakból vagy a mindennapi életből származó valós jelenségeket elemeznek A modellkeresés és -készítés során grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak. A matematikai modellek készítése és alkalmazása a legtöbb témakörnél előkerül, a „Függvények, egyenletek és differenciálszámítás” című fejezetben pedig a függvények, egyenletek és egyenlőtlenségek értelmezése során még különlegesebb szereppel bír. A témakört érdemes olyan tantárgyközi projektekbe is bekapcsolni, amelyekben a matematika szakos tanár közreműködik.</p>
---	---	--

3.2. Lineáris függvény és lineáris egyenlet

Az általános iskolai program kapcsolódó céljai:

A diák felírja a lineáris függvény egyenletét. Ismeri az együtthatók jelentését a lineáris függvény hozzárendelési szabálya esetében, és ezt alkalmazza a grafikonok ábrázolásánál és más feladatokban. Kiszámítja a lineáris függvény zérushelyét.

A diák felírja az egyenes explicit alakú egyenletét, ábrázolja azt, majd a grafikonról leolvassa, vagy kiszámítja az egyenes tengelyekkel keletkezett metszéspontjait.

Felismeri a szövegben a lineáris összefüggést, és azt felírja egyszerű lineáris egyenlettel. Megold zárójeleket és törteket is tartalmazó lineáris egyenletet.

Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
<p>A diák feleleveníti a lineáris összefüggésről, a lineáris függvényről, a lineáris függvény grafikonjáról, az egyenes egyenletének explicit alakjáról és a lineáris egyenletről tanultakat.</p>		<p>Az általános iskolából ismert alapfogalmakat nem kell újra megtanítani, hanem olyan tevékenységeket kell tervezni, amelynek keretei közt a diákok önálló otthoni és/vagy iskolai keretek közt felelevenítik és kiegészítik korábbi ismereteiket. A tanár felismeri a hibásan elsajátított tartalmakat és hiányosságokat, segíti a diákokat azok kijavításában.</p>
<p>A diák alkalmazza a lineáris függvény tulajdonságait.</p>	<p>A diák alkalmazza a lineáris függvény és az együtthatók alapvető tulajdonságait. Az iránytényezők alapján következtet az egyenesek párhuzamos vagy merőleges voltára, és felírja a lineáris függvény egyenletét.</p>	<p>A diákok elsajátítják a lineáris függvény számukra új tulajdonságait. Ehhez grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak.</p>

<p>A diák alkalmazza az egyenes egyenletének különböző alakjait.</p>	<p>A diák megkülönbözteti a hozzárendelési szabályt az egyenes egyenletétől. Ismeri az egyenes egyenletének explicit, implicit és tengelymetszetes alakját, valamint ezekben az egyenletekben az együtthatók jelentését. Értelemszerűen átváltja az egyenes egyik alakját a másikba.</p>	<p>A diákok olyan feladatokat és problémákat oldanak meg, amelyek rámutatnak arra, hogy szükségszerűek az egyenes egyenletének különböző alakjai.</p>
<p>A diák felismeri és megoldja a lineáris egyenletet és egyenlőtlenséget.</p>	<p>A diák analitikus módon és a technológia segítségével megoldja a lineáris egyenletet, illetve egyenlőtlenséget. Érti az algebrai és grafikus módszerrel kapott megoldásokat, ellenőrzést végez, valamint elmagyarázza a megoldási folyamatot és annak értelmét.</p>	<p>A diákok az egyenletek, illetve egyenlőtlenségek, valamint egyenletrendszerek és egyenlőtlenségrendszerek megoldása során grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak abban az esetben,</p>
<p>A diák felismeri és megoldja a lineáris egyenletrendszert vagy a lineáris egyenlőtlenségrendszert.</p>	<p>A diák analitikus módon és a technológia segítségével megoldja a lineáris egyenletrendszert, illetve egyenlőtlenségrendszert. Érti az algebrai és grafikus módszerrel kapott megoldásokat, ellenőrzést végez, valamint elmagyarázza a megoldási folyamatot és annak értelmét.</p>	<ul style="list-style-type: none"> • amikor az egyenletek, illetve egyenlőtlenségek megoldási eljárásait tanulják technológiai eszközök segítségével, • amikor a tevékenység célja az, hogy az egyenlet, illetve egyenlőtlenség értelmét és megoldását jobban megértsék, • amikor a diákok olyan egyenleteket, illetve egyenlőtlenségeket oldanak meg, amelyek a mindennapi életből vett problémákból adódnak, és éppen ezért komplexebbek és nehezebbek, • amikor az egyenlet, illetve egyenlőtlenség megoldása nem az elsődleges cél, hanem az csak egy fázisa egy nagyobb feladatnak vagy projektnek. <p>Ha a tevékenység célja az egyenlet, illetve egyenlőtlenség megoldási folyamatának megtanulása, akkor a technológia a gondolkodást irányító vagy a megoldás ellenőrzését szolgáló eszközként funkcionál. Amennyiben lehetséges, úgy az egyenletek, egyenlőtlenségek és egyenletrendszerek technológiai eszközök nélküli megoldása bővebb kontextusban kapjon értelmet.</p>
<p>A diák modellezi a valós jelenségeket lineáris függvénnyel.</p>	<p>A diák leírja a folyamatot lineáris függvénnyel. A modell megválasztásához és alkalmazásához kritikával viszonyul.</p>	<p>A diákok olyan valós jelenségeket elemeznek a szakmai területükről, más tantárgyakból vagy a mindennapi életből, amelyeket viszonylag célszerű lineáris függvényekkel modellezni. Modellkeresés és -készítés során grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak.</p>

3.3. Hatványfüggvény és a magasabb fokú egyenletek

Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
A diák felismeri a hatványfüggvénnyel leírható összefüggéseket, és azt megkülönbözteti az egyéb fajta összefüggésektől.	A diák felismeri a hatványfüggvénnyel leírható összefüggéseket különféle megjelenítési módok alapján (szöveg, táblázat, grafikon). Megkülönbözteti a hatványfüggvénnyel leírható összefüggéseket a lineáristól.	A hatványfüggvények különböző példáit a diákok szakmai területéről, más tantárgyakból vagy a mindennapi életből vett jelenségek modelljeként, példákkal érdemes bevezetni.
A diák felírja a hatványfüggvénnyel leírható összefüggést egyenlettel.	A diák a mennyiségek hatványfüggvénnyel leírható összefüggését szimbólumokkal, a következő egyenlettel írja fel: $f(x) = x^n, n \in \mathbb{Z}$	Az egyenlet szimbólumokkal történő felírását a diákok szakmai területéről, más tantárgyakból vagy a mindennapi életből vett példák alapján érdemes bevezetni.
A diák ismeri és alkalmazza a hatványfüggvény tulajdonságait.	A diák ismeri a hatványfüggvények tulajdonságát, és alkalmazza azt a grafikonok ábrázolásakor, valamint más feladatoknál: belátja a hatványfüggvény folytonosságát, meghatározza azokat az intervallumokat, amelyeken a függvény pozitív, illetve negatív, leírja a függvény növekedésének és csökkenésének intervallumait, megkeresi a függvény lokális szélsőértékeit, megállapítja, hogy a függvény páros vagy páratlan-e, valamint azt, melyik intervallumokon konvex, illetve konkáv. A diák felismeri a hatványfüggvények tulajdonságait, és ellenőrizni tudja azokat analitikus és grafikus módszerrel.	A diákok először technológiai eszközök használata nélkül, pontonként írják fel legalább egy alapfüggvény grafikonját. Ezután grafikus számológéppel vagy számítógépes programmal ábrázolják az elemi hatványfüggvények grafikonját, és megkeresik annak tulajdonságait. Ezek után következik csak a hatványfüggvények tulajdonságainak tárgyalása analitikus módon.
A diák ábrázolja a hatványfüggvény grafikonját.	A diák ábrázolja az $f(x) = a(x - p)^n + q$ hatványfüggvény grafikonját, a hatványfüggvények tulajdonságait, figyelembe véve a párhuzamos eltolásokat és nyújtásokat/zsugorításokat. Értelmezi a függvény alapgrafikonjának párhuzamos eltolásaival és nyújtásaival/zsugorításaival létrejövő végleges grafikonját.	A diákok a párhuzamos eltolásokról és nyújtásokról/zsugorításokról elsajátított tudásuk felhasználásával, valamint grafikus számológép vagy számítógépes program segítségével vizsgálják a hatványfüggvények eltolt és nyújtott/zsugorított grafikonjait. Ezek után technológiai eszközök használata nélkül is ábrázolják a grafikonokat.

<p>A diák meghatározza a hatványfüggvény inverz függvényét, és ábrázolja a gyökfüggvény grafikonját.</p>	<p>A diák analitikus és grafikus módszerrel leírja az alapvető hatványfüggvény inverz függvényét. Ismeri a gyökfüggvény tulajdonságait, és ábrázolja annak grafikonját.</p>	<p>A diákok a gyökfüggvény tulajdonságainak felismerésekor grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak. Az eltolt és nyújtott/zsugorított gyökfüggvények grafikonjait technológiai eszközökkel ábrázolják.</p>
<p>A diák felismeri és megoldja a magasabb fokú egyenleteket és egyenlőtlenségeket.</p>	<p>A diák analitikus és grafikus módszerrel megoldja a magasabb fokú egyenletet, illetve egyenlőtlenséget. Érti az algebrai és grafikus módszerrel kapott megoldásokat, ellenőrzést végez, valamint elmagyarázza a megoldási folyamatot és annak értelmét.</p>	<p>A diákok a hatványokat tartalmazó egyenletek, illetve egyenlőtlenségek megoldását grafikus megoldási módszerekkel kapcsolják össze. Az egyenletek, illetve egyenlőtlenségek megoldása során grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak abban az esetben,</p> <ul style="list-style-type: none"> • amikor az egyenletek, illetve egyenlőtlenségek megoldási eljárásait tanulják technológiai eszközök segítségével, • amikor a tevékenység célja az, hogy az egyenlet, illetve egyenlőtlenség értelmét és megoldását jobban megértsék, • amikor a diákok olyan egyenleteket, illetve egyenlőtlenségeket oldanak meg, amelyek a mindennapi életből vett problémákból adódnak, és éppen ezért komplexebbek és nehezebbek, • amikor az egyenlet, illetve egyenlőtlenség megoldása nem az elsődleges cél, hanem csak egy fázisa egy nagyobb feladatnak vagy projektnek. <p>Ha a tevékenység célja az egyenlet, illetve egyenlőtlenség megoldási folyamatának megtanulása, akkor a technológia a gondolkodást irányító vagy a megoldás ellenőrzését szolgáló eszközként funkcionál. Amennyiben lehetséges, úgy az egyenletek és egyenlőtlenségek technológiai eszközök nélküli megoldása bővebb kontextusban kapjon értelmet.</p>
<p>A diák modellezi a valós jelenségeket hatványfüggvényekkel.</p>	<p>A diák leír egy jelenséget hatványfüggvénnyel. Összehasonlít különböző modelleket (lineáris függvény, hatványfüggvények), valamint kritikus módon választja ki és alkalmazza a modellt.</p>	<p>A diákok szakmai területükről, más tantárgyakból vagy a mindennapi életből vett olyan valós jelenségeket elemeznek, amelyeket viszonylag célszerű hatványfüggvényekkel modellezni. Modellkeresés és -készítés során grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak.</p>

3.4. Másodfokú függvény és a másodfokú egyenlet

Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
A diák felismeri a másodfokú függvényt.	A diák a másodfokú függvényt a hatványfüggvény speciális eseteként fogja fel. Megkülönbözteti a négyzetes összefüggést a többi fajtától.	A diákok az $f(x) = a(x - p)^2 + q$ alakú hatványfüggvény és grafikonja kapcsán új fogalmakat ismernek meg: másodfokú függvény, parabola, csúcspont.
A diák ismeri és alkalmazza a másodfokú függvény tulajdonságait.	Ismeri és alkalmazza az új fogalmakat: csúcspont, parabola, az egyenlet csúcsponti és általános alakja, az egyenlet gyöktényező alakja. Alkalmazza mindhárom alakját a másodfokú függvény egyenletének, és értelemszerűen átváltja az egyiket a másikba. Ismeri az egyes egyenletalakokban a konstansok jelentését, és ilyen módon meghatározza a másodfokú függvény csúcspontját és zérushelyét. Ismeri és alkalmazza a zérushelyek tulajdonságait.	A diákok megkeresik a másodfokú függvény lehetséges egyenleteit. A másodfokú függvény egyenleténél az $f(x) = a(x - p)^2 + q$ csúcsponti alakból indulnak ki, és megismerik az egyenlet másik két alakját is: az általánost és a gyöktényezőst. Megértik az egyes egyenletalakokban az együtthatók jelentését. A vizsgálat az egyes egyenletalakoknál grafikus és analitikus úton párhuzamosan zajlik. A diákok grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak.
A diák ábrázolja a másodfokú függvény grafikonját.	A diák a másodfokú függvény egyenletéből más megfelelő alakba váltással meghatározza a csúcspontot és a függvény zérushelyeit, valamint ábrázolja annak grafikonját.	A diákok a komplexebb másodfokú függvények grafikonjainak ábrázolásához grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak, de csak addig, amíg meg nem tanulják a zérushelyek kiszámításának módját.
A diák felismeri és megoldja a másodfokú egyenletet, illetve egyenlőtlenséget.	A diák analitikus módon és a technológia segítségével megoldja a másodfokú egyenletet vagy egyenlőtlenséget. Érti az algebrai és grafikus módszerrel kapott megoldásokat, ellenőrzést végez, valamint elmagyarázza a megoldási folyamatot és annak értelmét. Érti és alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldásait mint a másodfokú függvény zérushelyeit.	A diákok az egyenletek, illetve egyenlőtlenségek megoldása során grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak akkor, <ul style="list-style-type: none"> • amikor az egyenletek, illetve egyenlőtlenségek megoldási eljárásait tanulják technológiai eszközök segítségével, • amikor a tevékenység célja az egyenlet, illetve egyenlőtlenség értelmének és megoldásának jobban megértése, • amikor a diákok olyan egyenleteket, illetve egyenlőtlenségeket oldanak meg, amelyek a mindennapi életből vett problémákból adódnak, és éppen ezért komplexebbek és nehezebbek, • amikor az egyenlet, illetve egyenlőtlenség megoldása nem az elsődleges cél, hanem csak

		<p>egy fázisa egy nagyobb feladatnak vagy projektnek.</p> <p>Ha a tevékenység célja az egyenlet, illetve egyenlőtlenség megoldási folyamatának megtanulása, akkor a technológia a gondolkodást irányító vagy a megoldás ellenőrzését szolgáló eszközként funkcionál. Amennyiben lehetséges, úgy az egyenletek és egyenlőtlenségek technológiai eszközök nélküli megoldása bővebb kontextusban kapjon értelmet.</p>
<p>A diák létező problémákat old meg, és modellezi a valós jelenségeket másodfokú függvénnyel.</p>	<p>A diák megold olyan feladatokat, amelyekben a másodfokú függvényt és annak tulajdonságait vagy a másodfokú egyenletet, illetve egyenlőtlenséget alkalmazza. A diák leír egy jelenséget másodfokú függvénnyel. Összehasonlít különböző modelleket (lineáris függvény, hatványfüggvények, másodfokú függvény), valamint kritikus módon választja ki és alkalmazza a modellt.</p>	<p>A diákok olyan a szakmai területükről, más tantárgyakból vagy a mindennapi életből vett valós jelenségeket elemezik, amelyeket viszonylag célszerű másodfokú függvénnyel modellezni. Modellkeresés és -készítés során grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak.</p>

3.5. Polinomok		
Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
<p>A diák felismeri a polinom egyenletét, és azt megfelelően illeszti a lineáris függvényről, a hatványfüggvényekről és a másodfokú függvényről tanultakhoz.</p>	<p>A diák a polinomot az elemi hatványfüggvények lineáris kombinációjaként értelmezi. Tudja, hogy az eddig tárgyalt függvényfajták (lineáris függvény, hatványfüggvények, másodfokú függvény) a polinomok speciális fajtái.</p>	<p>A polinomok példái a már ismert (lineáris, hatvány és másodfokú) függvények bővítéseként, illetve általánosításaként kerülnek bevezetésre. A polinom algebrai szemléltetését a diákok szakmai területéről, más tantárgyakból vagy a mindennapi életből vett példákkal kell alátámasztani.</p>
<p>A diák ismeri és alkalmazza a polinomok tulajdonságait.</p>	<p>A diák ismeri a polinomok tulajdonságait, és alkalmazza azokat a grafikonok ábrázolásánál és más feladatoknál: meghatározza a polinom folytonosságát, azokat az intervallumokat, amelyeken a függvény pozitív, illetve negatív, valamint a függvény növekedésének és csökkenésének intervallumait, a függvény lokális szélsőértékeit, valamint azt, melyik</p>	<p>A diákok grafikus számológéppel és számítógépes programmal ábrázolják a polinomok grafikonjait, és megismerik annak tulajdonságait. Ezek után következik csak néhányuk tárgyalása analitikus módon (pl. a zérushelyek tulajdonságai).</p>

	intervallumokon konvex, illetve konkáv, továbbá tudja, hogyan viselkedik a változó a tetszőlegesen nagy és tetszőlegesen kicsi értékeinél. A diák felismeri a polinomok tulajdonságait, és ellenőrzi azokat grafikus módszerrel, némelyeket analitikus módon is.	
A diák ábrázolja a polinom grafikonját.	A diák meghatározza a polinomok zérushelyeit, megvizsgálja annak viselkedését a változó tetszőlegesen nagy és tetszőlegesen kicsi értékeinél, valamint vázolja annak grafikonját, és eközben figyelembe veszi a grafikon viselkedését a zérushelyek környezetében.	A diákok meghatározzák az alacsonyabb fokú polinomok és a gyöktényezős alakban felírható polinomok zérushelyeit tényezőkre bontással és Horner-algoritmussal, a magasabb fokú polinomok zérushelyeit pedig grafikus számológép vagy számítógépes program felhasználásával.
A diák modellezi a valós jelenségeket polinomokkal.	A diák leír egy jelenséget polinommal. Összehasonlít különböző modelleket (lineáris függvény, hatványfüggvények, másodfokú függvény, magasabb fokú polinomok), valamint kritikus módon választja ki és alkalmazza a modellt.	A diákok olyan a szakmai területükről, más tantárgyakból vagy a mindennapi életből vett valós jelenségeket elemeznek, amelyeket viszonylag célszerű polinomokkal modellezni. Modellkeresés és -készítés során grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak.

3.6. Racionális törtfüggvények		
Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
A diák ismeri a racionális törtfüggvény egyenletét.	A diák a racionális törtfüggvényt a polinomok hányadosaként fogja fel, és felismeri annak egyenletét.	
A diák ismeri és alkalmazza a racionális törtfüggvény tulajdonságait.	A diák ismeri a racionális törtfüggvények tulajdonságait, elsősorban a zérushelyek és pólusok jellemzőit, a racionális törtfüggvény aszimptotáit, továbbá alkalmazza azokat a grafikonok ábrázolásakor és más feladatoknál. A diák elsősorban a grafikus, másrészt az analitikus módszer segítségével felismeri a racionális törtfüggvény tulajdonságait, és felsorolja őket.	A diákok grafikus számológéppel és számítógépes programmal ábrázolják a racionális törtfüggvények grafikonjait, és megismerik annak tulajdonságait. Ezek után következik csak a zérushelyek és pólusok, valamint az aszimptoták tulajdonságainak tárgyalása analitikus módon. Az analitikus módszer a racionális törtfüggvények tulajdonságainak jobb megértését szolgálja, de ennek a tananyagnak az elsajátítása nem várható el minden diáktól.
A diák ábrázolja a racionális törtfüggvény grafikonját.	A diák technológiai eszközök segítségével ábrázolja a racionális törtfüggvény grafikonját, és értelmezi azt.	A diákok a grafikonok ábrázolásához grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak.

A diák modellezi a valós jelenségeket racionális törtfüggvényekkel.	A diák leír egy jelenséget racionális törtfüggvénnyel. Összehasonlít különböző modelleket (lineáris függvény, hatványfüggvények, másodfokú függvény, magasabb fokú polinom, racionális törtfüggvény), valamint kritikus módon választja ki és alkalmazza a modellt.	A diákok olyan a szakmai területükről, más tantárgyakból vagy a mindennapi életből vett valós jelenségeket elemeznek, amelyeket viszonylag célszerű racionális törtfüggvénnyel modellezni. Modellkeresés és -készítés során grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak.
--	---	---

3.7. Exponenciális függvény és exponenciális egyenlet		
Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
A diák megkülönbözteti az exponenciális összefüggést a többi fajta összefüggéstől.	A diák felismeri és érti az exponenciális növekedést a szakterületén előforduló, valamint a mindennapi életből vett szituációk alapján – szöveges feladatban, továbbá táblázatban vagy grafikonon szemléltetett példákban. Megkülönbözteti az exponenciális függvényt a hatványfüggvénytől hozzárendelési szabálya, táblázata és grafikonja alapján, továbbá elmagyarázza a különbségeket.	A tanár a bevezető órára a diákokhoz közel álló területekről hoz példákat (zene, biológia...).
A diák egyenlettel szemlélteti az exponenciális összefüggést.	A diák az exponenciális összefüggést szimbólumokkal, a következő egyenlettel írja fel: $f(x) = a^x$.	Az összefüggés megadható szöveggel, táblázattal vagy grafikonnal.
A diák ismeri az exponenciális függvény tulajdonságait.	A diák ismeri az exponenciális függvény $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$ egyenletét, valamint az a konstans jelentését. Tisztában van a függvény értelmezési tartományával, értékészletével, a 0 helyen felvett helyettesítési értékével és aszimptotájával. Ismeri az a alap hatását a függvény növekedésére, illetve csökkenésére. Tudja, hogy az exponenciális függvény grafikonja konvex görbe.	A diákok felhasználják előismereteiket, és megvizsgálják az exponenciális függvény tulajdonságait. Ehhez grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak.
A diák ábrázolja az exponenciális függvény grafikonját.	A diák ábrázolja az $f(x) = ka^{x-p} + q$, $a > 0$, $a \neq 1$ exponenciális függvény grafikonját. Értelmezi a függvény alapgrafikonjának párhuzamos eltolásaival és nyújtásaival/zsugorításaival létrejövő végleges grafikonját.	A diákok ábrázolják az exponenciális függvény tulajdonságainak figyelembevételével az $f(x) = a^x$, $a > 0$, $a \neq 1$ exponenciális függvény grafikonját. Az $f(x) = ka^{x-p} + q$, $a > 0$, $a \neq 1$ exponenciális függvény grafikonját pedig a technológia eszközeivel is megjeleníthetik.
A diák felismeri és megoldja az exponenciális egyenletet, illetve	A diák analitikus és grafikus módszerrel megoldja az exponenciális egyenletet, illetve egyenlőtlenséget. Érti	A diákok az exponenciális egyenlet, illetve egyenlőtlenség analitikus megoldási folyamatát

<p>egyenlőtlenséget.</p>	<p>az algebrai és grafikus módszerrel kapott megoldásokat, ellenőrzést végez, valamint elmagyarázza a megoldási folyamatot és annak értelmét.</p>	<p>összekötik a grafikus módszerrel. Az egyenletek, illetve egyenlőtlenségek megoldásakor grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak akkor,</p> <ul style="list-style-type: none"> • amikor az egyenletek, illetve egyenlőtlenségek megoldási eljárásait tanulják technológiai eszközök segítségével, • amikor a tevékenység célja az, hogy az egyenlet, illetve egyenlőtlenség értelmét és megoldását jobban megértsék, • amikor a diákok olyan egyenleteket, illetve egyenlőtlenségeket oldanak meg, amelyek a mindennapi életből vett problémákból adódnak, és éppen ezért komplexebbek és nehezebbek, • amikor az egyenlet, illetve egyenlőtlenség megoldása nem az elsődleges cél, hanem az csak egy fázisa egy nagyobb feladatnak vagy projektnek. <p>Ha a tevékenység célja az egyenlet, illetve egyenlőtlenség megoldási folyamatának megtanulása, akkor a technológia a gondolkodást irányító vagy a megoldás ellenőrzését szolgáló eszközként funkcionál. Amennyiben lehetséges, úgy az egyenletek és egyenlőtlenségek technológiai eszközök nélküli megoldása bővebb kontextusban kapjon értelmet.</p> <p>Amíg a diákok nem ismerik még a logaritmus fogalmát, addig az exponenciális egyenleteket, illetve az $a^{f(x)} \geq b$ alakú egyenlőtlenségeket csak technológiai eszközök használatával oldják meg.</p>
<p>A diák modellezi a valós jelenségeket exponenciális függvényekkel.</p>	<p>A diák leír egy jelenséget exponenciális függvénnyel. Összehasonlít különböző modelleket (lineáris függvény, hatványfüggvények, polinomok, exponenciális függvény), valamint kritikus módon választja ki és alkalmazza a modellt.</p>	<p>A diákok olyan a szakmai területükről, más tantárgyakból vagy a mindennapi életből vett valós jelenségeket elemeznek, amelyeket viszonylag célszerű exponenciális függvénnyel modellezni. Modellkeresés és -készítés során grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak.</p>

3.8. Logaritmus, logaritmusfüggvény és a logaritmikus egyenlet		
Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
A diák megkülönbözteti a logaritmikus összefüggést a többi fajta összefüggéstől.	A diák felismeri és érti a logaritmikus növekedés fogalmát a szakterületén és a mindennapi életben előforduló példák alapján – szöveges feladatokban, táblázatban vagy grafikonon szemléltetett példákon.	A tanár a bevezető órán a diákokhoz közel álló területekről hoz példákat (logaritmus papír, földrengések, kémia...).
A diák egyenlettel szemlélteti a logaritmikus összefüggést.	A diák a mennyiségek logaritmikus összefüggését szimbólumokkal, a következő egyenlettel írja le: $y = \log_a x$.	Az összefüggés megadható szöveggel, táblázattal vagy grafikonnal.
A diák ismeri a logaritmusfüggvény tulajdonságait.	A diák ismeri az $f(x) = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$ logaritmusfüggvény egyenletét, az a konstans jelentését és hatását a függvény növekedésére, illetve csökkenésére. Ismeri a függvény értelmezési tartományát, értékészletét, zérushelyét és aszimptotáját. Tudja, hogy a logaritmusfüggvény az exponenciális függvény inverze.	A diákok alkalmazzák az exponenciális függvényről szerzett előismereteiket, és kutatják a logaritmusfüggvény tulajdonságait. Ehhez grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak.
A diák ábrázolja a logaritmusfüggvény grafikonját.	A diák ábrázolja az $f(x) = k \log_a(x - p) + q$ logaritmusfüggvény grafikonját. Értelmezi a függvény alapgrafikonjának párhuzamos eltolásaival és nyújtásaival/zsugorításaival létrejövő végleges grafikonját.	A diákok a logaritmusfüggvény tulajdonságainak felhasználásával ábrázolják az $f(x) = \log_a x$, $a > 0$, $a \neq 1$ logaritmusfüggvény grafikonját. Az $f(x) = k \log_a(x - p) + q$ logaritmusfüggvény grafikonját a diákok technológiai eszközök használatával is megjeleníthetik.
A diák ismeri és alkalmazza a logaritmus definícióját.	A diák ismeri a logaritmus definícióját, és tisztában van a tulajdonságaival. Alkalmazza a logaritmus definícióját az $a^x = b$ exponenciális egyenlet megoldására abban az esetben, amikor azt nem lehet következtetéssel megoldani. Felhasználja a logaritmus azonosságait a logaritmusokat tartalmazó kifejezések egyszerűbb alakra történő átalakításához.	A diákok fejben kiszámítanak bizonyos logaritmusokat, pl. $\log \sqrt{2}$, $\ln e^2$, ..., a továbbiak kiszámolásához numerikus számológépet használnak.
A diák kifejezi az adott alapú logaritmust egy tetszőleges alapú logaritmussal.	A diák ismeri és alkalmazza az új alapra áttérés képletét.	

<p>A diák felismeri és megoldja a logaritmikus egyenletet és a logaritmikus egyenlőtlenséget.</p>	<p>A diák analitikus és grafikus módszerrel megold egyszerű logaritmikus egyenletet, illetve egyenlőtlenséget. Érti az algebrai és grafikus módszerrel kapott megoldásokat, ellenőrzést végez, elmagyarázza a megoldás folyamatát, és ismerteti annak értelmét.</p>	<p>A diákok a logaritmikus egyenlet, illetve egyenlőtlenség analitikus megoldási folyamatát a grafikus módszerrel kötik össze. Az egyenletek, illetve egyenlőtlenségek megoldása során grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak akkor,</p> <ul style="list-style-type: none"> • amikor az egyenletek, illetve egyenlőtlenségek megoldási eljárásait tanulják technológiai eszközök segítségével, • amikor a tevékenység célja az, hogy az egyenlet, illetve egyenlőtlenség értelmét és megoldását jobban megértsék, • amikor a diákok olyan egyenleteket, illetve egyenlőtlenségeket oldanak meg, amelyek a mindennapi életből vett problémákból adódnak, és éppen ezért komplexebbek és nehezebbek, • amikor az egyenlet, illetve egyenlőtlenség megoldása nem az elsődleges cél, hanem csak egy fázisa egy nagyobb feladatnak vagy projektnek. <p>Ha a tevékenység célja az egyenlet, illetve egyenlőtlenség megoldási folyamatának megtanulása, akkor a technológia a gondolkodást irányító vagy a megoldás ellenőrzését szolgáló eszközként funkcionál. Amennyiben lehetséges, az egyenletek és egyenlőtlenségek technológiai eszközök nélküli megoldása bővebb kontextusban kapjon értelmet.</p>
<p>A diák modellezi a valós jelenségeket logaritmikusfüggvénnyel.</p>	<p>A diák leír egy jelenséget logaritmikusfüggvénnyel. Összehasonlít különböző modelleket (lineáris függvény, hatványfüggvények, exponenciális függvény, logaritmikusfüggvény), valamint kritikus módon választja ki és alkalmazza a modellt.</p>	<p>A diákok olyan a szakmai területükről, más tantárgyakból vagy a mindennapi életből vett valós jelenségeket elemeznek, amelyeket viszonylag célszerű a logaritmikusfüggvénnyel modellezni. Modellkeresés és -készítés során grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak.</p>

3.9. Szögfüggvények (kiegészítés)		
Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
A diák ismeri és alkalmazza a tetszőleges szög szögfüggvényének definícióját.	A diák ismeri és alkalmazza a szögfüggvények definícióját az egységkörben, és annak segítségével meghatározza a tetszőleges szögfokban vagy radiánban megadott szög szögfüggvényének értékét.	A diákok segítséggel berajzolják egyes tetszőleges szögek szögfüggvényeinek értékét az egységkörbe, és fordítva. Ha adott az egyik függvény értéke, akkor meghatározzák a szöget és a többi függvény értékét. Numerikus számológépet és „trigonirt” használnak.
A diák ismeri és alkalmazza az ugyanazon szög szögfüggvényeinek alapvető összefüggéseit.	A diák alkalmazza a szögfüggvények alapvető összefüggéseit, és adott szögfüggvénnyel kifejezi a többi szögfüggvényt.	A diákok a saját szakterületük által megkövetelt mélységben egyszerűbb alakra hoznak kifejezéseket, illetve egyszerű azonosságokat bizonyítanak be a periodicitás, a páros és páratlan függvény kapcsán fennálló szabályokkal, valamint az addíciós tételekkel.
A diák ismeri és alkalmazza a szögfüggvények periodicitását, valamint a páros, illetve páratlan függvény fogalmát.	A diák a periodicitással, valamint a függvény páros, illetve páratlan voltának segítségével kifejezi tetszőleges szög szögfüggvényét a hegyesszög szögfüggvényeként.	
A diák ismeri és alkalmazza az addíciós tételeket.	A diák ismeri és alkalmazza az addíciós tételeket hegyesszögre való áttérésnél, kétszeres szögeknél és más azonosságok bizonyítása során.	
A diák ismeri szögfüggvények tulajdonságait.	A diák ismeri a szögfüggvények egyenleteit: $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = \tan x$, $f(x) = \cot x$, valamint az értelmezési tartományait és értékkészleteiket. Felírja a zérushelyeket, meghatározza a szögfüggvény növekedésének és csökkenésének intervallumait, megadja a szinusz- és koszinuszfüggvény maximumát és minimumát, valamint a tangens és kotangens függvény aszimptotáit.	A diákok először technológiai eszközök nélkül, pontonként ábrázolják az alapvető szögfüggvények grafikonját. Majd előismereteiket felhasználva, grafikus számológéppel vagy számítógépes programmal ábrázolják a tetszőleges szögfüggvény grafikonját, és kutatják annak tulajdonságait. Ezek után kerül csak sor a szögfüggvények tulajdonságainak analitikus módon történő tárgyalására.
A diák ábrázolja a szögfüggvény grafikonját.	A diák ábrázolja az $f(x) = A \sin(\omega(x - \varphi)) + y_0$, $f(x) = A \cos(\omega(x - \varphi)) + y_0$, $f(x) = \tan x$ és $f(x) = \cot x$ szögfüggvények grafikonját. Értelmezi a függvény alapgrafikonjának párhuzamos eltolásaival és nyújtásaival/zsugorításaival létrejövő	A diákok ábrázolják az $f(x) = \sin x$, $f(x) = \cos x$, $f(x) = \tan x$, $f(x) = \cot x$ szögfüggvények grafikonját a függvények tulajdonságainak felhasználásával. Az $f(x) = A \sin(\omega(x - \varphi)) + y_0$ és az $f(x) = A \cos(\omega(x - \varphi)) + y_0$ függvények grafikonját a

	végleges grafikonját.	diákok technológia eszközökkel is ábrázolhatják.
A diák modellezi a valós jelenségeket szögfüggvényekkel.	A diák leír egy jelenséget szögfüggvénnyel. Összehasonlít különböző modelleket (lineáris függvény, hatványfüggvények, exponenciális függvény, polinomok, racionális törtfüggvény, logaritmusfüggvény, szögfüggvény), valamint kritikus módon választja ki és alkalmazza a modellt.	A diákok olyan a szakmai területükről, más tantárgyakból vagy a mindennapi életből vett valós jelenségeket elemeznek, amelyeket viszonylag célszerű szögfüggvényekkel modellezni. Modellkeresés és -készítés során grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak.

3.10 Ciklometrikus függvények és a trigonometrikus egyenletek (választható témakör)

Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
A diák ismeri és alkalmazza a ciklometrikus függvényeket.	A diák ismeri az $f(x) = \arcsin x, f(x) = \arccos x,$ $f(x) = \arctan x, f(x) = \operatorname{arccot} x$ ciklometrikus függvények értelmezési tartományát és értékkészletét. Alkalmazza a ciklometrikus függvényeket a szögek szögfokban és radiánban történő kiszámításához.	A diákok ábrát készítenek az egyes ciklometrikus függvények grafikonjairól, és leírják annak tulajdonságait. A szögek meghatározásához számológépet használnak.
A diák ábrázolja a ciklometrikus függvény grafikonját.	A diák ábrázolja a ciklometrikus függvény grafikonját a szögfüggvény inverzeként. Elmagyarázza a ciklometrikus függvény képét az inverz függvényekről megtanult ismeretei alapján.	A diákok azzal a céllal jelenítik meg technológiai eszközök nélkül a ciklometrikus függvény grafikonjának néhány példáját, hogy jobban megértsék az inverz függvény fogalmát. A ciklometrikus függvények grafikonjainak további ábrázolásait grafikus számológéppel és számítógépes programokkal végzik el.

<p>A diák felismeri és megoldja a trigonometrikus egyenletet, illetve egyenlőtlenséget.</p>	<p>A diák analitikus és grafikus módszerrel megold egyszerű trigonometrikus egyenletet, illetve egyenlőtlenséget. Érti az algebrai és grafikus módszerrel kapott megoldásokat, ellenőrzést végez, elmagyarázza a megoldás folyamatát, és ismerteti annak értelmét.</p>	<p>A diákok megoldják a trigonometrikus egyenletet, pl. $\sin(\omega x + \rho) = a$, $-1 \leq a \leq 1$, $\tan 2x = a$, $\sin x = \cos x$, $\cos^2 x = 1 + \sin x, \dots$</p> <p>Az egyenletek, illetve egyenlőtlenségek megoldása során grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak akkor,</p> <ul style="list-style-type: none"> • amikor az egyenletek, illetve egyenlőtlenségek megoldási eljárásait tanulják technológiai eszközök segítségével, • amikor a tevékenység célja az, hogy az egyenlet, illetve egyenlőtlenség értelmét és megoldását jobban megértsék, • amikor a diákok olyan egyenleteket, illetve egyenlőtlenségeket oldanak meg, amelyek a mindennapi életből vett problémákból adódnak, és éppen ezért komplexebbek és nehezebbek, • amikor az egyenlet, illetve egyenlőtlenség megoldása nem az elsődleges cél, hanem csak egy fázisa egy nagyobb feladatnak vagy projektnek. <p>Ha a tevékenység célja az egyenlet, illetve egyenlőtlenség megoldási folyamatának megtanulása, akkor a technológia a gondolkodást irányító vagy a megoldás ellenőrzését szolgáló eszközként funkcionál. Amennyiben lehetséges, úgy az egyenletek és egyenlőtlenségek technológiai eszközök nélküli megoldása bővebb kontextusban kapjon értelmet.</p>
--	--	---

3.11. Differenciálszámítás		
Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
A diák átismétli a függvények folytonosságáról tanultakat.	A diák ábrázolja a függvény grafikonját. Meghatározza a szakadási pontokat. Megállapítja, hogy az adott pontokban a függvény folytonos-e.	A folytonosság leíró módszerrel kerül definiálásra. A diákok átismétlik a tudásukat azokról a függvényekről, amelyekkel már találkoztak tanulmányaik során, és ezeknek meghatározzák a folytonosságát az adott pontokban. A diákok a függvények tulajdonságainak ismerete alapján, valamint grafikus számológép és számítógépes programok segítségével ábrázolják annak grafikonját.
A diák ismeri a függvény határértékének definícióját.	A diák elsajátítja a következő fogalmakat: a pont környezete és a függvény határértéke egy pontban. Elmagyarázza a függvény határértékét. Megismeri a függvény határértékét, és adott feladatokban azt alkalmazza.	A diákok átismétlik a nyílt intervallum fogalmát (a számegyenes egy metszete), és azt összekapcsolják a pont környezetének definíciójával. A függvény grafikonjának segítségével meghatározzák a határértéket. Ehhez grafikus számológépet vagy számítógépes programokat használhatnak.
A diák meghatározza a függvény határértékét.	A diák kiszámítja a függvények egyszerű határértékeit. Alkalmazza a határértékszámítás azonosságait.	A diákok átismétlik a kifejezések tényezőkre bontását, és azt a határértékek meghatározásánál felhasználják.
A diák meghatározza az egyenes hajlásszögét és a két egyenes által közbezárt szöget.	A diák ismeri és alkalmazza az egyenes hajlásszögének és iránytényezőjének összefüggését. Meghatározza az egyenes hajlásszögének és a két egyenes által közbezárt szögnek a nagyságát.	A diákok grafikus számológép vagy számítógépes program használatával megvizsgálják az egyenes hajlásszögének és iránytényezőjének összefüggését.
A diák ismeri a függvény egy pontban vett deriváltjának definícióját, valamint érti és alkalmazza a derivált fogalmának geometriai jelentését.	A diák felírja a differenciálhányadost és a függvény deriváltjának definícióját. Érti és alkalmazza az összefüggést a függvény deriváltja, a függvény hajlásszöge (illetve a grafikonja érintőjének), valamint a függvény adott pontjának a környezetében vett növekedése között. Meghatározza a függvény deriváltjának adott pontban vett megközelítő számértékét. A diák meghatározza egy adott pontban a görbe grafikonjának érintőjét és a két görbe által közbezárt szöget.	A diákok grafikus számológép vagy számítógépes program használatával kutatják az összefüggést a függvény deriváltja, az érintő hajlásszöge, valamint a függvény adott pontjának a környezetében vett növekedése között. Az érintők egyenletét és a görbék által közbezárt szöget elsősorban azzal a céllal határozzák meg, hogy jobban megértsék az összefüggést a derivált, az érintő hajlásszöge és a függvény egy pontban vett növekedése között.

<p>A diák deriválja a függvényeket.</p>	<p>A diák elsajátítja a függvény deriváltjának fogalmát. Alkalmazza az alapfüggvények és az összetett függvények deriválási szabályait. Megismeri és alkalmazza az elemi függvények deriváltjait.</p>	<p>A diákok tanári segítséggel levezetnek bizonyos deriválási szabályokat és néhány elemi függvény deriváltját. A tanár magyarázata és a szakirodalom alapján belátják a további szabályokat és az elemi függvények deriváltjait. A függvények deriváltjainak meghatározásánál annak megértésén van a hangsúly. A diákok csak olyan mértékben fejlesztik jártasságukat ebben a témakörben, hogy folytathassák tanulmányaik során a függvények további analizisének tárgyalását. A derivált meghatározásához grafikus számológépet vagy számítógépes programokat is használhatnak.</p>
<p>A diák felhasználja az összefüggést a derivált és a függvény lokális viselkedése között.</p>	<p>A diák ismeri az összefüggést a függvény első deriváltja és a stacionárius pontok, valamint a függvény növekedése, illetve csökkenése között. Ezt alkalmazza a stacionárius pontok, a növekedés és csökkenés intervallumainak meghatározására, valamint egyszerű szélsőérték-feladatok megoldásakor.</p>	<p>A diákok létező szélsőérték problémákat oldanak meg szakterületükből, más tantárgyakból vagy a mindennapi életből származó példák alapján. Ehhez grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak. A valós példák megoldása közben a diákok betekintést kapnak a derivált alak jelentőségéről a különböző szakterületeken, miközben a tanár hangsúlyozza annak fontosságát.</p>
<p>A diák ábrázolja a függvény grafikonját.</p>	<p>A diák vizsgálja a függvény tulajdonságait. Meghatározza a függvény értelmezési tartományát, értékészletét, növekedésének és csökkenésének intervallumait, lokális szélsőértékeit és vízszintes inflexiós pontjait. Ábrázolja a függvény grafikonját, és értelmezi azt.</p>	<p>A diákok a függvények tulajdonságainak megismeréséhez és a grafikonok ábrázolásához grafikus számológépet és számítógépes programokat használnak.</p>

<p>3.12. Sorozatok</p>		
<p>Operatív célok</p>	<p>A célok leírása</p>	<p>Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók</p>

<p>A diák ismeri a sorozat definícióját és annak tulajdonságait.</p>	<p>A diák a sorozatot olyan függvényként fogja fel, amely a természetes számok (rész)halmazát egy másik halmazra képezi le. Meghatározza a sorozat tulajdonságait, és ismeri a sorozatok különböző szemléltetési módjait (általános tag, rekurziós képlet, a tagok felsorolása, grafikon). Megkülönbözteti a valós függvények grafikonját (görbék) a sorozatok grafikonjától (pontdiagram).</p>	<p>A tanár különböző szakterületekről, a mindennapi életből és a környezetből keres példákat, valamint olyan tevékenységeket készít elő, amelyekkel a diákok a sorozatokat különféle jelenségek analízisének fontos eszközeként ismerik meg. A diákok a sorozatot a matematikai minták specifikus példajaként fogják fel. Az önálló vizsgálatok és analízisek során különféle technológiai eszközöket használnak.</p>
<p>A diák ismeri és alkalmazza a számtani sorozat definícióját.</p>	<p>A diák definiálja a számtani sorozatot, felírja az általános tagját, meghatározza a megadott sorozat elemeit. Kiszámítja a számtani sorozat n tagjának összegét.</p>	<p>A sorozat definíciója és az n tag összege a történelemből, a szakmai tárgyakból vagy hasonló területekről vett példák alapján kerül bevezetésre.</p>
<p>A diák ismeri és alkalmazza a mértani sorozat definícióját.</p>	<p>A diák érti a mértani sorozat definícióját és a tulajdonságait, valamint kiszámít különféle mennyiségeket (általános tag, hányados, összeg). Belátja a mértani sorozat jelentőségét és hasznát a különböző jelenségek modellezésénél (pl. a természetben az exponenciális növekedésnél, a pénzügyi matematikában a kamatoskamat-számításnál).</p>	<p>A diákok az analízisnél és önálló vizsgálatoknál technológiai eszközöket és különböző számítógépes programokat használnak, többek között olyanokat, amelyeket saját szakterületükről ismernek.</p>

4. téma: A LOGIKA ALAPJAI, AZ ADATFELDOLGOZÁS ÉS A VALÓSZÍNŰÉGSZÁMÍTÁS ALAPJAI

4.1. A logika alapjai		
Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók
A diák ismeri a kijelentés fogalmát és a kijelentések közötti összefüggéseket.	A diák felismeri és érti a kijelentés fogalmát, valamint alkalmazza a kijelentések közt fennálló következő összefüggéseket: konjunkció, diszjunkció, implikáció és ekvivalencia.	A tanár azoknál a tartalmaknál, amelyekben egyszerűbb bizonyítások vannak (pl. a geometriában, a számoknál (oszthatóság)) különös hangsúlyt fektet a matematikai nyelvezetre, a kijelentésekre és a kijelentések közt fennálló összefüggésekre.
A diák következtet, indokol és bizonyít.	A diák megkülönbözteti a példa demonstrációját a bizonyítástól. Érti az utat, illetve azt az átmenetet, amely a rövid matematikai magyarázattól a bizonyításig terjed. Tisztában van vele, hogy amennyiben a feltételek megváltoznak, az hatással van a feladat megoldására. Gondolatmenetében helyesen alkalmazza a „ha..., akkor” feltételes szerkezetet, és tud válaszolni a következő kérdésekre: „Miért...?” és „Mi történik, ha...?” Alkalmazza a matematikai következtetést (dedukcióval) a kijelentések indoklásánál. Lépésekre bontja a (pl. geometriai) probléma megoldását, és deduktívan megindokolja az egyes lépéseket. Tisztában van azzal, hogy léteznek olyan feltételek, illetve megkötések, amelyeknél fennáll egy adott következmény, és ezeket fel tudja sorolni. Érti a szükséges és elégséges feltétel fogalmát.	A diákok egyszerűbb matematikai állításokat szóban és írásban indokolnak, továbbá bizonyítanak (nem csak a reprodukcióját adják a bizonyításoknak).

4.2. Az adatfeldolgozás		
Az általános iskolai program kapcsolódó céljai:		
A diák az általános iskolában tapasztalati és matematikai kutatásokat végez. Ennek során egyszerű példák alapján elsajátítja az ilyen jellegű problémák teljeskörű megoldását.		
Operatív célok	A célok leírása	Példák tanórai tevékenységekre és útmutatók

<p>A diák az adatfeldolgozás során átismétli az általános iskolai tananyagból az alapvető ábrázolás- és diagramtípusokat.</p>	<p>A diák ismeri az ábrázolások/diagramok alapvető típusait: táblázat, oszlop-, kör-, pont-, szórás- és vonaldiagram.</p>	
<p>A diák adatokat gyűjt.</p>	<p>A diák megkülönbözteti a leíró, a sorszám és a számszerű adatokat. Meg tudja ítélni, milyen adatok világítanak meg jól egy adott kérdést, és ki tudja választani a megfelelő adatgyűjtési módot. Közvetlenül (pl. méréssel, felméréssel) vagy közvetve (pl. online adatbázisokból) gyűjt adatokat. Helyesen és megbízhatóan rögzíti, valamint rendszerezi az adatokat. Megfelelő matematikai és technológiai eszközöket választ. Kellő kritikával értékeli az adatok hitelességét és megbízhatóságát, valamint az adatgyűjtési hibák lehetséges okait.</p>	<p>A matematikaórán csak kisebb, illusztratív jellegű adatgyűjtések végrehajtására kerül sor. Nagyobb méretű adatgyűjtést a diákok a keresztintervi projekteknél végeznek el. Eközben a matematika szakos tanár ügyeljen az ilyen ismeretek matematikai aspektusának elsajátítására.</p>
<p>A diák bemutatja az adatokat diagramon vagy táblázattal.</p>	<p>A diák képes az adatokat megfelelő diagramokon, illetve táblázatokban ábrázolni. Tud gyakorisági táblázatot készíteni, és azzal, egy vagy két kritérium alapján, fadiagramon pedig több feltétel mellett mutat be adatokat. Helyesen alkalmazza az oszlop-, a kör- és pozíciós diagramot, valamint a hisztogramot. A mennyiségek közti összefüggéseket vonal- és szórásdiagramon, a szórás pedig dobozdiagramon ábrázolja. A diák képes a diagramról leolvasni a vizsgált változó jellemzőit (pl. a pozíciós diagramnál a terjedelmet), a középvértékek eloszlását és mértékeit (pl. oszlopdiagramon), valamint a mennyiségi összefüggések fokát (pl. szórásdiagramon). A táblázatba foglalt, illetve diagramon bemutatott adatokat képes felhasználni komplex és a szakterületén szokásos kontextusban.</p>	<p>A matematika szakos tanárnak gondoskodnia kell az adatok táblázatokkal és diagramokon történő ábrázolásának szisztematikus bemutatásáról. Az adatok szemléltetésekor különös figyelmet kell fordítani a matematika területén fontos, de máshol kevésbé gyakran használt megjelenítési módokra: a fadiagramra, a szóró- és dobozdiagramra. Ezek tárgyalása folyhat a szaktantárgyak területén belül vagy tantárgyközi projektek keretében.</p> <p>A matematikaórákon a diákok időnként olyan bonyolult feladatokkal találkoznak, amelyekben az adatokat valószínű diagramokon és táblázatokkal adják meg.</p> <p>Az adatokkal történő munka során a diákok numerikus és grafikus számológépet, továbbá számítógépes táblázatkezelő programokat használnak.</p>

<p>A diák összefoglalja az adatokat.</p>	<p>A diák össze tudja foglalni az adatokat gyakorisági és klasszifikációs táblázatokkal. Ismeri és érti a középérték kapcsán használatos mérőszámok (módusz, medián, számtani közép) és a szóródási mérőszámok (terjedelem, interkvartilis terjedelem, szórás) jelentését. Ki tudja választani és meg tudja határozni az adott adathalmazra a legmegfelelőbb középértéket, továbbá értelmezi azt. Grafikus számológéppel, illetve számítógépes táblázatkezelő programmal meg tudja közelíteni a számszerű változók közötti kapcsolatot lineáris, polinomiális, exponenciális vagy ezekhez hasonló összefüggéssel.</p>	<p>A matematika szakos tanárnak gondoskodnia kell a középérték és szórás mérőszámainak szisztematikus tárgyalásáról. Ezek bemutatása történhet a szaktantárgyak területén belül vagy tantárgyközi projektek keretében.</p> <p>Az adatfeldolgozás során a diák numerikus és grafikus számológépet, valamint táblázatkezelő programokat használ.</p>
<p>A diák analizálja az adatokat, és az elemzést értelmezi.</p>	<p>A diák értelmezni tudja az analizált adatokat. A táblázatokból, diagramokról és az összefoglalt adatokból le tudja olvasni az ismétlődő mintát, a szabályszerűséget és a fontos jellemzőket. A megállapításokat képes megfogalmazni a matematika nyelvén, és kritikával képes azokat értelmezni a kiindulási szövegkörnyezet kontextusában.</p>	
<p>A diák elemzi a tapasztalati adatokon alapuló feladatokat.</p>	<p>A diák képes átfogóan elemezni a tapasztalati adatokon alapuló feladatot. Az adott kihívás értelmezéséhez alkalmas kérdést tesz fel (olyant, amire lehet válaszolni), és elkészíti az elemzés tervét. Önállóan képes adatokat gyűjteni, megfelelő módon lejegyezni, analizálni, bemutatni és megfogalmazni, valamint indokolni a következtetéseket, és azokat kritikus módon meg tudja indokolni a feladat kontextusában. Az elemzésről beszámolót készít.</p>	<p>A matematikaórán csak kisebb, illusztratív jellegű adatgyűjtések végrehajtására kerül sor. Nagyobb méretű adatgyűjtést a diákok a keresztntantervi projektekben vagy a szaktantárgyaknál végeznek. Eközben a matematika szakos tanár gondoskodik az ismeretek átfogó tárgyalásáról.</p>

4.3. A valószínűségszámítás alapjai

Az általános iskolai program kapcsolódó céljai:

A diák az általános iskolában tapasztalati és matematikai kutatásokat végez. Ennek során, példák segítségével elsajátítja a tapasztalati valószínűség fogalmát is.

<p>A diák alkalmazza a kombinatorika alapvető módszereit.</p>	<p>A diák szisztematikusan be tudja mutatni egy adott objektumhalmaz különböző típusait. Ehhez táblázatokat és fadiagramot használ.</p> <p>Ismeri és tudja alkalmazni a szorzatszabályt.</p> <p>A szorzatszabály bemutatásánál fadiagramot vagy egyéb diagramokat készít segítségül.</p> <p>A különféle szövegkörnyezetekben végzett kiválasztásoknál egyből felismeri a permutációkat (ahol minden elemet megkülönböztetünk) és az (ismétlés nélküli) kombinációkat. A kombinációk, illetve permutációk számát képlettel számítja ki.</p> <p>Különféle számításokban felhasználja a szorzatszabályt, és szükség esetén az „összegszabályt” is (pl. ismétlés nélküli vagy ismétléses variációknál).</p>	
<p>A diák meghatározza véletlen események valószínűségét.</p>	<p>A diák ismeri a kísérlet definícióját. Érti a tapasztalati valószínűség fogalmát, tudja, hogyan kell mérni, és a méréseket helyesen értelmezi.</p> <p>Érti a matematikai valószínűség fogalmát, egyszerű példákban közvetlenül ki tudja azt számítani, és képes az eredményt helyesen értelmezni.</p> <p>Az elemi események rendszerét bemutatja diagramon.</p> <p>Diagram segítségével kiszámítja az összetett események valószínűségét.</p> <p>Érti az egymást kizáró és független események fogalmát, valamint ki tudja számítani az egymást kizáró események összegének, valamint a független események szorzatának valószínűségét.</p> <p>A matematikai valószínűség kiszámításánál alkalmazza a kombinatorikánál megszerzett tudását.</p>	

V. MINIMÁLIS KÖVETELMÉNYEK

A minimális követelményeknek az a diák tesz eleget, akinek kompetenciái alapszintűek, valamint az elsajátított tudását kevésbé önállóan és megbízhatóan tudja bizonyítani.

VI. MÓDSZERTANI ÚTMUTATÓK

A matematika tanításához a módszertani útmutatók a III. fejezetben (Irányadó célkitűzések, Kulcskompetenciák, Útmutatók a kulcskompetenciák fejlesztéséhez című részekben) szerepelnek, konkrétabb javaslatok formájában pedig a IV. fejezet táblázatainak utolsó oszlopában (Operatív célok) olvashatók.

VII. AZ ELLENŐRZÉS ÉS ÉRTÉKELÉS MÓDjai

A matematikai tudás ellenőrzésének és értékelésének tükröznie kell a matematikaórák globális céljait, a tanítási módszerek sokféleségét, valamint a diákok különböző megnyilvánulási formáit. Ennek során figyelni kell arra, hogy a diákok megértsék a matematikai ötleteket, képesek legyenek azokat kifejezni, az egyszerű, összetett és szakmai matematikai műveleteket csoportosan vagy önállóan végrehajtani. Az alábbi táblázatban az értékelés tervezett formái olvashatók.

Az értékelés módja	Az értékelés kritériumai	Megjegyzés
Írásbeli felmérések	Megérti az alapvető matematikai fogalmakat, és képes azok alkalmazására. Képes szisztematikusan, általánosan és absztraktn gondolkodni a matematikai kérdések tárgyalása során. A matematikai problémák megoldásának a képessége. Az adatok gyűjtésének, rendezésének és elemzésének a képessége. Képes értelmezni és kritikával értékelni a matematikának a saját szakterületén történő alkalmazását. A matematikai eszközök alkalmazásának képessége a kommunikációban.	
Szóbeli feleltetés	Megérti az alapvető matematikai fogalmakat, és képes azok alkalmazására. A matematikai eszközök alkalmazásának a képessége a kommunikációban.	Igyekezni kell fejleszteni a diákok azon képességét, amely lehető teszi számukra a matematikával kapcsolatos ötleteik minél jobb kifejezését. Amennyiben egy diáknak jelentős nehézségei vannak a szóbeli kommunikációval, úgy meg kell engedni, hogy a számára legmegfelelőbb módon szerezzen osztályzatot.

Matematikai kutatómunka	<p>Képesség a matematikai eszközök alkalmazására a kommunikációban.</p> <p>Képesség a munkafolyamatok megtervezésére és megszervezésére.</p> <p>Képesség a technológiai eszközök alkalmazására a matematikai műveletek végrehajtása során.</p> <p>Képes szisztematikusan, általánosan és absztraktn gondolkodni a matematikai kérdések tárgyalása során.</p>	<p>A kutatómunka témáját a diákok szakterületéhez is kapcsolható.</p> <p>A kutatómunka összetettségét a diák képességeihez kell igazítani.</p> <p>A diák akkor kap jó osztályzatot, ha matematikai tudásának és képességeinek megfelelően, lelkesen, felelősségteljesen végzi a munkáját, mindeközben megmutatja a tervezési képességét, a jól elsajátított matematikai ismeretek alkalmazását, valamint a kommunikáció és technológia használata kapcsán a rátermettségét.</p>
Tapasztalati kutatómunka	<p>Képesség a munkafolyamatok megtervezésére és megszervezésére.</p> <p>Képesség a matematikai eszközök alkalmazására a kommunikációban.</p> <p>Képesség a technológiai eszközök alkalmazására a matematikai műveletek végrehajtása során.</p> <p>Képes értelmezni és kritikával értékelni a matematikának a saját szakterületén történő alkalmazását.</p>	<p>A kutatómunka témáját a diákok szakterületéhez vagy más érdeklődési köréhez kell kötni.</p> <p>A diák akkor kap jó osztályzatot, ha matematikai tudásának és képességeinek megfelelően, lelkesen és felelősségteljesen végzi a munkáját, mindeközben megmutatja a tervezési és az adatfeldolgozási képességét, az eredményeket képes helyesen értelmezni, valamint megmutatja a kommunikáció és technológia használata kapcsán a képességeit. A feladat létrehozása általában interdiszciplináris.</p>
Projektmunka	<p>Képesség a matematikai eszközök alkalmazására a kommunikációban.</p> <p>Képesség a technológiai eszközök alkalmazására a matematikai műveletek végrehajtása során.</p> <p>Képes értelmezni és kritikával értékelni a matematikának a saját szakterületén történő alkalmazását.</p> <p>Képesség a munkafolyamatok megtervezésére és megszervezésére.</p> <p>Képesség az együttműködésre és a csapatmunkára.</p>	<p>A projektmunkának interdiszciplinárisnak kell lennie, továbbá lényeges, hogy a diákok csapatban dolgozzanak.</p>